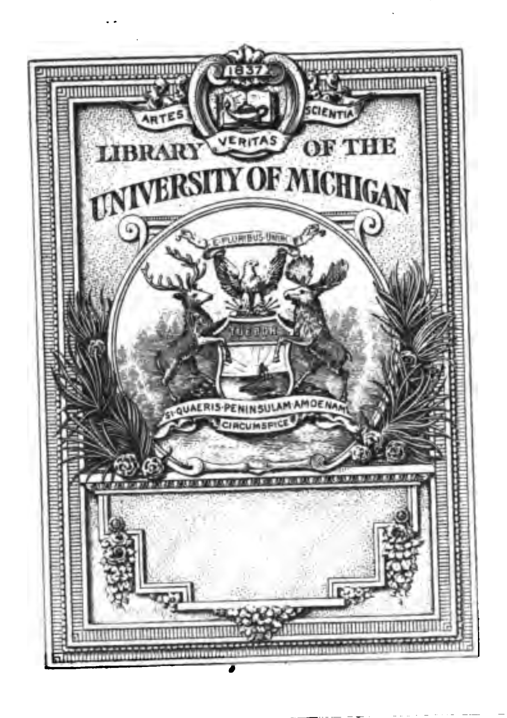

1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

Zeitschrift

für

mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht.

Ein Organ für Methodik, Bildungsgehalt und Organisation der exacten Unterrichtsfächer an Gymnasien, Realschulen, Lehrerseminarien und gehobenen Bürgerschulen.

(Zugleich Organ der math.-naturw.-didact. Sectionen der Philologen-, Naturforscher- und allgemeinen deutschen Lehrer-Versammlung.)

Unter Mitwirkung
der Herren Prof. Bauer in Karlsruhe, Dr. Bardey in Brandenburg, Prof. Dr. Frischauf in Graz, Dr. Günther in München, Director Dr. Pisko und Director Dr. Pick in Wien, Prof. Scherling in Lübeck, Director Dr. Schwarz in Gumbinnen u. v. A.

herausgegeben
von

J. C. V. Hoffmann.



Siebenter Jahrgang.

Leipzig,
Druck und Verlag von B. G. Teubner.
1876.

Inhaltsverzeichniss des 7. Bandes.

I. Abhandlungen (grössere Aufsätze) und kleinere Mittheilungen.

A) Organisation des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

Seite

B) Specielle Methodik der mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichtsfächer.

1. Mathematik.

a) Allgemeines.

b) Arithmetik.

Seite

d) Naturgeschichte.

e) Geographie vacat.

S. astronomische Geographie sub b).

f) Zu den Lehrmitteln.

C) Wissenschaftlicher, literarischer und kritischer Sprech- und Discussions-Saal.

D) Beiträge zu Schüleraufgaben

(Aufgaben-Repertorium).

Seite

II. Literarische Berichte.

A) Recensionen und Anzeigen.*)

1. Mathematik.

a) Allgemeines.

(Compendien, Lehrbücher der Gesammt-Elementarmathematik, Geschichtliches.)

Zeitschriften.

b) Arithmetik.

c) Geometrie.

*) Die in Parenthese beigesetzten Namen bezeichnen die Berichterstatter.

B) Lehrmittel vacat.

*) Ausführlichere s. im nächsten Jahrgang.

C) Verschiedenes.

Figurenverzeichniss.

Alphabetisches Verzeichniss der Mitarbeiter an diesem Bande.

Name	Wohnort	Name	Wohnort
Ackermann	Cassel	Müller, Hub.	Metz
Bardey	Brandenburg a/H.	Matthiessen	Rostock
Belovič †	Agram	Matern	Hamburg
Bender	Speier	Oppel	Frankfurt a/M.
Bielmayr	Aschaffenburg	Pick sen.	Döbling b. Wien
Binder	Ulm	Pick jun.	
Bode	Mühlheim a/Rh.	Pietzker	Tarnowitz
Brockmann	Cleve	Π (Pisko)	Wien
Buchenau	Bremen	Reidt	Hamm
Diekmann	Essen a/R.	Rudel	Bamberg
Emsmann	Frankfurt a/O.	Sickenberger	München
Engelhardt	Dresden	Scherling	Lübeck
Erler	Züllichau	Schlegel	Waren (Mecklenburg)
Günther	(München), Ansbach	Schubring	Erfurt
Hauck	Tübingen	Schwarz	Gumbinnen
Henrici	Heidelberg	Stammer	Düsseldorf
Hornstein	Cassel	Staudigl	Wien
Kallius	Berlin	Temme	Warendorf (Westfalen)
Kambly	Breslau	Treutlein	Carlsruhe
Killing	Berlin	Vervaet	Mariaschein (Böhmen)
Klekler	Fiume	Wagner	Königsberg
Kober	Grossenhain	Weinmeister	Leipzig
Krebs	Frankfurt a/M.	Weisker	Rathenow
Kurz	Augsburg	Weissenborn	Eisenach
Müller, F.	Osnabrück	Wiczorkewicz	Landsberg a/W.
Müller, Ed.	Neustrelitz		

Die Zahl der Mitarbeiter an diesem (VII.) Bande betrug also 52. Das ist gegen die Vorjahre eine erhebliche Vermehrung; denn in

IV betrug sie 38
V „ „ 34 } Mittel 37.
VI „ „ 39

Soll beim trigonometrischen Unterrichte das geometrische oder das arithmetische Princip vorherrschen?

Eine Zeitfrage, beantwortet von Dr. Reidt in Hamm.

Zur Auflösung trigonometrischer Aufgaben, bei denen die zur Bestimmung eines Dreiecks oder einer anderen Figur gegebenen Stücke sämmtlich oder theilweise nicht unmittelbar Seiten oder Winkel dieser Figur sind, bieten sich bekanntlich zwei wesentlich verschiedene Methoden dar. Die eine derselben folgt in der Berechnung dem bei einer geometrischen Auflösung (Construction) eingeschlagenen Verfahren; die andere sucht rein analytisch die Beziehungsgleichungen zwischen den gegebenen und den gesuchten Stücken in der erforderlichen Anzahl und löst dieselben auf letztere auf. Wir wollen diese beiden Methoden der Kürze halber bezüglich die geometrische und die analytische nennen und dieselben zunächst der grösseren Deutlichkeit wegen durch ein Beispiel erläutern:

Es sei ein Dreieck ABC aus dem Umfang $a + b + c = 2s$ und zwei Winkeln α, β zu berechnen. Verlängert man AB um $AD = AC$ und $BE = BC$ und zieht CD und CE, so erhält man das Hilfsdreieck CDE, welches durch $DE = 2s$, $\measuredangle CDE = \frac{1}{2}\alpha$; $\measuredangle CED = \frac{1}{2}\beta$ bestimmt ist. Dem entsprechend berechnet man in der geometrischen Auflösung zunächst in diesem Dreieck CD und CE, und dann mit deren Hilfe aus den gleichschenkeligen Dreiecken ACD und BCE die Seiten AC und BC. In der analytischen Auflösung dagegen wird man aus dem Sinussatz zunächst die Proportion

$$a : b : c : 2s = \sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma : (\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma)$$

ableiten und dann dieselbe auf die Unbekannten a, b, c auflösen.

Beide Methoden lassen sich selbstverständlich nicht immer streng von einander scheiden, doch wird bei den einfacheren Aufgaben, welche man mit Anfängern durchnimmt, eine Ver-

mischung derselben fast immer unnöthig oder unthunlich sein. Es entsteht dann die Frage, ob man beide Methoden oder nur eine, und im letzteren Fall, welche derselben man lehren soll.

Ueber diese Frage finden wir in der Vorrede einer neueren trigonometrischen Aufgaben-Sammlung, welche eben das hier vorliegende Gebiet mit einer aussergewöhnlichen Reichhaltigkeit und Bevorzugung behandelt, die Bemerkung, dass in dem betreffenden Werke nur die analytische Methode angewendet und die Methode, auf Grund von geometrischen Constructionen die Aufgaben zu lösen, ganz übergangen sei. Entschieden müsse in didaktischer Beziehung die Vermengung beider Methoden verworfen werden, da sie nur geeignet sei, bei den Schülern Unklarheit hervorzurufen.

Schreiber dieses bedauert, dass die Verfasser des betreffenden Buches es unterlassen haben, das in diesen Bemerkungen enthaltene, ihm äusserst schroff erscheinende Urtheil irgendwie zu begründen. Er selbst ist der Ansicht, dass dieses Urtheil in entschiedenem Widerspruch mit einfachen und allbekannten pädagogischen Grundsätzen stehe, und desshalb möchte er den Gegenstand durch die vorliegenden Zeilen einer allgemeineren Beachtung und Erwägung unterbreiten.

Es ist ein einfacher und allbekannter pädagogischer Grundsatz, dass der fortschreitende Unterricht sich möglichst an den vorhergegangenen anlehnen, auf demselben weiterbauen und ihn durch Anwendung auf einer höheren Stufe, repetirend und von neuen Seiten beleuchtend, zu festerem geistigen Eigenthum gestalten soll. In dieser Beziehung ist die geometrische Methode für den Unterricht in den oberen Classen von unschätzbarem Werthe; sie vereinigt zwei sonst getrennte Gebiete und belebt dieselben durch gegenseitige Einwirkung. Die analytische Methode benutzt freilich auch frühere Lehren, aber es ist doch fast nur die mehr oder minder mechanische Umbildung und Auflösung von Gleichungen, welche von ihr verlangt und geübt werden, ein Gebiet, dem es ohnehin nicht an reichlicher Anwendung fehlt, ja welches gerade in Secunda und Prima bereits so wie so die fast ausschliessliche Herrschaft zu besitzen pflegt. Bilden doch selbst in der Stereometrie meist die Berechnungen von Oberflächen und Rauminhalten den vorwiegenden Gegenstand des Unterrichts. Die geometrische Methode ist ein

Beitrag zur Concentration des Unterrichts; sie gewährt die an sich unerlässliche Repetition eines früheren Gebietes ohne die ermüdende Gleichförmigkeit, welche eine solche besitzt, wenn sie nicht zugleich an neue Gedanken angeknüpft und durch eine erweiterte Anwendung und eine Beleuchtung von einer neuen Seite dem Interesse näher gerückt wird.

Es ist ferner ein einfacher und allbekannter pädagogischer Grundsatz, dass der Unterricht in den Anfangsgründen einer Wissenschaft soviel als möglich ein anschaulicher sein soll. Die geometrische Methode verleiht den Rechnungen die Anschaulichkeit, indem sie die Mittelglieder derselben in Gestalt construirbarer geometrischer Gebilde auftreten und damit auch den inneren Zusammenhang derselben unter sich und mit den gegebenen und gesuchten Grössen klarer hervortreten lässt. Wer möchte beispielsweise bei der Berechnung des Dreiecks aus den drei Seiten mittelst der Formel

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\alpha = \frac{1}{s-a} \cdot \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}}$$

die geometrische Deutung der Wurzelgrösse als der Masszahl des Radius des inneren Berührungskreises, oder in dem Sinussatz die Deutung der drei Seiten von

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

als des Durchmessers des umbeschriebenen Kreises entbehren, wer möchte den Werth solcher Darstellungen durch die Anregung des Interesses der Schüler geringschätzen? Etwas Aehnliches aber bietet uns nicht selten die geometrische Lösung auch anderer trigonometrischer Aufgaben. Wenn der Schüler beispielsweise in der oben angeführten einfachen Aufgabe

$$CD = \frac{2s \cdot \sin \frac{1}{2}\beta}{\cos\frac{1}{2}\gamma}, \quad b = \frac{CD}{2\cos\frac{1}{2}\alpha}, \quad \text{also } b = \frac{s \cdot \sin\frac{1}{2}\beta}{\cos\frac{1}{2}\alpha \cdot \cos\frac{1}{2}\gamma}$$

berechnet hat, so ist ihm der Zusammenhang innerlich klarer geworden, als wenn er aus

$$b = \frac{2s \cdot \sin\beta}{\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma}$$

mit Hilfe eingeübter Umformungen dieselbe Formel analytisch hergeleitet hat. Im ersteren Fall sieht er auf Grund seiner anschaulichen Construction ein, warum die Beziehung zwischen der gesuchten und den gegebenen Grössen durch die halben

Winkel und durch die in der Formel vorkommenden Functionen derselben ausgedrückt wird; im letzteren Fall leitet ihn nur die Rücksicht auf eine für logarithmische Berechnung numerischer Beispiele bequeme äussere Form.

Es ist endlich ein einfacher und allbekannter pädagogischer Grundsatz, dass man unter verschiedenen sich darbietenden Wegen denjenigen wählen soll, welcher am meisten zu selbstständiger denkender Thätigkeit anleitet. Auch hier scheint mir die geometrische Methode entschiedene Vorzüge vor der analytischen zu besitzen. Sie zeigt, wie es sein muss, an der Hand des früher Gelernten den Weg, welchen die denkende Thätigkeit des Schülers nehmen soll, und leitet ihn so zu derselben an; sie verlangt aber diese Thätigkeit bei der Aufsuchung des für die Uebertragung in die Rechnung brauchbarsten Weges der Construction und für diese Uebertragung selbst, und fordert so in jedem einzelnen Fall die Urtheilskraft und das Vorstellungs- und Combinations-Vermögen des Schülers. Die analytische Methode dagegen übt diesen vorwiegend in einer Fertigkeit, welche ihn ohne viel Nachdenken durch ein ziemlich mechanisches Anwenden gelernter Gleichungen und deren Umformungen zum Ziele führt. Diesen Vorwurf, dass die analytische Methode im Verhältniss zur geometrischen eine mechanische und daher für die wirkliche geistige Ausbildung der Schüler weniger werthvoll sei, hält Schreiber dieses für den schwerstwiegenden, und um denselben eingehender zu begründen und zu zeigen, wie äusserst mechanisch die Methode behandelt, bezw. von dem Schüler aufgefasst werden kann, hat derselbe die nachfolgende

Anleitung zur analytischen Auflösung trigonometrischer Aufgaben

als ein Beispiel der betreffenden Unterrichts-Methode zusammengestellt:

§ 1. Wir gehen von einer bestimmten Aufgabe aus, welche an der Spitze der ganzen Untersuchung eingehend behandelt wird und auf welche später alle anderen Aufgaben der im Vorhergehenden angegebenen Art zurückgeführt werden sollen. Die Wahl dieser Fundamental-Aufgabe kann theoretisch eine sehr verschiedene sein; man könnte dazu eine der gewöhnlichen unmittelbaren Aufgaben wählen, welche in allen Lehrbüchern behandelt sind, z. B. die Berechnung des Dreiecks

aus einer Seite und den Winkeln. Es empfiehlt sich jedoch aus praktischen Gründen, z. B. wegen der Symmetrie der entstehenden Formeln, den Radius des umbeschriebenen Kreises und die Winkel als die bekannten Stücke vorauszusetzen. Wir beginnen also den betreffenden Unterricht mit der Aufgabe: Ein Dreieck aus dem Radius r des umbeschriebenen Kreises und den Winkeln α, β, γ zu berechnen.

Ausser den Seiten des Dreiecks sollen hierbei alle mittelbaren Stücke, welche später vorkommen, durch die gegebenen ausgedrückt werden. Man erhält so eine Formel-Tabelle, welche der Schüler sich zunächst einzuprägen, bezw. zu späterem Gebrauch schriftlich bereit zu halten hat. Diese Tabelle kann etwa die folgende Anordnung haben, wobei h_a die auf der Seite a senkrechte Höhe, p_a den von ihr auf a gebildeten, der Seite b anliegenden, q_a den der Seite c anliegenden Abschnitt, h_a' den oberen, h_a'' den unteren durch den Durchschnittspunkt der Höhen gebildeten Abschnitt von h_a und F den Flächeninhalt bezeichnen. Ferner sei ϱ der Radius des einbeschriebenen, ϱ_a der Radius des der Seite a anbeschriebenen äusseren Berührungskreises, t_a die den Winkel α halbirende Transversale, v_a und w_a die von ihr auf a gebildeten, bezw. den Seiten b und c anliegenden Abschnitte, m_a die durch die Mitte von a gehende Mittellinie:

1) $a = 2r \cdot \sin\alpha$; $b = 2r \cdot \sin\beta$; $c = 2r \cdot \sin\gamma$.

2) $h_a = 2r \cdot \sin\beta \sin\gamma$; $h_b = 2r \cdot \sin\alpha \sin\gamma$; $h_c = 2r \sin\alpha \sin\beta$.

3) $p_a = 2r \sin\beta \cos\gamma$; $q_a = 2r \sin\gamma \cos\beta$, u. s. w.

4) $F = 2r^2 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma$.

5) $h_a' = 2r \cos\alpha$; $h_a'' = 2r \cos\beta \cos\gamma$, u. s. w.

6) $\varrho = 4r \sin\frac{1}{2}\alpha \sin\frac{1}{2}\beta \sin\frac{1}{2}\gamma$.

7) $\varrho_a = 4r \sin\frac{1}{2}\alpha \cos\frac{1}{2}\beta \cos\frac{1}{2}\gamma$; entsprechend ϱ_b, ϱ_c.

8) $t_a = \frac{2r \sin\beta \sin\gamma}{\cos\frac{1}{2}(\beta - \gamma)}$, u. s. w.

9) $v_a = \frac{2r \sin\alpha \sin\beta}{\sin\beta + \sin\gamma}$; $w_a = \frac{2r \sin\alpha \sin\gamma}{\sin\beta + \sin\gamma}$, u. s. w.

10) $m_a = r \cdot \sqrt{2 \sin\beta^2 + 2 \sin\gamma^2 - \sin\alpha^2}$, u. s. w.

Die Zahl der abgeleiteten Stücke und damit dieser Formeln kann selbstverständlich nach Belieben noch vermehrt werden, auch lässt sich aus den vorstehenden durch Zusammensetzung noch

eine Reihe weiterer Gleichungen entwickeln und zum späteren Gebrauch zurecht stellen, wie z. B. die folgenden:

$$\varrho + \varrho_a = 4r \sin\tfrac{1}{2}\alpha \cdot \cos\tfrac{1}{2}(\beta - \gamma);\ \varrho_a + \varrho_b = 4r \cos\tfrac{1}{2}\gamma^2;$$

$$\varrho_a - \varrho = 4r \sin\tfrac{1}{2}\alpha^2;\ \varrho_a - \varrho_b = 4r \cos\tfrac{1}{2}\gamma \cdot \sin\tfrac{1}{2}(\alpha - \beta);$$

$$\frac{\varrho_a - \varrho}{\varrho_b + \varrho_c} = \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\alpha^2;\ \frac{\varrho + r}{r} = \cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma;$$

$$\varrho_a + \varrho_b + \varrho_c = 2r\,(\cos\tfrac{1}{2}\alpha^2 + \cos\tfrac{1}{2}\beta^2 + \cos\tfrac{1}{2}\gamma^2), \text{ u. dgl. m.}$$

§ 2. Nach dieser Vorbereitung theilen wir die ganze Fülle der möglichen anderen Aufgaben in Gruppen und beginnen mit der ersten derselben, d. i. mit den Aufgaben, in welchen zwei Winkel des Dreiecks nebst irgend einer Strecke gegeben sind. Die Anleitung zur Auflösung lautet:

Man nehme von den Formeln der vorhergehenden Fundamentalaufgabe diejenige, welche die jetzt gegebene Strecke durch r und die Winkel ausdrückt, löse dieselbe auf r als Unbekannte auf und setze den erhaltenen Werth in die betreffenden anderen Formeln der Fundamentalaufgabe ein.

Ist also beispielsweise ein Dreieck aus der Summe der Radien der drei äusseren Berührungskreise $\varrho_a + \varrho_b + \varrho_c = s$ und den Winkeln zu berechnen, so hat man aus der letzten Formel des § 1.:

$$2r = s : (\cos\tfrac{1}{2}\alpha^2 + \cos\tfrac{1}{2}\beta^2 + \cos\tfrac{1}{2}\gamma^2),$$

und daher nach § 1., Gleichung 1):

$$a = \frac{s \cdot \sin\alpha}{\cos\frac{1}{2}\alpha^2 + \cos\frac{1}{2}\beta^2 + \cos\frac{1}{2}\gamma^2}, \text{ u. s. w.}$$

Eine tiefer gehende Betrachtung zeigt, dass dieses Verfahren im Grunde dadurch bedingt und ermöglicht ist, dass durch die Winkel bereits die Gestalt des Dreiecks bestimmt wird; die noch gegebene Strecke bestimmt dann noch die Grösse des Dreiecks. Zur Bestimmung der Gestalt eines Dreiecks kann aber auch ein einziger Winkel nebst einem Seitenverhältniss gegeben sein, sodass das letztere gleichsam den zweiten Winkel ersetzt. Dies führt zur Aufstellung der zweiten Gruppe von Aufgaben, nämlich derjenigen, in welchen ein Winkel, eine Strecke und ein Verhältniss zweier Strecken (oder auch zweier Ausdrücke zweiter Dimension) gegeben sind. Die Anleitung zur Auflösung ist:

Man drücke die beiden Grössen, deren Verhältniss gegeben

ist, nach § 1. durch r und die Winkel aus und dividire die erhaltenen Ausdrücke. Es muss dann r wegfallen, und man erhält den Werth des gegebenen Verhältnisses allein durch die Winkel ausgedrückt, hat also eine Gleichung zwischen den drei Winkeln, welche in Verbindung mit dem gegebenen Winkel und der bekannten Winkelsumme die noch fehlenden Winkel bestimmt und so die Aufgabe auf eine solche der ersten Gruppe zurückführt.

Da durch den gegebenen Winkel die Summe der beiden anderen Winkel bekannt ist, so wird man in vielen Fällen mit Vortheil aus der entwickelten Gleichung zunächst die Differenz der unbekannten Winkel zu ermitteln suchen.

Es sei z. B. die Aufgabe gestellt, ein Dreieck aus dem Verhältniss der Höhe zum Radius des einbeschriebenen Kreises, $h_a : \varrho = v$, dem von der Höhe getheilten Winkel α und dem Umfang $2s$ zu berechnen. Aus § 1., Gl. 2) und 6) erhält man

$$v = \frac{2r \sin\beta \sin\gamma}{4r \sin\frac{1}{2}\alpha \sin\frac{1}{2}\beta \sin\frac{1}{2}\gamma} = \frac{2 \cos\frac{1}{2}\beta \cdot \cos\frac{1}{2}\gamma}{\sin\frac{1}{2}\alpha} =$$

$$\frac{\cos\frac{1}{2}(\beta+\gamma) + \cos\frac{1}{2}(\beta-\gamma)}{\sin\frac{1}{2}\alpha}, \text{ also } \cos\tfrac{1}{2}(\beta-\gamma) = (v-1)\sin\tfrac{1}{2}\alpha,$$

Sind hierdurch in Verbindung mit $\frac{1}{2}(\beta+\gamma) = 90^0 - \frac{1}{2}\alpha$ die Winkel ermittelt, so ergeben sich die Seiten mittelst $2s = 2r(\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma)$; $a = 2r \sin\alpha$, u. s. w.

Der nächste, sich von selbst darbietende Schritt ist nun, auch den noch übrigen Winkel durch ein Verhältniss zu ersetzen. Demnach enthält die dritte Gruppe diejenigen Aufgaben, in welchen eine Strecke und zwei Verhältnisse gegeben sind. Die beiden Verhältnisse liefern jetzt in der vorher gezeigten Weise zwei Gleichungen für die Winkel, so dass man mit Hinzuziehung der Winkelsumme drei Gleichungen für drei Unbekannte hat. Gelingt die Auflösung auf letztere, so ist die Aufgabe wieder auf eine solche der ersten Gruppe und damit auf die Fundamentalaufgabe zurückgeführt. So wird man, wenn beispielsweise $h_a' : h_a'' = m$, $\varrho_b : \varrho_c = n$ und F gegeben sind, aus § 1, Gleich. 5) und 7) die Gleichungen:

$$m = \frac{\cos\alpha}{\cos\beta \cdot \cos\gamma}, \; n = \frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}\beta}{\operatorname{tang}\frac{1}{2}\gamma}$$

ableiten und dann dieselben etwa durch α und $\beta - \gamma = \delta$ auszudrücken suchen, z. B.:

$$m = \frac{2\cos\alpha}{\cos(\beta-\gamma)+\cos(\beta+\gamma)} = \frac{2\cos\alpha}{\cos\delta-\cos\alpha};$$

$$\frac{m}{m+2} = \frac{\cos\alpha}{\cos\delta} = \frac{2\cos\frac{1}{2}\alpha^2-1}{1-2\sin\frac{1}{2}\delta^2},$$

$$\text{und}\ \frac{n-1}{n+1} = \frac{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\beta-\operatorname{tg}\frac{1}{2}\gamma}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\beta+\operatorname{tg}\frac{1}{2}\gamma} = \frac{\sin\frac{1}{2}(\beta-\gamma)}{\sin\frac{1}{2}(\beta+\gamma)} = \frac{\sin\frac{1}{2}\delta}{\cos\frac{1}{2}\alpha},$$

woraus sich die weitere Auflösung leicht ergibt.

§ 3. Die vorstehend behandelten drei Gruppen bilden ein zusammengehöriges Ganze. Es bleiben nun blos noch zwei Hauptfälle übrig, die sich leicht erledigen lassen. In die vierte Gruppe rechnen wir die Aufgaben, in welchen zwei Strecken (oder Grössen zweiter Dimension) und ein Winkel gegeben sind. Da man mit zwei Strecken auch das Verhältniss derselben kennt, so bestimmen sich die Winkel ebenso, wie bei der zweiten Gruppe und man hat dann weiterhin noch die Wahl, welche der beiden gegebenen Strecken man nebst den Winkeln zur Bestimmung von r benutzen will. Sind endlich in der fünften Gruppe Aufgaben gegeben, in welchen die Bestimmungsstücke drei Strecken sind, so kann man aus letzteren stets zwei Verhältnisse bilden und so, wie bei der dritten Gruppe, die Winkel suchen. Zum Schluss hat man dann die Wahl zwischen drei verschiedenen Wegen zur Berechnung von r und den Seiten.

Hiermit sind alle Fälle erschöpft, die Auflösung jeder möglichen Aufgabe von der gedachten Art ist nach bestimmten Vorschriften stets zu erledigen, vorausgesetzt, dass die Auflösung der Gleichungen auf die Winkel gelingt. Hier liegt eine Schwierigkeit darin, dass eine oder zwei transcendente Gleichungen mit einer algebraischen zu verbinden sind. Zwar kann immer durch Substitution aus der letzteren, durch Zurückführung der verschiedenen vorkommenden Functionen auf eine und dieselbe u. s. w., erreicht werden, dass man eine oder zwei Gleichungen für eben so viele einzelne Winkelfunctionen als Unbekannte hat, allein diese Gleichungen können, indem sie von einem höheren Grade werden, die allgemeine Auflösung der Aufgabe durch die vorstehende Methode als unmöglich erscheinen lassen. Dieser Fall wird freilich nur bei Aufgaben zu erwarten sein, welche überhaupt von hinreichend complicirter Natur sind, um sie von dem Schulunterricht im Allgemeinen ausschliessen zu dürfen.

Immerhin bleibt an dieser Stelle, in der geschickten Umformung und Combination der Gleichungen behufs ihrer Auflösung, ein Feld, auf welchem auch bei der vorliegenden Methode Gelegenheit zur Uebung des Scharfsinns und der Gewandtheit im Operiren gegeben ist. Doch sind es meist einige wenige und ziemlich einfache Umformungen, welche zum Ziele führen und welche durch öftere Wiederkehr bald gewohnt genug werden, um auch hier nicht viel selbständige geistige Thätigkeit übrig zu lassen.

Die vorstehend dargestellte Methode ist keineswegs neu, auch die Verfasser der vorher erwähnten Aufgaben-Sammlung machen von derselben einen ausgiebigen Gebrauch; nur habe ich dieselbe noch nirgends in der Weise, wie vorstehend, nach einheitlichem Plane zusammenhängend dargestellt gefunden. Dass dieselbe sehr mechanisch ist, wird wohl ohne Weiteres klar sein; man kann mit Hilfe derselben eine nicht allzu schlecht vorbereitete Classe in kürzester Frist dahin bringen, dass alle, selbst die geistig unbedeutenderen Schüler derselben anscheinend schwierige Aufgaben mit einer Nichtkenner überraschenden Sicherheit und Geschwindigkeit lösen; aber welcher Gewinn für die geistige Durchbildung der Schüler wird durch einen solchen Unterricht, ich möchte fast sagen durch eine solche Abrichtung, erreicht, wenigstens im Vergleich zu anderen Methoden? Ich habe mit einem in der Mathematik ziemlich schwachen Jahrgang von Primanern, die allerdings vorher schon in der Anwendung anderer Verfahrungsweisen auf solche Aufgaben etwas geübt worden waren, einen Versuch gemacht, denselben auch die vorstehende Methode beizubringen; ich bedurfte dazu dreier Unterrichtsstunden, nach welchen auch die Schwächsten sich im Stande zeigten, das Verfahren anzuwenden. Ich bedauerte jedoch nachher sehr, diesen Versuch zu eigener Belehrung über den Erfolg angestellt zu haben, denn nun wollten die vielen mechanischen Köpfe der Classe eine andere Methode nicht mehr anwenden; sie fanden die vorstehende ausgezeichnet bequem und lieferten nach ihr recht flüchtige und gedankenlos gemachte Arbeiten. Nur wenige regsamere Schüler des betreffenden Jahrgangs behielten ihre älteren Methoden bei und fanden nun gerade eine Art Genugthuung darin, wenn sie mit denselben trotz

allem kürzer und besser zum Ziele kommen, oder dasselbe auf verschiedenen Wegen erreichen konnten.

Selbstverständlich ist es nicht nothwendig, die analytische Methode auf die im Vorigen gezeigte mechanische Weise zu behandeln, sie kann durch die directe Aufsuchung der Beziehungen zwischen den gegebenen und den gesuchten Grössen ohne die Vermittelung des r und der Fundamentalaufgabe viel anregender gemacht werden; etwas mehr Mechanisches als der geometrischen Methode wird ihr aber meines Erachtens immer anhängen bleiben. Dagegen besitzt sie einen anderweiten Vorzug, welcher es wehrt, sie gering zu schätzen oder gar von dem Unterricht auszuschliessen; dieser Vorzug beruht eben in der grösseren Leichtigkeit ihrer Anwendung auch auf schwerere Aufgaben. Bei sehr vielen der betreffenden Aufgaben bietet die Construction dem Schüler ganz erhebliche Schwierigkeiten dar, welche den gewöhnlich geübten Constructionsmethoden nicht weichen wollen, ganz abgesehen davon, dass die auf Gleichungen dritten Grades führenden Aufgaben sich überhaupt der elementaren Construction entziehen. Die Möglichkeit, auch minder begabten Schülern, welchen früher als anderen die Kraft zum selbständigen Aufsuchen einer Construction ausgeht, einen Weg zu zeigen, auf dem sie auch bei solchen Aufgaben, die ihnen zu schwer geworden sind, zum Ziele gelangen und immerhin eine Uebung davontragen können, ist auch nicht ganz gering zu schätzen. Wo aber die Construction auch den besseren Köpfen zu schwer fällt, da ist die analytische Methode gar nicht zu entbehren, wenn man nicht den Umfang der behandelten Aufgaben entsprechend einschränken will. Dieses Letztere würde vielleicht kein grosser Schaden sein; man muss sich überhaupt hüten, den Werth dieser Gattung von Aufgaben zu überschätzen und diesem einseitigen Anwendungsgebiet einen zu grossen Theil der Unterrichtszeit auf Kosten der mannichfaltigen anderweitigen Uebungs- und Anwendungsstoffe von theilweise viel anregenderem Inhalt zuzuwenden. Die Gefahr hierzu liegt einigermassen nahe, da es ja so leicht ist, durch die einfachste combinatorische Thätigkeit viele Tausende solcher Aufgaben zu bilden und auch nach gewissen einfachen Principien in Gruppen zu ordnen; dazu gehört bekanntlich nichts weiter als einige Ausdauer. Immerhin aber könnte das vorher Gesagte für Viele ein Grund sein, in

dem Fall, dass nur eine Methode gelehrt werden soll, die geometrische auszuschliessen, ohne desshalb gerade ihre pädagogischen Vorzüge zu verkennen. Dadurch dass man, mit einer Art Umkehrung der letzteren, die auf analytischem Wege gewonnenen Resultate zum Aufsuchen einer Construction benutzen und so auch schwierigere Aufgaben durch eine solche trigonometrische Analysis der construirenden Lösung zugänglich machen kann, ist man ja auch bei solcher Entscheidung einigermassen in den Stand gesetzt, jene Concentration zweier Unterrichtsgebiete zu gewinnen.

Der Grund für eine solche Ausschliessung einer der beiden Methoden könnte jedoch nach meiner Ansicht höchstens in dem Mangel an Zeit gefunden werden. Die Meinung, dass „eine Vermengung beider Methoden nur dazu geeignet sei, bei den Schülern Unklarheit hervorzurufen,“ kann ich in keiner Weise theilen. Im Gegentheil scheint es mir ein ziemlich feststehender pädagogischer Satz zu sein, dass die Klarheit der Erkenntniss und des Wissens sicher durch eine Beleuchtung desselben Gegenstandes von verschiedenen Seiten gewinnen muss. Freilich kann und darf hier nicht von einem regellosen „Vermengen“ beider Methoden die Rede sein, sondern nur von einer geordneten, systematischen Unterweisung. Ich habe seit anderthalb Jahrzehnten den trigonometrischen Unterricht in Secunda und Prima ertheilt, und niemals gefunden, dass auf dem betreffenden Wege, bezw. durch denselben Unklarheit hervorgerufen worden wäre; im Gegentheil schien sich mir die Klarheit der Einsicht in das Verfahren stets durch die Gegenüberstellung und Vergleichung beider Methoden zu erhöhen. Meine Erfahrnng spricht also gegen jene Meinung und es wäre nicht uninteressant, auch von anderen Seiten die Resultate der Erfahrungen kennen zu lernen und zu hören, wie weit jene Meinung auf praktischen Proben und wie weit etwa nur auf einem Urtheil a priori beruhe.

Die Ausschliessung einer der beiden Methoden wird nun, wenn man die betreffenden Aufgaben in grösserem Umfang betrieben wissen will, auch noch dadurch erschwert, dass zahlreiche Aufgaben nur schwer ohne eine gleichzeitige Benutzung der beiderseitigen Principien gelöst werden können. Auch den Verfassern der mehrfach erwähnten Aufgabensammlung ist es trotz ihrer Absicht in Wirklichkeit nicht möglich gewesen, die geometrische

Methode in jeder Hinsicht auszuschliessen. So wird z. B. ausdrücklich gesagt, dass zur Lösung gewisser Aufgaben, in welchen (nach der obigen Bezeichnung) m_a eins der gegebenen Elemente ist, noch eine besondere Construction zu machen sei, welche dann weiterhin angegeben wird, u. dgl. m.

Es fragt sich nun, ist es richtiger, einige Dutzend oder gar Hunderte solcher Aufgaben (die genannte Sammlung enthält über 6000 derartige Combinationen für Dreiecke und Vierecke) mehr zu lösen und dafür eine der beiden Methoden mit den ihr innewohnenden besonderen Vorzügen preiszugeben, oder empfiehlt es sich mehr, den Nachdruck auf die Kenntniss verschiedener Verfahrungsweisen zu legen? Die Antwort auf diese Frage wird wesentlich von der Ansicht abhängen, welche man sich von der Aufgabe des mathematischen Unterrichts in dem Organismus unserer Schulen gebildet hat. Meinerseits glaube ich, dass ein richtig geleiteter Unterricht an den gegenwärtigen Gymnasien und Realschulen, abgesehen von besonderen Ausnahmefällen, die Zeit besitzt, um beide Methoden in mässiger, aber hinreichender Ausdehnung behandeln zu können, und dass dadurch für die Erregung des Interesses, die allgemeine geistige Ausbildung und die Befähigung zu wissenschaftlichem Arbeiten überhaupt mehr erreicht wird, als durch die Uebung einer einseitigen Fertigkeit an einem Haufen an sich gleichgiltiger Exempel.

Der Gebrauch analytischer Methoden ist, auch für den Lehrenden, sehr bequem. Die anscheinende Eleganz, die Leichtigkeit und Sicherheit ihrer Anwendung haben etwas Bestechendes, namentlich für jüngere Lehrer, die zudem oft durch ihre akademischen Studien zu einer Bevorzugung jener Methoden auch auf der Schule verleitet werden. Dem gegenüber muss immer wieder nachdrücklich darauf hingewiesen werden, dass der Schwerpunkt des mathematischen Schulunterrichts, der ja keine praktischen Mathematiker bilden soll, in der anschaulicheren und die selbständige geistige Thätigkeit jüngerer Leute mehr anregenden Geometrie liegt. Die einseitige Herrschaft der Algebra, welche sich in den oberen Classen unserer Schulen, wie es scheint, mehr und mehr einnistet, enthält eine grosse Gefahr für die pädagogischen Ziele und die Zukunft unseres Unterrichtsfaches. —

Die Rechnung mit allgemeinen Decimalzahlen (Decimalbrüchen) und ihre Stellung im Unterrichtspensum der höheren Schulen.*)

Von Dr. A. Kuckuck in Berlin.

Nachdem am 1. Januar 1875 die Mark in dem grössten Theile Deutschlands als Einheitsmünze eingeführt ist, ist die Schule noch mehr als bisher verpflichtet, der Rechnung mit allgemeinen Decimalzahlen eine hervorragende Stellung im Unterrichtspensum anzuweisen. Je eher die Schule vollständig mit dem Thalersystem bricht, um so eher wird sich auch die Rechnung mit der Mark einbürgern und um so eher werden sich die Bequemlichkeiten, welche die decimalen Mass- und Gewichtssysteme der Rechnung gewähren, zeigen und geltend machen. Die Regierung wird natürlich wesentlich zu einer schnellen Einführung der Mark auch in die Rechnungen des bürgerlichen Lebens beitragen, wenn sie die Münzen, welche als Hauptstützen des Thalersystems anzusehen sind, so bald wie möglich einzieht und durch Markmünzen ersetzt. Die Schule muss vor allen Dingen dem Leben vorarbeiten und es wird die Rechnung mit dem Thaler und seinen Unterabtheilungen um so eher aus den Köpfen der Menschen verschwinden, je vollständiger die Schule mit diesem System bricht. Ich glaube nicht zu weit zu gehen, wenn ich meine, dass in der Schule überhaupt nicht mehr mit Thalern gerechnet werden sollte: es ist meiner Ansicht nach genügend, wenn der Schüler lernt, Thaler, Silbergroschen und Pfennige auf dem kürzesten Wege in Mark zu verwandeln und allenfalls auch umgekehrt: er ist dann im Stande, jedes ihm in Thalern vorgelegte Exempel sofort in ein solches in Mark umzuwandeln, um sich so der Vortheile zu bedienen, welche die Rechnung mit Decimalzahlen bietet.

In den Rechenbüchern, die mir in den letzten Jahren in

---

*) Man vergl. zu diesem Aufsatze: I, 441. D. Red.

grosser Menge vorgelegen haben, nimmt nun allerdings die Rechnung mit Decimalzahlen einen grösseren Raum ein als früher, aber ich habe doch immer wieder constatiren müssen, dass sie namentlich die Rechnungen des bürgerlichen Lebens nicht beherrscht, sondern in diesen immer wieder von dem gemeinen Bruche verdrängt wird, der doch so wenig Berechtigung zu einer so hervorragenden Stellung hat. Nach Einführung der decimal getheilten Systeme hat in der That der gemeine Bruch nicht mehr den Werth für die Rechnung, den er früher hatte, an seine Stelle ist wesentlich die allgemeine Decimalzahl getreten und er muss mit dieser gleichsam die Rolle vertauschen, wenn die Vortheile, welche die neuen Systeme in sich für die Rechnung bergen, dieser auch zu gute kommen sollen. In die Rechnung und vor allen Dingen in die Aufgaben gehören nur diejenigen gemeinen Brüche, deren Nenner Factoren einer Potenz von 10 sind, also Halbe, Viertel, Fünftel, Achtel etc., nicht aber Drittel, Sechstel etc. Auf Brüche der letzteren Art kann allerdings die Rechnung selbst führen, aber doch nur in sofern, als ein solcher Bruch sich im Resultat zeigt; in diesem darf er natürlich nicht stehen bleiben, denn $20\frac{4}{7}$ Mark z. B. ist kein fertiges Resultat, es muss dafür 20,57 Mark gesetzt werden. Der Schüler wird also auch lernen müssen, derartige gemeine Brüche mit möglichst kleinem Fehler in Decimalzahlen zu verwandeln. Ich bin nun weit davon entfernt zu verlangen, dass man in den höheren Schulen nur mit solchen gemeinen Brüchen rechnen soll, deren Nenner Factoren einer Potenz von 10 sind und dass man die übrigen nur in so weit heranziehe, als es sich darum handelt, die noch nicht ausgeführte Division auszuführen, d. h. den Bruch in eine Decimalzahl zu verwandeln. Die Volksschule, deren Schüler im Allgemeinen mit dem 14. bis 15. Jahre in das Leben treten, könnte damit allerdings genug gethan haben, nicht aber die höheren Schulen. Wir rechnen in der Arithmetik nicht allein mit Decimalzahlen, sondern auch mit allgemeinen Zahlen und zu diesen gehört wesentlich der gemeine Bruch: es werden also die Schüler der höheren Schulen durchaus die vier Species in gemeinen Brüchen gründlich lernen müssen, wenn dem Verständniss der Buchstabenrechnung nicht von vornherein Hindernisse in den Weg gelegt werden sollen. Die Buchstabenrechnung braucht fortwährend die Beziehung auf die Lehre von den

gemeinen Brüchen und wird also eine gute Kenntniss derselben stets voraussetzen müssen. Wenn aber dieser Gesichtspunkt festgehalten wird, so wird das den gemeinen Brüchen gewidmete Pensum ausserordentlich entlastet, da die vielen Beziehungen, die man früher bei der Rechnung mit gemeinen Brüchen auf die bürgerlichen Rechnungen nehmen musste, zum grossen Theile fallen, indem diese letzteren von den Decimalzahlen beherrscht werden müssen. Andererseits wird aber die Rechnung in Decimalzahlen gegen früher bedeutend mehr belastet. Früher konnte man sich in der That mit der blossen Einübung der vier Species in allgemeinen Decimalzahlen begnügen, da diese nur in einfachster Form bei den Logarithmen, Zinseszinsrechnung etc. gebraucht wurden; Lehrer, welche das abgekürzte Rechnen verstanden und die Vortheile, welche dasselbe als Rechnen mit möglichst wenig Ziffern gewährt, kennen gelernt hatten, machten ihre Schüler auch wohl damit bekannt: damit war aber auch Alles gethan und dies mit gewissem Recht, denn die sogenannten Rechnungen des bürgerlichen Lebens hatten mit den Decimalzahlen so gut wie nichts zu thun. Jetzt ist dies mit einem Schlage anders geworden: der Kaufmann, der Handwerker muss jetzt ebenso gut wie der Gelehrte jene Art zu rechnen verstehen; er muss sie aber nicht allein verstehen, er muss auch, da ihm die Zahlen gleichsam unter der Hand gewachsen sind, die sich ihm darbietenden Aufgaben auf möglichst kurze und die Richtigkeit des Resultates sichernde Art lösen können. Das steht ja fest, dass die Rechnung mit gemeinen Brüchen im Allgemeinen dazu führt, grössere Zahlen durch Brüche mit kleinen Zahlen darzustellen, und dass uns jetzt diese Möglichkeit nur seltener geboten wird: wir rechnen also jetzt gewiss mit längeren Zahlen, sollen doch aber bei diesen längeren Zahlen nicht mehr, sondern weniger Zeit verbrauchen, als früher, da ja sonst die Vortheile der neuen Systeme ganz illusorisch wären. Dies ist auch in der That der Fall, denn die Nebenrechnungen fallen ja jetzt vollständig fort, das sogenannte Einrichten hat aufgehört und die Lösung eines Regeldetriexempels z. B. kann ohne Weiteres beginnen. Man denke nur an den Apparat, den man zur Lösung einer Aufgabe wie: „1 Wispel 5 Scheffel 11 Metzen kosten 35 Thlr. 12 Sgr. 3 Pfg.; was kosten 3 Wispel 7 Scheffel 6 Metzen?“ brauchte; die ähnliche Aufgabe: „15,11 *hl.* kosten 351,23 *M*;

was kosten 3,76 *hl.*?" hat auch nicht eine Spur von solcher Vorrechnung. Vergessen soll auch nicht werden, dass die Aufgaben der Rechenbücher ganz besonders zugestutzt wurden, damit sich ja genug hob und nicht zu grosse Zahlen in der Rechnung auftraten. Dergleichen Rücksichtsnahmen kennt aber das Rechnen mit Decimalzahlen nicht; das Heben führt sogar häufig zu grösseren oder für die Rechnung ungeschickten Zahlen. Schliesslich kommt es ja auch weniger auf die grösseren Zahlen als auf die Anzahl der Ziffern, die eine Aufgabe erfordert, an: bei den grösseren Multiplicationen und Divisionen pflegen weniger Fehler gemacht zu werden, denn diese sind ja mehrere Jahre lang geübt worden, die Nebenrechnungen (das Reduciren und Resolviren) sind es, in denen am häufigsten Fehler auftreten, weil in ihnen zu viele Kleinigkeiten zu beachten sind. Es werden demnach Rechnungen in Decimalzahlen im Allgemeinen mehr Wahrscheinlichkeit für ein richtiges Resultat haben, als gleich umfangreiche Rechnungen in gemeinen Brüchen. Der Rechner, der aber nichts weiter als die vier Species in Decimalzahlen nothdürftig gelernt hat, wird freilich übel berathen sein, denn er wird häufig auf Multiplicationen und Divisionen stossen, die das gewöhnliche Mass überschreiten und einen solchen Reichthum an Ziffern haben, dass er sich nur mit Widerstreben und mit wenig Aussicht auf die Richtigkeit seines Resultates an die Lösung machen wird. So fand ich in dem Rechenbuche eines bekannten Rechenlehrers eine einfache Regeldetriaufgabe vorgerechnet, in der die Kleinigkeit von 277 Ziffern berechnet und aufgeschrieben werden musste: dabei muss man freilich an dem Nutzen der neuen Systeme verzweifeln und die guten alten loben; in der That sind die armen Schüler zu bedauern, die dergleichen Exempel nach der neuen Methode rechnen müssen, denn wehe ihnen, wenn sie im Anfange einen kleinen Fehler machten, sie müssen noch einmal 277 Ziffern berechnen. So etwas kann bei einer einfachen Regeldetriaufgabe aber nur passiren, wenn man mit Decimalzahlen nicht verständig rechnet: bei etwas mehr Kenntniss von dieser Rechnung würde jener Herr 146 Ziffern weniger zur Lösung der Aufgabe gebraucht haben. Derselbe Rechenlehrer lässt auch periodische Decimalbrüche mit einander multipliciren: das Product muss natürlich auch periodisch sein, damit nicht etwa ein Billionstel verloren geht. Er gibt also die An-

weisung, von den Factoren so viel Perioden zu nehmen, dass nach der Multiplication im Producte die Periode erkannt werden kann. Vor solcher Rechnung muss man wirklich einen gewissen Horror bekommen: man denke sich nur zwei von Siebenteln herrührende Decimalbrüche multiplicirt, in dem Product derselben hat die Periode nicht weniger als 42 Ziffern! Ich führe dergleichen an, um zu zeigen, wie gering die Kenntniss mit Decimalzahlen verständig und zweckentsprechend zu rechnen selbst bei Lehrern ist, die sich Rechenlehrer nennen und sich berufen fühlen, Rechenbücher zu schreiben.

Um mit Decimalzahlen mit einem möglichst kleinen Aufwande von Ziffern zu rechnen, muss man in der That etwas mehr davon gelernt haben als die blossen vier Species. Vor allen Dingen gehört dazu eine eingehende Bekanntschaft mit dem decimalen Zahlensystem; diese ist die unentbehrliche Grundlage, ohne welche gewandtes Rechnen, das aus der Form der Zahlen Vortheile zieht, gar nicht möglich ist. Diese Bekanntschaft mit dem decimalen Zahlensystem muss aber bereits bei dem Rechnen mit ganzen Zahlen (dekadischen Zahleinheiten) angebahnt werden, zumal da sie diesem ebenso zu gute kommt wie jenem. Ich rechne dazu auch eine genaue Kenntniss der Factoren von den kleineren Potenzen von 10; ist diese erlangt, so ergeben sich sofort für den Rechner ganz wesentliche Vortheile, die nicht zu den sogenannten Rechnungskünsteleien gehören. Man multiplicirt und dividirt dann nicht mehr mit 5, 25, 50, 125 etc., sondern dividirt und multiplicirt anstatt dessen mit 2, 4, 8 etc. Diese Vereinfachungen lassen sich wohl schon in der Vorschule, mindestens aber in Sexta begreiflich machen; jedenfalls brauchen die Schüler noch nicht die Lehre von den gemeinen Brüchen absolvirt zu haben. Da die in den Rechnungen des praktischen Lebens auftretenden niederen Einheiten, wie Pfennige, Gramm etc. häufig auf 5 oder 10 abgerundet sind, so bietet sich sehr oft Gelegenheit, diese Vortheile anzuwenden. Wenn aber der Schüler auch ohne die Mahnung des Lehrers von diesen Vortheilen Gebrauch machen soll, so muss ihm die Anwendung ausserordentlich geläufig sein, weil er sonst ganz gewiss den sicheren, wenn auch längeren Weg dem unsicheren vorzieht. Ausserdem wird, wie schon oben bemerkt, eine genaue Bekanntschaft mit dem Eigenthümlichen unseres Zahlensystems und seiner schriftlichen

Darstellung durch Ziffern eine unerlässliche Vorbedingung für gewandtes und verständiges Rechnen mit Decimalzahlen sein. Um eine wichtige Einsicht in jene Eigenthümlichkeiten zu erlangen, scheint es mir auch nöthig, dem Schüler Systeme mit anderer Grundzahl vorzuführen, damit er einsieht, dass der überaus hohe Vorzug unserer schriftlichen Darstellung der Zahlen nicht darin beruht, dass je zehn Einheiten eine Einheit der nächst höheren Ordnung bilden. Ich erinnere dabei an die Worte Diesterwegs: „Sowie man nur dadurch, dass man einen Gegenstand mit anderen vergleicht, eine klare und deutliche Vorstellung von demselben erhält, ebenso ist es, um unser zehntheiliges Zahlensystem recht klar anzuschauen, nothwendig, Zahlen noch in anderen beliebig angenommenen Zahlensystemen auszudrücken.“

Ein anderer ausserordentlich wenig beachteter und doch so sehr wesentlicher Punkt ist das Abkürzen der Zahlen. In den meisten Rechenbüchern findet man desselben gar nicht Erwähnung gethan; vielleicht findet man auch einige Zeilen darüber, hinterher wird aber nie Anwendung davon gemacht. Es verdient grade dieser Punkt eine ganz besondere Beachtung, weil der Rechner häufig deswegen lieber zu den gemeinen Brüchen greift, als zu den Decimalzahlen, weil er meint, es könne doch das Resultat durch den gemeinen Bruch genau ausgedrückt werden, während sich dies bei Decimalzahlen nicht immer thun liesse. Er bedenkt dabei freilich nicht, dass für die Praxis der in einem Resultat auftretende gemeine Bruch das Resultat unfertig macht; was nutzt z. B. die Genauigkeit in einem Resultat wie $35\frac{2}{3}$ ℳ? Die $\frac{2}{3}$ ℳ kann Niemand bezahlen, sie müssen durch uns in Pfennige ausgedrückt und durch 67 Pf. ersetzt werden. Ich verlange deswegen auch in der Rechnung mit gemeinen Brüchen von meinen Schülern das Resultat in benannten Zahlen stets ohne Bruch, d. h. mit der Praxis übereinstimmend. Etwas Anderes ist es natürlich mit Resultaten, die noch in der weiteren Rechnung Verwendung finden sollen. Eine eingehende Behandlung dieser Abkürzungen führt eigentlich ganz von selbst auf die Frage: ist es nicht möglich die Rechnung so zu gestalten, dass die unnützen, im Resultate zu streichenden Ziffern erst gar nicht berechnet werden? Man kommt so mit den Schülern ganz von selbst auf das abgekürzte Rechnen und ich habe nie bemerkt, dass es ihnen besondere Schwierigkeiten machte; meine Schüler rechnen, wenn

es nur irgend angeht, abgekürzt, ohne dass sie besonders daran gemahnt werden müssten. Die Nothwendigkeit der abgekürzten Rechnung scheint in neuerer Zeit allgemeiner erkannt worden zu sein, denn es sind in kurzen Zwischenräumen mehrere Darstellungen jener Rechnung erschienen: so weit ich es verfolgt habe, existiren ausser der meinigen solche von Arendt, Bohnstedt, Harms, Mauritius und Schwarz. Von diesen Verfassern ist jedenfalls der grosse Werth dieser Rechnung erkannt worden; zugleich ersieht man aber aus der Art ihrer Darstellung, dass nur die Unkenntniss der Anwendung dieser Rechnung im Wege steht, nichts Anderes. Wir müssen aber durchaus abgekürzt rechnen, wenn wir die Vortheile, die die neuen Systeme der Rechnung gewähren, ganz ausnutzen wollen. Dass das abgekürzte Rechnen ausserdem die Ueberlegung der Schüler fortwährend fordert und mechanisches Rechnen ausserordentlich hindert, trägt zur Empfehlung dieses Unterrichtsgegenstandes noch besonders bei.

Nachdem die meisten Währungszahlen Potenzen von 10 geworden sind, wirken diejenigen, welche keine Potenzen von 10 und auch nicht Factoren solcher Potenzen sind, dann störend ein, wenn sie mit zehntheiligen Währungszahlen zusammen auftreten. Dazu gehören z. B. Stunden (Grade), Minuten und Secunden; Ballen, Ries etc. Es tritt zur Vermeidung daraus entstehender Unbequemlichkeiten für die Rechnung dann die Nothwendigkeit ein, die niederen Einheiten in decimalen Theilen der Haupteinheit darzustellen. Derartige Umwandlungen sind also mitunter beinahe nothwendig, zugleich bilden sie aber auch ein ausserordentlich instructives Material für die Lehre von der Fehlerbegrenzung. Dahin gehören also Aufgaben wie diese: „Verwandle 5 Stund. 48 Min. 48 Sec. in einen decimalen Tagbruch, dessen Fehler kleiner als $\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$) Secunde ist.“ Der Schüler sieht aus der Bearbeitung derartiger Aufgaben recht deutlich, wie man mit Hülfe der Decimalzahlen jede beliebige Genauigkeitsgrenze erreichen kann und in Folge dessen sind solche Aufgaben vorzüglich geeignet, die etwa auftretenden Bedenken eine gekürzte, und mit einem Fehler behaftete Decimalzahl in der Rechnung oder in der Praxis zu verwenden, zu heben.

Nachdem ich so versucht habe die jetzt nach der Einführung der

neuen Systeme nothwendig gewordenen Erweiterungen der Lehre von den Decimalzahlen aufzustellen, will ich die Frage beantworten, welche Stelle des Unterrichtspensums diese Zahlen am passendsten einnehmen. Diese Frage wird nun um so leichter zu beantworten sein, nachdem ich den Umfang dieser Lehre in allgemeinen Umrissen gezeichnet habe. Zunächst wird dem erfahrenen Lehrer klar geworden sein, dass die Lehre von den Decimalzahlen in dieser Form eine ziemlich bedeutende Zahl von Unterrichtsstunden erfordern wird; der Mehrbedarf gegen früher wird sogar recht bedeutend sein. Früher, vor Einführung der neuen Systeme schloss sich auf den höheren Schulen an das Rechnen mit mehrfach benannten ganzen Zahlen das Rechnen mit gemeinen Brüchen: dieses nahm naturgemäss eine recht bedeutende Zeit in Anspruch, zumal wenn man sich nicht mit mechanischer Einübung der vier Species etc. begnügte. Es folgte dann die Lehre von den sogenannten bürgerlichen Rechnungsarten, die schon den grössern Theil des Pensums der Quarta in Anspruch nahm. Hieran schloss sich bei ziemlich knapp bemessener Zeit das Rechnen mit Decimalzahlen, das gewöhnlich nur in unbenannten Zahlen geübt wurde. Das Rechnen mit Decimalzahlen verlangt jetzt, wie mir wohl Jeder zugeben wird, bedeutend mehr Zeit. Wo soll sie herkommen, wenn uns nicht mehr wöchentliche Rechenstunden zugestanden werden? Das Rechnen mit ganzen Zahlen wird jetzt um so weniger verkürzt werden können, da es ja die wesentliche Grundlage für das Rechnen überhaupt bildet; gehörige Uebung in den vier Species mit ganzen Zahlen ist die unentbehrliche Erforderniss für gedeihliches weiteres Fortschreiten. Es bleibt also nichts weiter übrig als die den gemeinen Brüchen bisher gewidmete Zeit zu Gunsten der Decimalzahlen zu verkürzen. Dies ist nach dem oben Gesagten sehr leicht möglich, da die Lehre von den gemeinen Brüchen nach der Einführung der neuen Systeme sehr bedeutend entlastet ist. Ich glaube nicht fehl zu greifen, wenn ich verlange, dass die Lehre von den Decimalzahlen, nachdem diese Zahlen in der Rechnung des bürgerlichen Lebens an Stelle der gemeinen Brüche getreten sind, in der Schule diejenige Zeit in Anspruch nehmen muss, die früher der Lehre von den gemeinen Brüchen gewidmet wurde, dass also auch äusserlich ein Tausch stattfindet. Ein solcher Tausch wird vielleicht noch zu Gunsten

der gemeinen Brüche geschehen, wenn dem Unterricht in den allgemeinen Decimalzahlen bei dem Rechnen mit ganzen Zahlen in zweckentsprechender Weise vorgearbeitet wird. Dies geschieht, wie schon oben bemerkt, durch gründliches Eingehen auf die Eigenthümlichkeiten des Zehnersystemes und durch passende Verwerthung des Schreibens und Rechnens mit den neuen Systemzahlen. Meiner Ansicht nach muss der Sextaner nicht mit 7 ℳ 45 Pf. sondern mit 7,45 ℳ rechnen. Er rechnet dann schon mit allgemeinen Decimalzahlen, ohne es nur zu wissen. Auf gleiche Weise kann aber auch das Rechnen mit mehrfach benannten ganzen Zahlen zweckentsprechend mit dem Rechnen mit kleinern gemeinen Brüchen verbunden werden, um so bedeutende Vortheile für das Rechnen zu gewinnen. Es werden sich die vier Species in Halben, Vierteln, Fünfteln etc. recht gut mit dem Rechnen in mehrfach benannten Zahlen verbinden lassen; diese Verbindung kommt namentlich dem Kopfrechnen ausserordentlich zu gute. Sollen wir nun jenen Tausch auch in der Weise vollziehen, dass wir dem Rechnen mit mehrfach benannten Zahlen nicht mehr wie bisher die gemeinen Brüche, sondern die allgemeinen Decimalzahlen folgen lassen? Für mich sind diese letzteren Zahlen keine besondere Art von dem gemeinen Bruch, also kein Bruch, dessen Nenner eine Potenz von 10 ist, ich betrachte sie vielmehr als eine naturgemässe Erweiterung der ganzen Zahl und nenne sie daher auch nicht gern „Decimalbrüche.“ Die Zehntel stehen zu den Einern genau in demselben Verhältniss wie die Einer zu den Zehnern, man braucht sich also nicht auf die Lehre von den gemeinen Brüchen zu stützen, um die Zehntel entstehen zu lassen. Hält man an diesem Gesichtspunkte consequent fest, so wird es leicht gelingen das Rechnen mit decimalen Einheiten auf das Rechnen mit dekadischen Einheiten zurückzuführen, wie ich dies in meiner Schrift „Rechnen mit decimalen Zahlen etc.“ versucht habe. Es wird eine solche Zurückführung natürlich um so leichter sein, wenn man bei dem Rechnen mit dekadischen Einheiten auf das später folgende Rechnen mit decimalen Einheiten gebührend Rücksicht nimmt und die Schüler nicht Gewohnheiten annehmen lässt, die sie später wieder ablegen müssen.

Der Schüler, welcher bei dem Rechnen mit mehrfach benannten Zahlen gelernt hat, Aufgaben, in denen die neuen Systeme zur

Verwendung kommen, naturgemäss zu lösen d. h. die vier Species in der folgenden Form zu behandeln, wird keinen Schwierigkeiten begegnen, wenn es sich um unbenannte Zahlen derselben Form handelt.

```
 7,25 M.       6,213 kg.      3,47 hl. × 327
 6,37 „      — 3,594 „        ————
 3,45 „      ——————————       1041
 0,75 „        2,619 kg.       694
——————                         2429
17,82 M.                      ————
                              1134,69 hl.

        57,240 kg. : 45 = 1,272 kg.
        45
        ——
        122
         90
        ———
         324
         315
        ————
           90
```

Gestützt auf solche Vorkenntnisse wird man ausserordentlich schnell in der Erklärung der Rechnung mit decimalen Einheiten vorwärts kommen und man wird nur die Multiplication und Division auf die Fälle auszudehnen brauchen, wo es sich um einen Multiplicator resp. Divisor mit decimalen Einheiten handelt. So schliessen sich die vier Species in allgemeinen Decimalzahlen naturgemäss an die vier Species in mehrfach benannten ganzen Zahlen an und die Schwierigkeit der Sache wird jedenfalls gleichen Schritt mit der intellectuellen Ausbildung der Schüler halten. Nicht so naturgemäss erscheint mir hingegen der Uebergang zu den vier Species in gemeinen Brüchen. Die Einsicht in dieselben erfordert gewiss schon ein grösseres Mass von intellectueller Fähigkeit und der Mangel an derselben und die dadurch für den Unterricht entstehende Schwierigkeit führt gar zu leicht den Lehrer dazu, jede Erklärung bei Seite zu lassen und sich mit der blossen mechanischen Einübung zu begnügen. Es gilt dies, wenn nicht von der Addition und Subtraction, so doch namentlich von der Multiplication und Division gemeiner Brüche. Ausserdem rechnet man bei gemeinen Brüchen häufig nur mit kleinen Zahlen, um nicht die Schwierigkeiten zu häufen, und richtet zusammengesetzte Aufgaben so ein, dass sie sich durch

Heben auf kleinere Zahlen reduciren. Der Schüler entwöhnt sich in Folge dessen so sehr des Rechnens mit grösseren Zahlen, dass er ordentliche Angst vor denselben hat und leicht die Rechnung abbricht, wenn sie ausnahmsweise einmal auf grössere Zahlen führt, weil er meint, er habe falsch gerechnet.

An die vier Species mit allgemeinen Decimalzahlen werden sich passend Exempel dieser Art anschliessen:

$$\frac{518{,}9 + 1{,}9 .\ 33{,}07}{6{,}943 : 0{,}053 - 41}$$

Dergleichen Aufgaben bilden ein sehr brauchbares Uebungsmaterial, weil in ihnen die vier Species zusammengefasst sind. Hierauf würden nun einfache Aufgaben in benannten Zahlen folgen können, wie sie die Vorübungen zur Regeldetri und Regeldetriaufgaben in kleineren Zahlen selbst darbieten.

Meiner Erfahrung nach dürfte dieser Abschnitt als Rechenpensum für die ersten drei Semester der höheren Schulen ausreichen. Am grauen Kloster in Berlin haben wir in Sexta halbjährigen, in Quinta einjährigen Cursus: da wir keine Vorschule haben, also Schüler erhalten, die in sehr verschiedenen Schulen vorbereitet sind, ist es durchaus nothwendig, den Unterricht in der Sexta mit den vier Species in ganzen Zahlen zu beginnen, damit die Schüler die verschiedenen Gewohnheiten, die sie sich beim Rechnen angewöhnt haben, ablegen und gleichsam unter einen Hut gebracht werden. In Folge dessen werden wir in unserem Rechenpensum etwas hinter demjenigen jener höherer Schulen zurückstehen, die im Besitze von Vorschulen sind. Immerhin wird aber der Theil des von mir bis jetzt aufgestellten Pensums das Rechenpensum in Quinta grösstentheils, wenn nicht ganz, in Anspruch nehmen.

Nachdem man nun soweit vorgeschritten ist, dürfte es sich empfehlen, mit dem Rechnen in allgemeinen Decimalzahlen das Rechnen in gemeinen Brüchen zu verbinden. Die für die Lehre der gemeinen Brüche nothwendigen Vorübungen werden im Allgemeinen sehr wenig Zeit in Anspruch nehmen, da sich schon vorher häufig genug Gelegenheit geboten hat, dieselben durchzunehmen; man wird demgemäss alsbald zum Addiren und Subtrahiren gemeiner Brüche schreiten können. Nach der Einübung derselben bietet sich nun eine schöne Gelegenheit, zum abgekürzten Addiren und Subtrahiren allgemeiner Decimalzahlen überzugehen, da diese

eine grosse Erleichterung bei der Addition und Subtraction solcher gemeiner Brüche gewähren, deren Nenner einen grossen Generalnenner zur Folge haben. Indem man zuweilen dasselbe Exempel auf zwei verschiedene Arten rechnen lässt, kann man auch durch Vergleichung der beiden Resultate die Schüler von der Genauigkeit überzeugen, die sich durch abgekürztes Rechnen erreichen lässt. Es folgt nun Multiplication und Division in gemeinen Brüchen, respective abgekürzte Multiplication und Division allgemeiner Decimalzahlen. Auch hier ist eine Verbindung der beiden Rechnungsarten sehr instructiv, indem sie zeigt, welche Folge der Operationen eintreten muss, um das Resultat so genau wie möglich zu erhalten. Ist z. B. durch die Rechnung als Preis eines Kilogramms $\frac{5}{6}$ *M.* ermittelt worden und die Frage gestellt, wie hoch der Preis von 526 *kg.* ist, so ergibt sich natürlich, dass es verkehrt wäre, $\frac{5}{6}$ *M.* zu Pfennigen zu machen, um dann die Multiplication auszuführen, da man entweder sehr viel unnütze Ziffern berechnen oder bei wenigen Ziffern eine grosse Ungenauigkeit zulassen müsste: der Schüler wird selbst finden, dass es hier richtiger ist mit dem gemeinen Bruch zu multipliciren, als mit der ungenauen Decimalzahl, und dass erst nach der Multiplication die Division auszuführen ist. Es würde mich zu weit führen, wenn ich die zahlreichen Beziehungen, die sich aus einer solchen Verbindung der beiden Rechnungsarten herleiten lassen, hier aufzählen wollte: dieselbe ist meiner Ansicht nach deswegen ausserordentlich werthvoll, weil sie zu einem auch bei dem Schüler erreichbaren verständigen Rechnen führt, welches ohne Rechenkünstelei die zweckmässigste Verbindung der in der Rechnung auftretenden Zahlen erstrebt.

Bei einem solchen Gange im Pensum scheint mir durch den Rechenunterricht auf den höheren Schulen nicht nur eine durchaus genügende Basis für den arithmetischen Unterricht, sondern auch für die Rechnungen des bürgerlichen Lebens geschaffen zu sein. Wollen wir stets auf dem kürzesten Wege zum Ziele gelangen, so muss in der That die allgemeine Decimalzahl in gewisser Beziehung mit dem gemeinen Bruche fortwährend Hand in Hand gehen.

Es könnte vielleicht befremdlich erscheinen, dass diese meine Ansicht über die Stellung der Decimalzahlen im Unterrichts-

pensum in Widerspruch mit der Aufeinanderfolge steht, die in dem von Hr. Prof. Harms und mir herausgegebenen Rechenbuche befolgt ist. Der Widerspruch ist indessen nur scheinbar, weil in diesem Rechenbuche der Rechnung mit allgemeinen Decimalzahlen die Rechnung mit gemeinen Brüchen nicht zu Grunde gelegt, die erstere vielmehr unabhängig von dieser behandelt ist. Es ist demnach bei Zugrundelegung dieses Rechenbuches durchaus möglich, den von mir empfohlenen Gang inne zu halten. Ausserdem würde es sich auch nicht empfehlen, ein Rechenbuch speciell für diesen Gang einzurichten, weil man dadurch die Uebersicht über die der Natur der Sache nach zusammengehörigen Gegenstände erschweren würde. Der gewissenhafte Lehrer wird die kleine Mühe nicht scheuen, die ihm aus einer Zusammenstellung des im Unterricht Zusammengehörigen entsteht.

Naturwissenschaftliche Vorlesungsapparate.

Von Dr. Friedrich C. G. Müller in Osnabrück.

Erste Mittheilung.

Galvanometer und Rheostat.

Mit 1 Figurentafel [Taf. Nr. I].

Jeder Lehrer der Physik wird gefühlt haben, wie wünschenswerth es wäre, galvanometrische Apparate, namentlich eine genaue Tangentenbussole zu besitzen, deren Angaben von einem grossen Auditorium gleichzeitig scharf wahrgenommen werden könnten. Eine höhere Unterrichtsstufe muss ja auf die quantitativen Gesetze überhaupt, speciell auf das Ohmsche Gesetz und die auf ihm basirenden Messungen, das Hauptgewicht legen. Der Vortrag wird aber erst dann bei der Mehrzahl der Hörer sein Ziel erreichen, wenn ein jeder das Gesetz aus dem Experimente hervorgehen oder doch sich bestätigen sieht. Die gebräuchlichen Galvanometer sind jedoch zur Demonstration völlig untauglich; erfordert es ja schon Uebung, dass der dicht dabei stehende Beobachter eine brauchbare Ablesung vornehmen kann. — Einzelne Professoren haben nun allerdings für ihre Vorlesungen Reflexionsinstrumente zusammengestellt, welche den Stand der Galvanometernadel auch dem entferntesten Zuhörer sichtbar machen; allein zur Ausführung von Messungsreihen sind auch diese Apparate unbrauchbar, weil die Intensitäten nur bei ganz kleinen Ausschlägen den Ablenkungswinkeln proportional gesetzt werden können, sonst aber erst durch eine Rechnung gefunden werden müssen, was nicht nur zu viel Zeit in Anspruch nimmt, sondern den Ueberblick über die zusammengehörigen Versuche bedeutend erschwert. Ausserdem erfordert der Apparat bei Anwendung von Lampenlicht Verdunkelung des Zimmers und ist für Schulzwecke viel zu künstlich und unübersichtlich.

Die ersten Erfordernisse eines guten Vorlesungsapparats sind Einfachheit und Durchsichtigkeit der Construction und

leichte Verständlichkeit des Princips; seine Angaben sollen auch auf den letzten Bänken völlig deutlich zu sehen sein und bei messenden Apparaten, z. B. Galvanometern, keine Umrechnung verlangen. Schliesslich sollen messende Vorlesungsapparate sich nicht nur möglichst an die zu wissenschaftlichen Arbeiten dienenden Constructionen anschliessen, sondern auch selber zu exacten Untersuchungen brauchbar sein. Wenn man den Unterschied der Schulapparate von wissenschaftlichen Apparaten nur in der mangelhafteren, weit billigeren Ausführung sucht, so bekundet das einen leider weit verbreiteten pädagogischen Irrthum. Sowie man die Eigenthümlichkeiten einer Pflanzenart niemals an einer Missbildung demonstriren kann, so erzeugen unvollkommene Apparate Zerrbilder, welche um so mehr haften, als es den Schülern meistens an Gelegenheit fehlt, den betreffenden Apparat in musterhafter Ausführung kennen zu lernen. Oft genug habe ich in den Läden industrieller Mechaniker Schulapparate gesehen, die bei dem glänzendsten Aussehen in Folge liederlicher Arbeit völlig unbrauchbar waren, trotzdem aber wegen ihrer Wohlfeilheit flott abgesetzt wurden, um die Begriffe der Schüler zu verwirren und unkundige Lehrer in Verlegenheit zu bringen. Ist es denn so vielen Lehrern der Physik unbekannt, dass die meisten messenden Apparate zumal eine oberflächliche Ausführung durchaus nicht zulassen, wenn sie ihren Zweck erfüllen sollen? Eine vor der Classe ausgeführte, nicht stimmende Messungsreihe ist absolut schädlich, sie erweckt Zweifel und Verwirrung in jeder Hinsicht. Deshalb ist es beim Fehlen eines guten Apparats einzig rathsam, die betreffenden Versuche ganz fortzulassen, obgleich nichts den reiferen Schüler mehr fördert, als eine Anzahl einfacher Beobachtungen, aus welchen er, ohne dass der Lehrer viel dazu sagt und thut, die Wichtigkeit der im Buche stehenden Formel ersieht.

Die heute zu beschreibenden, von mir construirten und in bereits dreijährigem Gebrauche erprobten, Instrumente entsprechen den obigen Anforderungen bei verhältnissmässig geringem Preise.

Das Galvanometer ist im Wesentlichen die gewöhnliche Tangentenbussole. Seine erste Eigenthümlichkeit besteht darin, dass sich die Mangnetnadel nicht auf einer verticalen Spitze, sondern um eine horizontale, in der Richtung des mangnetischen Meridians liegende Axe dreht. Figur I stellt die Nadel in halber

Grösse dar und erfordert nur wenige Worte zu ihrem Verständniss. Die Nadel besteht aus zwei starken Stahlblechen, zwischen denen die Axe *mm* liegt. Beide Hälften sind durch die Schraube *s* auf die Axe gepresst und vor seitlichem Ausweichen durch die Stifte *t* geschützt. Oben und unten sind die mit der Axe gleich dicken Messingstücke *n* und n_1 fest zwischen die Bleche genietet. Durch die Axe von *s* geht normal zu der Nadelfläche der Messingdraht *ab*. Die Hälfte *a* desselben ist mit einem feinen Gewinde versehen, auf dem sich die Balancirschrauben *c* bewegen. Ueber das Ende *b* wird bei der Zusammenstellung des ganzen Apparats ein ausgezogenes, geschwärztes Glasröhrchen gekittet, sodass man einen Zeiger von 50 Ctm. Länge erhält. — In dem oberen Messingstück befindet sich eine feine Schraubenspindel, auf der sich die Mutter *d* zur Regulirung des Schwerpunkts bewegt. — Die harten Stahlspitzen *e* und *e'*, welche die Angelpunkte der Nadel bilden, kommen in kleine auf Messingsäulchen befestigte Achatpfannen. Die vordere Pfanne nebst Säulchen zeigt Figur I im Durchschnitt. — Die Mangnetisirung der Nadel geschieht am besten in einer Mangnetisirungsspirale.

Das ganze Galvanometer wird durch Figur III in $\frac{1}{10}$ natürlicher Grösse dargestellt. *ABC* ist die auf einem Fuss und 2 Stellschrauben ruhende Grundplatte. Senkrecht auf dem Theil *AB* steht das aus zwei Dicken mit gekreuzten Fasern zusammengeleimte Brett *DD*. Auf der Fläche dieses Brettes ist der Ring des Galvanometers befestigt; derselbe bildet eine Bandspirale von 6 von einander isolirten Umgängen aus einem 2 Ctm. breiten, $0{,}8^{mm}$ dicken Kupferstreifen. Der mittlere Ringradius ist 17 Ctm. An die Enden der Spirale sind die durch das Brett *DD* gehenden übersponnenen Zuleitungsdrähte gelöthet.

Aus Figur III ist ferner ohne Weiteres zu erkennen, wie die zuvor beschriebene Nadel aufgestellt ist; ihre Entfernung von der Ebene des Ringes beträgt die Hälfte von dessen Radius. In ihrer Ruhelage kommt der lange Zeiger *Z* in die Ringaxe, die Nadelaxe aber parallel zur Ringebene zu liegen. Dicht hinter dem Zeiger befindet sich auf einem grossen, vertical stehenden, mit Zeichenpapier überklebten Brette die Scala. Diese Scala bildet die zweite wesentliche Eigenthümlichkeit des Instruments, indem ihre Angaben dem Tangens des entsprechenden Ablenkungswinkels proportional sind. Der Nullpunkt liegt in gleicher Höhe mit der

Nadelaxe. Von demselben aus sind senkrecht nach oben und unten, in gleichen Abständen von nicht ganz 2 Ctm., die Punkte 0—25 aufgetragen. Von diesen Punkten sind mittelst der Reissfeder kräftige Linien bis an die Peripherie des von der Zeigerspitze beschriebenen Kreises gezogen, und zwar in genau radialer Richtung. Um die Scala nicht unbequem zu vergrössern, ist auch die obere horizontale Kante zum Auftragen der Scalenpunkte 25—55 benutzt; natürlich sind auch die den oberen Rand in diesen Punkten schneidenden Radiallinien so gezeichnet, dass sie durch die fortgesetzte Theilung der verlängerten verticalen Scala gehen müssten. Jeder der so erhaltenen Scalentheile ist noch durch schwächere und nur 6^{mm} lange Striche, welche am inneren Rande eingetragen sind, in Fünftel getheilt. Alles Uebrige lässt sich aus der Figur am besten erkennen. Die Dicke der Scalenlinien muss sich natürlich der Grösse des Lehrzimmers anpassen. Bei meinem Apparat sind sie wenig über $\frac{1}{2}^{mm}$ dick und lassen sich auf 8^{m} Entfernung noch scharf erkennen. Der Leser braucht übrigens nur die Figur III aus einer Entfernung von $\frac{1}{2}^{m}$ anzusehen, so hat er einen Begriff wie sich der Apparat in einem Abstand von 5^{m} ausnimmt. — Die Ablesung der Nadelstellung an dieser Scala ist ungemein scharf; das kommt daher, dass der schwarze 1^{mm} dicke Zeiger sich auf der grossen weissen Fläche äusserst deutlich abhebt, weshalb man auf's genaueste sehen kann, welche Scalenlinie in die Verlängerung desselben fällt. Da ich beim Gebrauch des Apparats vor der Classe die Nadelstellungen durch einen beliebigen Schüler ausrufen lasse, konnte ich bald feststellen, dass man noch in 5^{m} Entfernung bis auf $\frac{1}{10}$ Scalentheil ($\frac{1}{4}$ Bogengrad in der Nähe des Nullpunkts) genau abliest.

Die grösste Ablenkung, welche der Nadel durch eine Hemmung gestattet ist, beträgt etwas über 60^{0}. Ihren Schwerpunkt regulirt man passend so, dass durch einen Strom von der voltametrischen Intensität 1 die Ablenkung 1 stattfindet. Um den Apparat auch für sehr starke Ströme, z. B. beim unmittelbaren Einschalten in den Kreis eines grösseren Zink-Kohle-Elements, benutzen zu können, befindet sich am Ring eine äusserst einfache Vorrichtung, um die Hälfte der Umgänge auszuschalten. Es ist nämlich an der dem Beschauer zugewendeten Seite die erste und vierte Windung des Ringes mit einem kleinen Lappen von Kupferblech

verlöthet; dadurch, dass diese Lappen mittelst einer Klemme vereinigt werden, sind drei Windungen überbrückt.

Um jeden Luftzug abzuhalten, befindet sich 2 Ctm. vor der Scala eine grosse Glastafel; eine kleinere Tafel steht vor der Nadel und der dieselbe tragenden Console; beide Scheiben können leicht fortgenommen werden. Der Raum hinter der Nadel ist durch ein in der Figur nicht gezeichnetes Brett geschlossen. Oben und an den Seiten ist der Raum zwischen Rückwand und Glastafeln natürlich ebenfalls abgeschlossen.

Die Dämpfung der Nadelschwingungen wird schon durch den Widerstand der Luft gegen den langen Zeiger fast hinreichend bewerkstelligt. Befestigt man aber am Zeiger noch eine kleine Fahne von Seidenpapier, so steht die Nadel schon nach wenigen Secunden still.

Wenn man den Apparat nicht gebraucht oder fortträgt, wird die Nadel von ihren Pfannen genommen und mit den Spitzen in zwei zu dem Zwecke in den horizontalen Theil der Console gebohrte Löcher gestellt. Um die Nadel bequem fassen und Verstellungen an den Regulirschrauben vornehmen zu können, befindet sich im Brett *D D* eine in der Figur punktirt angedeutete Thür.

Ich lasse noch einige Bemerkungen in Bezug auf Einzelheiten folgen. — Die platte und breite Gestalt erhielt die Nadel wesentlich deshalb, damit die magnetische Axe parallel zur Nadelrichtung werde; auf diese Weise kann man trotz der geringen Länge durch eine Vergrösserung der Breite einen starken Magnetismus erzielen und ist doch sicher, dass die Richtung der Nadel auch die des Magnetismus in derselben ist. Auch anderweitig dürfte diese Nadelconstruction mit Vortheil angewendet werden können.

Die Empfindlichkeit der Nadel mit ihrer wälzenden Reibung ist sehr gross, jedenfalls ungleich grösser als bei Bussolennadeln, welche sich mit gleitender Reibung auf einer verticalen Spitze drehen. Aus mikroskopischen Beobachtungen der Zeigerspitze ergab sich, dass meine Nadel mindestens bis auf 20 Bogensecunden genau einspielt, auch wenn allein die Directionskraft des Erdmagnetismus auf sie wirkt. Da sie unter denselben Umständen schon durch schwache Ströme stark abgelenkt wird, muss der Schwerpunkt für den gewöhnlichen Gebrauch etwas

unter die Drehungsaxe gebracht werden, wobei die Genauigkeit des Einspielens noch vergrössert wird. Wenn man anderseits den Schwerpunkt durch Hochschrauben der Mutter *d* über die Drehungsaxe bringt, kann man die Directionskraft bis zur Astatie verringern. Dabei erfolgen selbst durch ganz schwache Ströme bedeutende Ausschläge, so dass der Apparat in vielen Fällen den Multiplicator ersetzt.

Ich bin der Ueberzeugung, dass jedem Fachmann die ungemein vielseitige Anwendbarkeit dieses bequemen Instrumentes nicht allein zu Unterrichtszwecken, sondern auch zu wissenschaftlichen Untersuchungen einleuchten wird. Nur darauf will ich noch hinweisen, dass sich dasselbe auch ganz vorzüglich zu magnetometrischen Versuchen eignet. Stellt man z. B. einen grösseren Hufeisenmagneten so, dass die Verbindungslinie seiner Pole in die Ringaxe fällt, und rückt ihn in die doppelte und dreifache Entfernung, so verhalten sich die Angaben der Nadel wie 27 : 8 : 1, dem Gauss'schen Gesetz entsprechend.

Zusatz: Statt auf zwei Spitzen, liess ich die Nadel anfangs auf einer Schneide ruhen, bin aber davon abgekommen, weil es nicht möglich ist, ihr einen hinreichend sicheren Aufstellungsort zu geben; durch die in einem frequenten Schulhause unvermeidlichen Erschütterungen verschiebt sich die Schneide und es ist eine mechanische Unmöglichkeit, dieselbe so gerade zu machen, dass eine solche Verschiebung keinen bemerkbaren Fehler verursachte. Ausserdem stellen sich die Kosten einer Schneide von der zu unserem Zweck erforderlichen Feinheit höher, als die der angegebenen Axenconstruction.

* * *

Der höchst einfache Widerstandsmesser wird durch Figur II in $\frac{1}{20}$ nat. Gr. dargestellt. Auf dem Grundbrette *ABC* steht der verticale Holzrahmen *DEFG*. In diesem Rahmen ist der $\frac{1}{2}^{mm}$ dicke Messdraht aus Neusilber zickzackförmig ausgespannt. Zu dem Zweck befinden sich an den inneren Seiten des oberen und unteren Rahmenstücks kleine Messinghaken, über welche der Draht geführt ist. Der Haken *o* steht mit der Klemmschraube *k* für den einen Zuleitungsdraht in Verbindung. Der zweite Zuleitungsdraht endigt in einer pincettenartigen Klemme, welche man an einer beliebigen Stelle des Drahtes, eventuell auch auf einem der Haken, befestigen kann,

um dadurch einen beliebigen Widerstand einzuschalten. Aus Figur II erkennt man, wie die einzelnen Touren des Zickzacks numerirt sind. — Die Zehntel werden durch horizontal ausgespannte weisse Fäden 1 · 9, 2 · 8 u. s. w. markirt. Die Fäden sind an die besonderen, mit dem Zickzackdraht aber in einer Ebene liegenden Drähte gh und $g_1 h_1$ geknüpft und laufen vor demselben her. Dadurch ist es dem hinter dem Apparat stehenden Experimentator möglich, mit der Polklemme, ohne abzusetzen, auf dem Messdraht hin und her zu fahren, wobei dann die Fäden zurückweichen. — Unterabtheilungen der Zehntel werden geschätzt oder, wenn es auf grosse Genauigkeit ankommt, dadurch gemessen, dass man hinter die Klemme einen auf ein Cartonstück mit starken Linien aufgetragenen Massstab hält, welcher die Hundertstel anzeigt.

Mit diesem Apparat, in Verbindung mit dem beschriebenen Galvanometer, habe ich wiederholt die elektromotorische Kraft constanter Elemente und Batterien nach der Ohm'schen Methode aus einer Entfernung von 5 M. bestimmen lassen; die Differenz der erhaltenen Werthe stieg selten auf $1\frac{1}{2}\%_0$. Widerstandsmessungen gelangen stets mit derselben Genauigkeit. Bei allen diesen Versuchen besorge ich selbst nichts weiter, als die Verstellung der beweglichen Klemme des Widerstandsmessers. Irgend ein Schüler hat die Angaben der Instrumente auszurufen, die übrige Classe lässt es sich angelegen sein, ihn zu controliren. Die Zahlen notire ich an der Tafel und lasse die Ergebnisse schliesslich von der Classe berechnen. Die Ausführung der Versuche beansprucht bei gehöriger Vorbereitung nur wenig Zeit.

Wie sehr aber solche Messungen das Interesse des reiferen Schülers erregen, habe ich beobachtet; den pädagogischen Werth derselben zu beurtheilen, überlasse ich dem Leser. Uebrigens hoffe ich, zu näheren Mittheilungen über eine zweckmässige Anordnung und Ausführung galvanometrischer Versuche bald die nöthige Musse zu finden.*)

*) Die beschriebenen Apparate werden in der weithin rühmlichst bekannten Werkstatt des Mechanikus Wanke hieselbst mit der grössten Gewissenhaftigkeit angefertigt. Der Preis des Galvanometers ist 75 M., der des Rheostaten 20 M.

Kleinere Mittheilungen.

Ueber die Ausziehung der Cubikwurzel aus Zahlen.

Von Dr. Stammer in Düsseldorf.

Da sämmtliche mir bekannte Lehrbücher über diesen Gegenstand sehr wenig ausführlich sind, so erlaube ich mir, meinen Collegen die Art mitzutheilen, wie ich denselben in der Tertia der Realschule viele Jahre hindurch behandelt habe, wobei ich die Versicherung hinzufügen kann, dass der Erfolg bei den Schülern mich befriedigen konnte.

Da ich sehr bald einsehen musste, dass die Schüler die Beweise der vorbereitenden Sätze mit Hülfe von Buchstaben nicht verstanden, so begnügte ich mich, ihnen die Richtigkeit derselben an Zahlen klar zu machen, wie im Folgenden angedeutet ist:

Es sei $\sqrt[3]{98803352367}$ zu suchen. Da die Zahl zwischen 64 mit 9 Nullen und 125 mit 9 Nullen liegt, so liegt die Wurzel zwischen 4 mit 3 Nullen und 5 mit 3 Nullen, d. h. die Wurzel ist eine 4ziffrige Zahl, deren erste Ziffer eine 4 ist. Allgemein folgt hieraus, dass, nachdem die Cubikzahl in Gruppen von 3 Ziffern abgetheilt worden, die Anzahl der Gruppen gleich der Anzahl der Stellen der Wurzel und die erste Ziffer der Wurzel die Cubikwurzel aus dem grössten in der ersten Gruppe enthaltenen Cubus ist. Da ferner die gegebene Zahl zwischen 97336 mit 6 Nullen und 103823 mit 6 Nullen liegt, d. h. zwischen 46^3 mit 6 Nullen und 47^3 mit 6 Nullen, so liegt die Wurzel zwischen 4600 und 4700. Fährt man so fort, so erkennt man, dass allgemein der Cubus der p ersten Ziffern der Wurzel die grösste in den p ersten Gruppen der gegebenen Zahl enthaltene Cubikzahl ist. Hat man also einen Theil der Wurzel gefunden von m Ziffern, so findet man die $(m+1)^{\text{te}}$ Ziffer durch die Bedingung, dass sie, hinter die m Ziffern geschrieben, die grösste Zahl bildet, deren Cubus noch in den $m+1$ ersten Gruppen enthalten ist. Dass es die grösste Zahl ist, erkennt man daran, dass der Cubus der um 1 grössern Zahl grösser, als die $m+1$ ersten Gruppen wird.

Hieraus ergibt sich die Methode von selbst. Um indess die nöthige Bildung des dreifachen Quadrats des gefundenen Theils zu vereinfachen, benutze ich folgendes Verfahren. Bezeichnet man den aus den $m - 1$ ersten Ziffern der Wurzel bestehenden Theil der Wurzel mit z, die m^{te} Ziffer mit e, ebenso die m ersten Ziffern mit z', die $(m+1)^{\text{te}}$ mit e', so muss also e' so gesucht werden, dass (z' Zehner $+ e')^3$ der grösste ist; nach Abzug von $z^{3\prime}$ Tausender bleibt ($3z'^2$ Hunderter $+ 3z'$ Zehner $e' + e'^2)\, e'$; also erhält man annäherungsweise e' durch Division mit $3z'^2$ ℌ.*) Aber z' ist $= z$ ℨ. $+ e$, folglich $3z'^2 = 3z^2$ ℌ. $+ 2 \cdot 3z$ ℨ. $e + 3e^2$, wo z^2, $3z$ ℨ. $\cdot e$ und e^2 von der letzten Operation her bekannt sind. Das Schema gestaltet sich daher folgendermassen:

$\sqrt[3]{98\vert 803\vert 352\vert 367} =$	4623		
64	4800 = $3z^2$ ℌ.	4800 = $3z^2$ ℌ.	634800
34803	720 = $3z$ ℌ. e	1440 = 2 · 720	5520 = 2 · 2760
33336	36 = e^2	108 = 3 · 36	12 = 3 · 4
1467352	5556 · 6	634800 = $3z'^2$ ℌ.	64033200
1275128		2760 = $3z'$ ℨ. e	41580
192224367		4 = e'^2	9
192224367		637564 · 2	64074789 · 3
0			

Die einzige Rechnung, welche noch besonders ausgeführt werden muss, ist die Berechnung von $3z'$ ℨ. e', wenn $e' > 5$, also $3e' > 15$ ist.

Kürzeste Methode für Ausziehung der Cubikwurzel.**)

Vom Director Dr. Müller in Neustrelitz.

In Nr. 5 der Rechnungsabkürzungen, welche ich 1873 im Verlag der Barnewitz'schen Hofbuchhandlung zu Neustrelitz veröffentlicht habe, habe ich auch Abkürzungen für das Ausziehen der Quadrat- und der Cubikwurzel mitgetheilt. Beim Ausziehen dieser Wurzeln, welches nach Anleitung der Formeln $a^2 + 2ab + b^2$ und $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ oder, wie ich für die Schüler zuerst lieber

*) ℨ. = Zehner, ℌ. = Hunderte.

**) Obschon, nach einer Mittheilung des Herrn Verfassers, eine andere Zeitschrift in der Aufnahme seiner Arbeit uns zuvorgekommen ist, so glauben wir doch, wegen der Gleichartigkeit und der Vergleichung mit der Stammer'schen, sowie wegen der weitern Verbreitung die Aufnahme derselben nicht versagen zu sollen. — D. Red.

schreibe $a^3 + 3aab + 3abb + b^3$, geschieht, besteht die Abkürzung insbesondere darin, dass man nicht, wie gewöhnlich bei dem Quadratwurzelausziehen $2a$ und bei dem Cubikwurzelausziehen $3a$, also resp. das Doppelte oder das Dreifache der früher schon gefundenen Stellen der Wurzel immer wieder und wieder als Divisor vor die Reste des Radicanden schreibt, sondern ein für alle Mal unmittelbar über das einfache a in der Wurzel selbst. Daraus entspringt nämlich, da das Doppelte oder das Dreifache der früher schon gefundenen Wurzelstellen dann bereits über a steht, der Vortheil, dass beim Weiterrechnen nur über jede neu gefundene Stelle deren Doppeltes oder Dreifaches geschrieben zu werden braucht und dann in den meisten Fällen höchstens noch ein oder zwei Stellen im Doppelten oder Dreifachen der früheren Stellen zu ändern ist.

Zur Berechnung von $2ab + b^2$ beim Quadratwurzelausziehen rechne ich nun nicht auch so, dass ich erst $2a$ mit b multiplicire und zum Producte $2ab$ dann b^2 addire und diese Summe vom Radicanden abziehe, noch weniger ziehe ich diese Summanden $2ab$ und b^2 der Reihe nach einzeln vom Radicanden ab (was oft geschieht, obgleich es weitläufig und oft auch beim schriftlichen Rechnen mit Tinte und Feder störend für das Rechnungsschema ist, sobald eine neu gesuchte Stelle der Wurzel zu gross angenommen ist), sondern ich berechne erst b^2 und ziehe dessen Einer sogleich von den Einern des Radicandenrestes ab, die Zehner von b^2 addire ich aber dann sogleich zu dem, Stelle um Stelle berechneten, $2ab$ und ziehe dann die einzelnen Theilproducte, wie sie sich der Reihe nach ergeben, sofort von den entsprechenden Stellen des Radicandenrestes ebenfalls ab, aber ohne den jedesmaligen Subtrahenden unter den Minuenden zu schreiben. Da das im Vorstehenden beschriebene Verfahren in der oben angeführten kleinen Schrift durch Beispiele erläutert ist, so überhebe ich mich hier der Wiederholung, wie ich auch die dort angegebene Methode, die Cubikwurzel auszuziehen, hier nicht noch einmal wiederholen werde, obgleich sie auch wesentlich kürzer ist, als die gewöhnliche. Ich beschränke mich hier daher auf die Mittheilung einer späterhin gefundenen Methode, welche noch kürzer ist, ja vielleicht die kürzeste von allen nur erdenkbaren. Dieses neue Verfahren kürzt nämlich die jedesmalige Berechnung von $3a^2$ oder $3aa$ wesentlich ab, indem man, wenn a eine $n+1$stellige Zahl ist, z. B. $a = 321$ und $3a = 963$, zur Berechnung des Productes von $963 \cdot 321$ das schon berechnete Product von $96 \cdot 32$, also des $n$stelligen a und seines 3fachen benutzt.

Da nämlich
$$(3a + 3b)(a + b) = 3a^2 + 3ab + 3ab + 3b^2$$
so ist auch

$$\begin{array}{rlr} 963 \cdot 321 = 96 \cdot 32 = & 3072 \\ + 96 \cdot 1 = & 96 \\ + 32 \cdot 3 = & 96 \\ + 3 \cdot 1^2 = & 3 \\ \hline & 309123 \end{array} \quad \text{und} \quad \begin{array}{rlr} 9642 \cdot 3214 = 963 \cdot 321 = & 309123 \\ + 963 \cdot 4 = & 3852 \\ + 321 \cdot 12 = & 3852 \\ + 3 \cdot 4^2 = & 48 \\ \hline & 30989388 \end{array}$$

Es ist also das Resultat 309123 der Multiplication von 963 · 321 der **erste Summand** in der das Product 9642 · 3214 darstellenden Summe. Wenden wir diese Berechnungsweise von $3a^2$ bei dem Ausziehen der Cubikwurzel an, so gestaltet sich diese Operation folgendermassen:

$$\sqrt[3]{33|199|964|344} = \overset{963}{3214}$$

(27)
61|99
(5768)
4319|64
(308161)
1238033|44
(123803344)
000000000

Nebenrechnung.

$3a^2$	$3ab^2$	$3a^2b + 3ab^2 + b^3$
27	18 · 2	54
18	(36)	36
18	96 · 1	8
12	(96)	5768
3072	3852 · 4	3072
96	(15408)	96
96		1
3		308161
309123		1236492
		15408
		64
		123803344

Zur Erläuterung des vorstehenden Exempels diene Folgendes: Nachdem man den Radicanden vorschriftsmässig abgetheilt hat, so ziehe man die Cubikwurzel aus 33; es ist also $a^3 = 27$; von 33 abgezogen lässt 6. Die zweite Abtheilung herunter, die 1 als erste Stelle links abgeschnitten; in der Wurzel $3a = 9$ über $a = 3$ geschrieben; die 9, als $3a$, mit der darunterstehenden 3, als a, multiplicirt, gibt $3a^2 = 27$. Diese 27 wird in der ersten Rubrik der Nebenrechnung unter $3a^2$ geschrieben. Mit 27 in 61 des Restes dividirt, gibt $b = 2$. Mit dieser 2 wird $3a^2 = 27$ multiplicirt und das $3a^2b = 54$ in der dritten Rubrik der Nebenrechnung unter $3a^2b + 3ab^2 + b^3$ nach Angabe des Schema eingeschrieben. Mit $b = 2$ wird dann auch die in der Wurzel übergeschriebene $9 = 3a$ multiplicirt und das Product $3a \cdot b = 18$ unter $3ab^2$ geschrieben und daselbst 18 nochmals mit $b = 2$ multiplicirt, das Product $3abb = 36$ aber sogleich, wie das Schema zeigt, in der dritten Rubrik der Nebenrechnung unter die 54 gesetzt und zwar eine Stelle nach rechts hinausgerückt; ebenso um eine Stelle aus-

gerückt wird auch noch $b^3 = 8$ in der dritten Rubrik untergeschrieben. Die Summe 5768 dieser 3 Summanden in der dritten Rubrik wird, ohne sie erst in der Hauptrechnung unter den ersten Rest unterzuschreiben,*) sofort von 6199 abgezogen und an den Rest 431 die Abtheilung 964 angehängt und die 9 abgeschnitten. Nun wird die in der Wurzel übergeschriebene 9 mit 2 multiplicirt und das Product 18, wie es das Schema zeigt, in der ersten Rubrik zweimal unter das frühere $3a^2 = 27$ untergeschrieben und ebenso auch 12, das Dreifache des Quadrates von 2. Mit der Summe 3072, welche für das neue $3a^2$ sich ergeben hat, wird nun in 4319 des zweiten Restes dividirt, wodurch sich $b = 1$ als dritte Stelle der Wurzel ergibt. Nunmehr schreibe man auch über die 2 in der zweiten Stelle der Wurzel die 6 als deren Dreifaches. Mit der 1, welche sich zuletzt für b ergeben hat, multiplicire man $3a^2 = 3072$ und schreibe das Product 3072 wieder in die dritte Rubrik der Nebenrechnung, in die zweite Rubrik aber die 96, welche sich durch Multipliciren der in der Wurzel übergeschriebenen 96 mit der 1 in der dritten Stelle ergibt, das Product 96 multiplicire man nochmals mit der 1 in der dritten Stelle der Wurzel, schreibe aber das neue Product sogleich in die dritte Rubrik unter 3072, wie es das Schema angibt, uud darunter auch noch $b^3 = 1$, ebenfalls ausgerückt. Die Summe 308161 dieser 3 Summanden, ohne sie noch einmal unter den zweiten Radicandenrest unterzuschreiben, ziehe man sofort von 431964 ab, und an den Rest 123803 hänge man die Abtheilung 344 an und schneide die 3 derselben wieder ab. Nun wird die in der Wurzel übergeschriebene 96 mit 1 multiplicirt und das Product 96, wie es das Schema zeigt, in der ersten Rubrik zweimal unter das frühere $3a^2 = 3072$ untergeschrieben und ebenso auch das Dreifache des Quadrates von 1. Mit der Summe 309123, welche für das neue $3a^2$ sich ergeben hat, wird nun in 1238033 des dritten Restes dividirt, wodurch sich $b = 4$ als vierte Stelle der Wurzel ergibt. Nunmehr schreibe man auch über die 1 in der dritten Stelle der Wurzel die 3 als deren Dreifaches. Mit der 4, welche sich zuletzt für b ergeben hat, multiplicire man $3a^2 = 309123$ und schreibe das Product 1236492 wieder in die dritte Rubrik der Nebenrechnung, in die zweite Rubrik aber die 3852, welche sich durch Multipliciren der in der Wurzel übergeschriebenen 963 mit der 4 in der vierten Stelle ergibt; das Product 3852 multiplicire man nochmals mit der 4 in der vierten Stelle der Wurzel, schreibe aber das Product 15408 sogleich in die dritte Rubrik unter 1236492, wie es das Schema angibt und darunter auch noch $b^3 = 64$, ebenfalls ausgerückt. Die Summe 123803344 dieser drei Summanden,

*) Im Schema ist Alles, was beim Rechnen nicht geschrieben zu werden braucht, in Klammern eingeschlossen.

ohne sie noch einmal unter den dritten Radicandenrest unterzuschreiben, ziehe man sofort von 123803344 ab. Da der Rest dies Mal 0 ist, so ist die Operation des Radicirens beendigt und 3214 die verlangte Wurzel. In einfachster Gestalt, also unter Hinweglassung der nicht unumgänglich nöthigen Ziffern, nimmt sich das vorstehende Beispiel folgendermassen aus:

963
$\sqrt[3]{33|199|964|344} = 3214$
61|99
4319|64
123803|44
0 0 0 0

27	18 · 2	54
18	96 · 1	36
18	3852 · 4	8
12		5768
3072		3072
96		96
96		1
3		307161
309123		1236492
		15408
		64
		123803344

Das folgende Beispiel stellt einen Fall dar, in welcher das übergeschriebene Dreifache einer spätern Wurzelstelle eine Aenderung in dem Dreifachen der früheren Stellen herbeiführt.

70
692
$\sqrt[3]{12|895|213|625} = 2345$
48|95
7282|13
823096|25
0 0 0 0

12	18 · 3	36
18	276 · 4	54
18	3510 · 5	27
27		4167
1587		6348
276		1104
276		64
48		645904
164268		821340
		17550
		125
		82309625

Bei diesem Falle zeigt sich der Grund, wesshalb man bei der Berechnung von $3a^2$ das Dreifache einer Wurzelstelle z. B. hier der dritten erst überschreiben darf, nachdem die nachfolgende Wurzelstelle, hier also die vierte, durch Division mit $3a^2$ ge-

funden ist; es muss nämlich $3 \cdot 23 = 69 = 3a$ mit 4 multiplicirt und das Product 276 zweimal hinter einander addirt werden, nicht aber darf 70 mit 4 multiplicirt werden, was falsch wäre; dagegen darf zur Berechnung von $3ab^2$ das $3a$ nicht eher mit $b^2 = 5 \cdot 5$ multiplicirt werden, als bis auch über die 4 das Dreifache gesetzt ist, es ist also $3ab^2 = 702 \cdot 5 \cdot 5 = 17550$. Falsch wäre $3ab^2$ aus $692 \cdot 5 \cdot 5$ zu berechnen.

Minimum der Ablenkung und bequeme Ableitung der Gleichung zwischen Bild und Gegenstandsweite bei sphärischen Linsen.

Von Dr. C. Bender in Speier.

Bedeutet α den Einfallswinkel eines auf ein Prisma fallenden homogenen Lichtstrahls, β den zugehörigen Brechungswinkel, ist α_1 derjenige Winkel, welchen der aus dem Prisma wieder austretende Strahl mit dem Einfallslothe bildet und β_1 der zugehörige Brechungswinkel, so besteht für die Ablenkung, welche der Lichtstrahl bei seinem Durchgang durch das Prisma erfahren hat, die Gleichung:

$$x = \alpha + \alpha_1 - (\beta + \beta_1) \quad \ldots \quad 1)$$

Nennen wir nun a denjenigen Werth für α und α_1, und b denjenigen Werth für β und β_1, bei welchem ein Lichtstrahl das Prisma symmetrisch durchläuft, und setzen wir

$$\alpha = a + \Delta, \quad \beta = b + \delta, \quad \text{so wird} \quad \alpha_1 = a - \Delta_1, \quad \beta_1 = b - \delta.$$

Dieses in 1) eingesetzt, ergibt:

$$x = 2a - 2b + \Delta - \Delta_1.$$

Da bei kleineren Winkeln der Sinus rascher wächst als bei grösseren, so ist

$$\Delta > \Delta_1,$$

und wir ersehen daher, dass so lange noch $\alpha > a$ oder [da Formel 1) symmetrisch ist in Bezug auf α und α_1, β und β_1,] so lange noch $\alpha_1 > a$, für die Ablenkung x immer ein Werth gefunden wird, welcher um ein Bestimmtes grösser ist wie derjenige Werth, welchen man für die Ablenkung erhält bei symmetrischem Durchgange des Lichtstrahls.

Wir machen von der Formel 1) einen weiteren Gebrauch, indem wir dieselbe für die Ermittlung der Beziehungen zwischen Bild und Gegenstandsweite bei den sphärischen Linsen verwenden. In der That gestatten auch alle Vereinfachungen, welche bei der Ab-

leitung einer einfacheren Formel, in welcher die Dicke der Linse vernachlässigt wird und ebenso nur Centralstrahlen in's Auge gefasst werden, erlaubt sind, einen durch die optische Achse einer Linse gehenden ebenen Schnitt als Querschnitt eines Prismas anzusehen, mit einem brechenden Winkel, welcher der Neigung der Tangentialebenen an der Stelle des Eintritts- und Ausgangspunktes des die Linse passirenden Strahles entspricht. Licht- und Bildpunkt liegen in dem Durchschnitt des eintretenden respective austretenden Strahls mit der optischen Achse. Der Schnitt eines Einfallslothes mit der optischen Achse kann als Centrum einer Fläche der sphärischen Linse angesehen werden. Es ist bemerkenswerth, dass die Summe der Winkel β und β_1, also derjenigen Winkel, welche der im Glase gebrochene Strahl mit erwähnten Lothen bildet, übereinstimmt mit der Summe derjenigen Winkel γ und γ_1, welche durch diese Lothe und die optische Achse gebildet werden. Nennen wir die Winkel, welche der in die Linse eintretende Strahl und der austretende Strahl mit der optischen Achse bilden, δ respective δ_1, so erhält man nach Formel 1)

$$x = \alpha + \alpha_1 - (\beta + \beta_1),$$

und weiter, da x Aussenwinkel ist zu den Winkeln δ und δ_1,

$$x = \delta + \delta_1.$$

Aus beiden Gleichungen entsteht:

$$\alpha = \alpha_1 - (\beta + \beta_1) = \delta + \delta_1.$$

Setzt man $\alpha = n\beta$, $\alpha_1 = n\beta_1$, wobei n der Brechungsexponent aus Luft in Glas ist, so wird:

$$(n - 1)(\beta + \beta_1) = \delta + \delta_1.$$

Da nach obiger Bemerkung:

$$\beta + \beta_1 = \gamma + \gamma_1,$$

so erhalten wir:

$$(n - 1)(\gamma + \gamma_1) = \delta + \delta_1.$$

Die den Winkeln dieses Ausdrucks entsprechenden Kreisbögen können, da nur Centralstrahlen betrachtet werden, als einander gleich angenommen werden, was zur Folge hat, dass die Winkel selber den sie einschliessenden Radien umgekehrt proportional sind. Nennen wir daher a die Gegenstandsweite, b die Bildweite und ist r der Radius der einen, r_1 der Radius der andern Linsenfläche, so erhalten wir die bekannte Gleichung:

$$2) \ldots (n - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right) = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

Die vorliegende Notiz schliesst sich in ihrem ersten Theil hauptsächlich an das Werk „Einleitung in die theoretische Physik von V. v. Lang“ an. Der zweite Theil dürfte wohl alle bis jetzt gegebenen Ableitungen der Gleichung 2) an Einfachheit übertreffen.

Sprech- und Discussions-Saal.

Aus der österreichischen Schulpraxis.

Vom Herausgeber.

Der Herausgeber dieser Zeitschrift gedenkt dem deutschen mathem.-naturw. Lehrerpublicum an hohen Schulen eine Reihe von Bildern aus der österreichischen Schulpraxis, welche sich ihm als bemerkenswerth aufgedrängt haben, in bunter Reihe vorzuführen. Dabei sollen Licht- und Schattenseiten gleich stark berücksichtigt werden. Ich wähle zuerst

1. Die Maturitätsprüfung der Realschulabiturienten.

Diese Prüfung wird im Mündlichen ausnahmslos und besonders streng durchgeführt in Mathematik, Physik und Geschichte (nebst Geographie). In den übrigen Gegenständen müssen nur diejenigen einer Prüfung sich unterwerfen, welche in den letzten Jahren an der Schwelle eines ungenügenden Wissens standen, mit einem Worte: „die Unsicheren“*). Die Prüfung ist öffentlich, unter Vorsitz eines Landesschulinspectors. Zur Prüfungscommission gehören ausser ihm und dem Director alle Examinatoren der betreffenden Lehrgegenstände. Die übrigen Mitglieder des Lehrkörpers (Lehrercollegiums) und Schüler der Anstalt hören zu. Das Charakteristische und von dem usus an deutschen Schulen Abweichende ist nun Folgendes:

Es wird immer nur ein Examinand geprüft. Die demselben z. B. in der Mathematik vorgelegten Fragen sind mit Hilfe der Wandtafel selbständig der Reihe nach zu beantworten, respective die Formeln und Sätze zu entwickeln. Das nicht selten bei solchen Gelegenheiten gangbare kindische Einhelfen (Einblasen) ist dadurch,

*) Ficker, Bericht über österreichisches Unterrichtswesen I, 202 heisst es:
„Die mündliche Prüfung erstreckt sich bei den Abiturienten der betr. Realschule nur auf Geographie, Geschichte, Mathematik, Naturgeschichte, Physik und Chemie, — auf die Sprachen (!) und die darstellende Geometrie nur dann, wenn nach den schriftlichen Arbeiten ein Zweifel über die Classification†) besteht; aus der Religionslehre, Logik und Nationalökonomie ist stets nur der Calcül der obersten Classe zu berücksichtigen, aus dem Freihandzeichen sind die gesammten Jahresarbeiten dieser Classe zu classificiren†). Unter gewissen Voraussetzungen kann die Commission auch von der mündlichen Prüfung aus der Naturgeschichte und Chemie dispensiren.“ — An der Wiener Realschule, deren Prüfungen der Verfasser ds. beiwohnte, geschah letzteres.

†) Diese Ausdrücke sind identisch mit den in Deutschland gebräuchlichen „Censur, censiren.“



dass der Examinand vor den Examinatoren steht, unmöglich gemacht. Die Fragen sind aus verschiedenen Capiteln der Mathematik gewählt und werden zugleich mit den Antworten zweimal und zwar einerseits vom Landesschulinspector, andererseits vom Schriftführer protocollirt, so dass jederzeit bei einer eventuellen Beschwerde nachgewiesen werden kann, was der Examinand gewusst hat, was nicht.

Diese Bestimmtheit, ganz besonders aber diese fortlaufende nachhaltige Prüfung einer Person von der Dauer einer $1/4$ bis $1/2$ Stunde, welche einen tieferen und deutlicheren Eindruck im Examinator und Zuhörer zurücklässt, ist jedenfalls dem vagen Verfahren vorzuziehen, welches Verfasser dieses Jahre lang in Sachsen hat beobachten müssen und welches wahrscheinlich auch im übrigen Deutschland im Gebrauch ist. Dort wurden nämlich die nebeneinandersitzenden Examinanden so geprüft, dass der Reihe nach an jeden eine Frage gestellt wurde, die beim Ausbleiben der Antwort den Nächsten traf. Waren die Examinanden alle durchgefragt, so kam die Reihe wiederum an den Ersten.

Mag nun in der Reihe oder ausser der Reihe gefragt werden, gleichviel — jedenfalls hat dieses Verfahren den Nachtheil, dass sich im Zuhörer das Urtheil über die Leistungen des Examinanden weit schwerer, weil langsamer bilden kann, als bei jenem Verfahren. Denn diese Methode hat etwas Ungeordnetes (Vages) an sich und beweist, dass die betreffenden Examinatoren, resp. Schulaufseher, sich nicht klar sind über die einfachsten psychologischen Bedingungen beim Process der Urtheilsbildung. Die Eindrücke von dem Wissen des Einzelnen werden verwischt durch die Antworten der Anderen oder: der Process der Bildung eines sicheren Urtheils wird unaufhörlich gestört und so muss denn Unklarheit im Zuhörer entstehen. Nun ist zwar, wie ich bereits anderwärts wiederholt ausgesprochen habe, eine Prüfung für den Examinator streng genommen überflüssig; denn sein Urtheil muss, nachdem er eine Reihe von Jahren den Schüler unterrichtet und oft geprüft hat, bereits vor dem Examen feststehen.*) Aber die Zuhörer (Collegen) und der Inspector bedürfen der Bildung und Befestigung ihres Urtheils und hier darf ein Verfahren, welches diese Bildung und Befestigung erschwert oder hindert, um so weniger angewendet werden, als ja die Dauer der Prüfung sehr kurz ist.

Der mögliche Einwurf, dass durch eine längere ununterbrochene Prüfung der Examinand ermüdet werde, ist hinfällig, wenn man bedenkt, dass die Prüfung nur $1/4$ bis $1/2$ Stunde dauert. Denn so lange muss ein junger Mann doch eine geistige Anstrengung ertragen können.

---

*) Ich ignorire dabei nicht, dass es auch Ausnahmefälle geben kann, wenn z. B. ein neuer Lehrer zum ersten Male an einer Anstalt examinirt. Aber das ist doch nicht die Regel!



Stellen wir nun dieser Lichtseite der österreichischen Schulpraxis sogleich eine Schattenseite gegenüber, die vielleicht auch in Deutschland hie und da angetroffen wird.

2. Der Mangel eines öffentlichen Examens nach vollendetem Jahrescursus und des gegenseitigen Hospitirens der Lehrer.

Man hat behauptet — und ich weiss, dass es noch viele Anhänger dieser Ansicht gibt — die öffentliche Jahresprüfung sei unnütz, denn sie sei nur eine Schaustellung. Sie veranlasse nur dem Publicum „Sand in die Augen zu streuen." Das lässt sich aber von allen an sich nützlichen und guten Einrichtungen sagen; durch den Missbrauch wird jede vom Uebel. Aber abusus non tollit usum. Am Ende werden doch die Eltern — denn aus ihnen wird doch meist das „Publicum" bestehen — den „Sand in den Augen" fühlen und auch die Inspection wird, wenn sie vernünftig ist, den „Streuern" bald das Handwerk legen.

Unter den mancherlei Vortheilen, welche man den öffentlichen Schlussprüfungen zuschreiben kann, scheint mir jener der wichtigste, dass Schüler und Lehrer genöthigt sind, ihr ganzes Wissen in dem betreffenden Fach noch einmal zusammenzufassen, einen Ueberblick zu thun, sich zusammenzuraffen zu einer nochmaligen Durcharbeitung, Lücken auszufüllen, Versäumtes nachzuholen, dunkle Punkte zu klären, Vergessenes in's Gedächtniss zurückzurufen.

Nun kann man zwar einwenden, dass dies Alles auch ohnehin geschehen müsse, wenn der betreffende Fachlehrer die Schüler innerhalb der Classe (vielleicht in Gegenwart des Directors) prüft. Das ist nicht unwahr. Aber es ist doch eine ganz andere, viel gewaltigere Anregung, jenes „Rechenschaftgeben" vor der Oeffentlichkeit, selbst dann, wenn bei dem Indifferentismus des Publicums nur wenige Zuhörer sich einfinden. Denn schon die Mitschüler, der anwesende Lehrkörper und die Schulinspection sind „Publicum" genug, um das Ganze zu einer Art Feierlichkeit zu gestalten. Folgt nun vollends, wie es sein sollte, aber — leider nur selten sich findet, der Prüfung das ernst aber human beurtheilende, ermahnende und eventuell auch strafende Schlusswort des Schulinspectors, dann gewinnt diese Einrichtung einen ethischen Charakter und wirkt segensvoll.

Dazu kommt noch Eins. Die häufig und mit Recht empfohlene Einrichtung des gegenseitigen Hospitirens der Lehrer findet man äusserst selten. Die Ursachen dieses Mangels liegen zu tief, als dass ich hier näher darauf eingehen könnte. Dann aber ist das öffentliche Examen im Jahre die einzige Gelegenheit, um aus der Prüfungsmethode — denn nur diese hört man ja im Examen — auf die Lehrweise seiner Collegen zu schliessen und aus ihr, sei

es positiv, sei es negativ, zu lernen. An einer österreichischen Mittelschule lernt ein Lehrer (Professor) die Methode seiner Collegen gar nicht kennen, höchstens aus der Prüfungsmethode im Abiturienten-examen. Dieser schädliche Mangel — eine recht wunde Stellle auch unseres deutschen Schulwesens — wird z. B. in Wien noch dadurch verschärft, dass wegen der Vielbeschäftigung der Directoren, manche derselben Unterricht gar nicht geben. Ein solcher Director ist mehr oder weniger nur Geschäfts- und Bureau-Mensch.*) Gleichwohl sollte ein Director für seine (jüngeren) Lehrer „Musterstunden" halten und diese müssten so liegen, dass jeder Lehrer darin hospitiren könnte. Er selbst aber müsste andererseits jede Stunde seiner Lehrer besuchen können.

(Fortsetzung folgt.)

Zur Frage der „Hochschulseminare".

(Eine Aufforderung an alle Fachgenossen.)

Vom Herausgeber.

Da, wie verlautet, die Regierungen zur Errichtung von Seminaren für Lehrer an höheren Schulen deshalb noch nicht vorgehen, weil der Bedarf an „Philologen" — denn Mathematiker und Naturwissenschafter gibt es angeblich genug**) — ein so starker sei, dass man ein viertes, speciell und vorzugsweise der pädagogischen Ausbildung gewidmetes Jahr***) nicht ansetzen könne, ohne in grosse Verlegenheiten zu gerathen, und da man für unsere Fachgruppe allein, wie es scheint, nicht besondere Anstalten gründen will, auch von den Hochschul-Lehrern in dieser Angelegenheit nicht viel zu erwarten ist, †) so richten wir an alle Fachgenossen die angelegentliche Bitte:

Denjenigen Abiturienten, welche sich zu Lehrern der Mathematik oder der Naturwissenschaft an höheren Schulen ausbilden wollen,

---

*) Verfasser ds. lernte in Wien einen Realschul-Director kennen, der sogar das Schulgeld einnahm.

**) Weil auch viele polyt. Hochschulen (Dresden, Wien, München, Zürich u. A.) — freilich auch ohne eigentliche pädagogische Ausbildung — dafür sorgen.

***) S. unsere Thesen (VI, 352. Nr. 2.).

†) Einer unserer Mitarbeiter schreibt uns über diesen Punkt folgendes: Was nun Ihren projectirten Aufruf am Kopfe des 7. Jahrgangs — betr. die Empfehlung ds. Zeitschr. an die Studirenden seitens der Professoren — betrifft, so billige ich ihn zwar der Idee nach vollkommen — aber Erfolg dürfen Sie sich davon gewiss nicht versprechen. Zehn Procent der Universitätslehrer thun das von Ihnen zu Fordernde gewiss selbst, und die übrigen 90 thun es aus Indifferentismus oder Hochmuth auch dann nicht. Immerhin freilich kann auch der Ruf eines Predigers in der Wüste nicht schaden.

schon bei ihrem Abgange von der Mittelschule zur Hochschule die Lectüre unserer Zeitschrift anzurathen.

Dies wird wenigstens ein kleiner Ersatz — ein Surrogat — sein für den Mangel an pädagogischen Universitäts-Seminaren.

Offener Brief

(des Hrn. Realschuldir. MÜLLER — Neustrelitz) an Hrn. Prof. BUCHBINDER in Schulpforta.

Geehrtester Herr College!

Schon im Jahre 1862 schrieb mir Prof. Langbein in Stettin, welchem ich für das pädag. Archiv einen Beitrag eingesandt hatte, dass ich mir mit den scharfen Begriffsbestimmungen, welche mein Artikel enthielt, sicher ein Verdienst erworben habe und Nutzen stiften werde. „Sie reizen, so fährt er fort, nicht blos zu scharfer Auffassung dessen, was in den abgegriffenen Worten Tiefes steckt, sie fassen es auch selber knapp und fest zusammen, was Manchem sonst ins Unbestimmte zu verschwimmen scheint."

Und im Jahre 1870 wieder erinnert er bei Gelegenheit der Anzeige meiner Elemente an die Schärfe und Strenge jener Definitionen, wie er auch auf die Elemente selbst als eine sorgfältige, scharfsinnige Arbeit aufmerksam macht.

In einer Note zu meiner jüngst veröffentlichten „Mahnung" hat Hoffmann (VI, 272) in einer Anmerkung die Erklärung abgegeben, dass ihm etwa mit Ausnahme der Schriften von Fresenius und Funke kein Buch bekannt sei, welches die Fundamente der Geometrie so gründlich behandle, wie meine Elemente es thun.

Sie selbst sind, wie es in Ihrer wohlwollenden Besprechung meiner Elemente*) lautet, der Ansicht, dass mein Buch von ganz besonderem Werthe sein könne für Lehrer und dass es auch für Schüler der obersten Classen**) recht nützliche Verwendung finden könne, dagegen für Knaben von 10—12 Jahren zu abstract sei.

Und in Ihrem Schreiben vom 4. Septbr. d. J. geben Sie mir zu fast allen Punkten meiner „Mahnung" Ihre volle Zustimmung zu erkennen.***)

---

*) Hoffmann's Zeitschrift vom Jahre 1870. 4. Heft. S. 323—332.

**) Können Sie mir Mittel und Wege angeben, Studirende der Mathematik auf meine Elemente aufmerksam zu machen? Studirt keiner Ihrer Schüler Mathematik? Ist nicht vielleicht schon einer Docent oder Mitglied eines mathematischen Seminars?

***) Geh. Rath Bonitz hat ein Gleiches gethan.

Da nun meine Mahnung theils an die Lehrer der Math. und die Verfasser von math. Lehrbüchern gerichtet ist, theils an die Studirenden der Math., also an diejenigen Personen, für welche nach Ihrer Ansicht meine Elemente von besonderem Werthe und Nutzen sein können; so glaubte ich, im Vertrauen auf vorstehende Urtheile, meine Elemente für geeignet halten zu dürfen, unsern Verhandlungen zur Grundlage zu dienen.

Mein ohnmassgeblicher Plan wäre nämlich der, dass wir, anknüpfend an die in meinen Elementen gegebenen Entwicklungen und Bestimmungen gemeinsam zunächst erst die geometr. Begriffe in präcisester Fassung festzustellen suchten und zwar, da wir zunächst ja nur eine Verständigung und Einigung unter den Lehrern und math. Schriftstellern anstreben wollen, die Begriffe rein wissenschaftlich festzustellen suchten, ohne alle und jede Rücksicht auf jugendliche Anfänger. Wie es bedauerlich wäre, wenn der Theologe statt Gott rein als Geist und Jesum rein als Heiland zu denken, stets in der kindlichen Vorstellung Gottes als eines hochbetagten Mannes und Christi als eines Schooss- oder Wiegenkindes beharrte und von solcher Vorstellung auch die übrigen Eigenschaften von Gott dem Vater und dem Sohne ableiten und bestimmen wollte: ebenso ist es auch bedauerlich, wenn der Mathematiker sich sträubt, den Raum als reines In-, Ausser- und Nebeneinander zu denken und daraus alle weiteren Bestimmungen abzuleiten, oder wenn er ganz und gar darauf verzichtet, den Raum und seine Gebilde denkend zu bestimmen, weil ihm für sein Vorstellen alles sinnliche Beiwerk und hiermit gleichsam auch der Boden für sein Denken genommen zu sein scheint. Aber liegt nicht eben der formale und reale Werth, die umfassende Verwendbarkeit der Mathematik in ihrem abstracten Wesen? Unbekümmert also darum, dass die Definitionen der abstractesten aller Begriffe eben auch nur sehr abstract sind, wollen wir nun darnach trachten, dass sie möglichst richtig und genau sind nach Inhalt und Form. Dies sei das Ziel, welches wir erstreben wollen, wenn wir die in meinen Elementen gegebenen Definitionen revidiren, corrigiren, redigiren, etwa noch fehlende hinzufügend, überflüssige beseitigend. Bei den meisten der Definitionen wird unsere Arbeit wohl nur eine redactionelle bezüglich der Fassung zu sein brauchen, da mit Ausnahme der allerersten Grundbegriffe des Raumes die meisten doch schon dem Inhalte nach wesentlich richtig bestimmt sind.

Wäre diese kritische Arbeit an den Begriffen vollbracht, so müssten wir die Sätze sammt ihren Beweisen einer ganz gleichen Bearbeitung unterwerfen und zuletzt das System im organischen Zusammenhange aufbauen.

Für uns wäre demnach die erste Arbeit eine Einigung über die Definitionen. Da nun den beiden Theilen meiner Elemente,

welche bis jetzt zur Veröffentlichung gelangt sind, sehr vollständige Register beigegeben sind, so bedürfte es bei den Definitionen, welche unverändert beibehalten werden sollen, nur der Beifügung des Wortes „bleibt" z. B. etwa Kreis bis Kreisring bleiben, oder Projection bis Projectionswinkel bleiben; dagegen müssen die von einem der Herren Mitarbeiter gewünschten Aenderungen in kurzen und bündigen Worten schriftlich ausgesprochen werden, damit über ein jedes solches Amendement abgestimmt werden kann. Die Majorität entscheidet, welche der verschiedenen Definitionen in den Entwurf aufgenommen und der später noch zu berufenden öffentlichen Versammlung zur definitiven Annahme vorgelegt werden soll. Das auf solche Weise gewonnene Lehrbuch müsste dann gleichsam als Normalbuch gelten und Schulbüchern nur noch solche Abweichungen davon gestattet sein, welche sich durch pädagogische Gründe rechtfertigen lassen. Von Zeit zu Zeit müsste auch das Normalbuch wieder revidirt und mit dem jedesmaligen Stande der Wissenschaft in Uebereinstimmung gebracht werden.

Um eine baldige Rückäusserung,*) ob Sie mit meinem Plane einverstanden sind, oder welche Aenderung Sie wünschen, bittet

Neustrelitz d. 1. Octbr. 1875.

ganz ergebenst
MÜLLER.

Nachschrift.

Dass die Uebereinstimmung der Mathematiker auf dem Gebiete der Zahlenlehre nicht grösser ist, als in der Raumlehre, zeigt folgende Zusammenstellung von verschiedenen Definitionen des Begriffs „Zahl." Und trotz dieser grossen Verschiedenheit glauben Ohm, Hallerstein und Wittstein den Zahlenbegriff als gegeben und bekannt ansehen zu dürfen. Und Wittstein, welcher bei dem math. Unterrichte die Ausbildung der Fähigkeit, mit Präcision Begriffe und Schlüsse zu bilden, allen anderen Rücksichten voransetzt, — fügt dann noch hinzu: „Das Intervall zwischen je 2 auf einander folgenden Zahlen dieser Reihe wird die Einheit genannt. Die Einheit ist das Intervall zwischen je 2 auf einander folgenden Zahlen."

---

*) Ist inzwischen erfolgt Seitens der Professoren Buchbinder und Scherling, und zwar den Plan annehmend. Ob auch wohl noch Andere?

Anmerkung der Redaction. Der Herausgeber dieser Zeitschrift erklärt hiermit, dass er mit dem Plane ebenfalls einverstanden ist, doch nur dann, wenn — wie er bereits VI, 457 erklärt hat — die Gesammtheit der deutschen Mathematiklehrer zur Mitwirkung (mittelst eines M.-L.-Congresses) eingeladen wird. —

Zusammenstellung von verschiedenen Definitionen des Begriffs Zahl.

1) Zahl ist der Ausdruck einer bestimmten Menge.

2) Zahl ist der sprachliche Ausdruck der Menge gleichartiger Einheiten.

3) Die Quantität einer Mehrheit unbestimmter Einheiten heisst Zahl.

4) Die Zahl erscheint als ein reiner Ausdruck des Actes der Zusammenfassung einer Menge.

5) Die natürliche Zahl ist eine Abbildung der Einheiten in Hinsicht auf ihre Häufigkeit.

6) Eine Menge von Dingen einer Art heisst Zahl.

7) Die Einheit ist, nach welcher jedes Ding Eins heisst. Eine Zahl aber, eine aus Einheiten bestehende Menge.

8) Die Angabe einer Grösse in Beziehung auf eine andere als Einheit ist die Zahl.

9) Wenn man viele einzelne Dinge von einer Art zusammennimmt, entstehet daraus eine Zahl.

10) Eine ganze Zahl ist das Resultat derjenigen Handlung des Gemüths, welche bei dem Auffassen einer Menge gleichartiger Dinge, vermittelst der Vorstellung von einem Dinge derselben Art, vorgenommen wird.

11) Die Vielheit einer bestimmten Einheit heisst eine benannte Zahl; hingegen die Vielheit einer unbestimmten Einheit oder Vielheit schlechthin als blosse Vielheit, eine unbenannte Zahl.

12) Das, was uns angibt, wie vielmal eine Grösse gedacht werden muss, um eine andere hervorzubringen, heisst Zahl.

13) Wenn wir eine Sammlung von gleichnamigen Grössen ausdrücken oder bezeichnen wollen, so bedienen wir uns dazu der Zahlen.

14) Die Zahl ist die Vorstellung einer Vielheit gleichartiger Dinge.

15) Zählen heisst: Zu einer Eins andere, ihr gleichartige, Einsen successive hinzudenken. Durch Zählen entseht die Zahl: Die Vorstellung von der bestimmten Vielheit gleichartiger Einsen in einem Aggregate.

16) Jeden Inbegriff einer oder mehrerer Einheiten nennt man eine ganze Zahl.

17) Zahl ist eine bestimmte Grösse in der Zeit, die eine Vorstellung ist, welche die successive Addition von Einem zu Einem gleichartigen befasst.

18) Unter Zahl versteht man das geometrische Verhältniss zweier gleichartigen Quanta oder Grössen zu einander.

19) Der Inhalt unserer sinnlichen Vorstellungen unterscheidet sich in verschiedenen Fällen nicht nur nach den Systemen sinnlicher Eigenschaften und nach den Formen der Individuen, sondern noch

nach etwas, das die Wiederholung unserer Nöthigung betrifft von einem Gegenstande abzulassen und zu einem andern überzugehen, wenn wir sie alle betrachten wollen. Ganz dasselbe wie von den Trennungen im Raume gilt von denen in der Zeit, nur dass wir die Uebergänge von einer Wahrnehmung zu einer späteren oder früheren nicht anders als im Erinnerungsbilde wiederholen können. Dieses Unterscheidende der verschiedenen Complexe nennen wir Zahl.

20) On designe par le mot nombre une collection de plusieurs choses pareilles ou de plusieurs parties séparées.

21) On appelle nombre le résultat de la comparaison d'une grandeur quelconque à son unité.

Repertorium für Aufgaben.

(Red. vom Rector Binder in Ulm.)

Der Redacteur des Repertoriums bittet die Leser desselben und insbesondere seine verehrten Correspondenten um etwas Geduld, — da die Veränderung seines Wohnortes und Wirkungskreises ihm in den letzten Monaten eine eingehendere Beschäftigung mit Aufgaben unmöglich gemacht haben.

VII.*)

Weitere Aufgaben.

(Fortsetzung von VI, 299.)

39. ABC ist ein sphärisches Dreieck; der BC (in M) normal halbirende Hauptkreis schneidet die den Winkel A und dessen Nebenwinkel halbirenden Hauptkreise in D und D'. Von diesen Punkten fallen auf AC und AB die normalen Hauptkreisbögen DE und $D'E'$, DF und $D'F'$. Man soll (ohne Hinzufügung weiterer Punkte) an dieser Figur
a) die Neper'schen Analogieen,
b) die Gauss'schen Gleichungen (sämmtliche vier direct),
c) den Satz beweisen: „Wenn ein Winkel eines sphärischen Dreiecks festliegt, und die Summe oder Differenz der einschliessenden Seiten constant bleibt, so liegen die Mitten der dritten Seiten je auf einem bestimmten Hauptkreis."
(B. Vgl. Baltzer, Elemente, Trigonometrie § 5, 10.)

40. Zur Construction eines Dreiecks ist gegeben: der Umfang, das Verhältniss zweier Seiten und die Mediane des eingeschlossenen Winkels.
(Lieber und v. Lühmann.)

41. Im Dreieck ABC ist AD normal zu BC. Man soll das Dreieck construiren aus $AD + BD = s$, $AD + DC = s'$ und Winkel ABC. (B.)

*) Zur Orientirung und Uebersicht sehe man: Nr. I in Bd. V, 286—287.; Nr. II in Bd. V, 368—369; Nr. III in Bd. V, 470—471; Nr. IV in Bd. VI, 61—65; Nr. V in Bd. VI, 156—159; Nr. VI in Bd. VI, 294—299. Die Redaction.

Literarische Berichte.

A) Werke für Studirende.

Hochheim, Dr. A. (Lehrer an der höheren Gewerbeschule zu Magdeburg). I. Ueber die Differentialcurven der Kegelschnitte. Mit 14 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Halle a/S. Verlag von Louis Nebert. 1874.

II. Ueber Pole und Polaren der parabolischen Curven dritter Ordnung. Ebenda 1875.

I. Der Studirende, welcher eine Vorlesung über analytische Geometrie und über höhere Analysis gehört hat, wird zunächst darnach streben müssen, in dem Gelernten durch eigenes Arbeiten heimisch und fest zu werden. An literarischen Hülfsmitteln stehen ihm für diesen Zweck die bekannten Aufgabensammlungen zu Gebote — für ersteres Fach Magnus und Salmon, für letzteres Sohnke, Schlömilch, Dölp etc. Aber ausser diesen Uebungen ist es für jeden jungen Mathematiker durchaus erforderlich, in die sogenannte Discussion der Probleme eingeführt zu werden, und diesen Zweck können natürlich eigentliche Aufgabensammlungen nicht wohl erfüllen. Vor mehreren Jahren erschien eine Monographie von Jentsch über die sogenannte Astroïde (Evolute der Ellipse), welche sich eine ähnliche Aufgabe gestellt hatte, ohne dass es ihr jedoch besonders gelungen wäre. Anstatt eine bestimmte krumme Linie herauszugreifen und an ihr alle möglichen Rechnungen vorzunehmen, was auf die Dauer höchst ermüdend wirken muss, ist es vom pädagogischen Standpunkte aus entschieden besser, solche Curven zu discutiren, welche durch einen einfachen Process aus jeder willkürlichen Curve abgeleitet werden können. Dies ist der Grundgedanke der Hochheim'schen Abhandlung.

Um die vom Verfasser sogenannte „Differentialcurve“ einer beliebigen Curve C zu erhalten, ziehe man durch einen festen Punkt der X-Axe Parallele zu sämmtlichen Tangenten von C. Diese Parallellinien schneiden die Y-Axe in gewissen Punkten, deren Distanzen vom Anfangspunkte des Systemes auf den Ordinaten von C (vom Fuss-

punkte aus) abgetragen werden. Die Gleichung der Differentialcurve ist also, wenn $C \equiv y - f_x = 0$, diese:

$$\frac{y}{k} = f'_x,$$

unter k die Abscisse des festen Punktes verstanden.

Es werden dann zunächst für beliebige C sämmtliche wichtige Relationen entwickelt, die in der analytischen Curventheorie gewöhnlich vorkommen. Von Seite 5 bis zum Schluss folgt eine äusserst ausführliche Anwendung dieser Entwickelungen auf Kegelschnitte. Auf dies Detail einzugehen, kann hier natürlich nicht unsere Aufgabe sein; jedoch wollen wir nicht unterlassen, zu bemerken, dass auch die aus den Differentialcurven wiederum abgeleiteten Gebilde, wie Fusspunktcurven, orthogonale Trajectorien etc. eine ausführliche Behandlung erfahren haben. Auch die Lehre von Pol und Polare findet Berücksichtigung und es erscheint sicher, dass derjenige, welcher selbstthätig mit der Feder das Buch studirt, grossen Vortheil aus der Lectüre ziehen wird.

Nur hätten wir gewünscht, dass der Verfasser sich nicht auf die Linien zweiter Ordnung beschränkt, sondern auch andere Curven in den Bereich seiner Betrachtung gezogen hätte. Grosses Interesse würde z. B. die Untersuchung des Analogons der logarithmischen Spirale im rechtwinkligen System geboten haben, welche bekanntlich („eadem mutata resurgo") bei allen mit ihr vorgenommenen Ableitungen (Evolute, Brennlinie etc.) sich selbst reproducirt. In der That ist für

$$C \equiv y - e^{a \log x} = 0,$$

die Gleichung der Differentialcurve, wie eine einfache Transformation ergibt,

$$y = e^{a \log x + \log \frac{k}{x}} = e^{\log k}\, e^{(a-1) \log x}.$$

Solche Beispiele erhöhen das Interesse sehr. Hoffen wir, dass Herr Hochheim in den von ihm in Aussicht gestellten Fortsetzungen auch höhere algebraische und transscendente Curven hereinziehe.

Ehe wir diesen Artikel schliessen, können wir uns nicht versagen, einen von anderer Seite her vorliegendem Werkchen gemachten Vorwurf zurückzuweisen. Der Recensent der „Jenaer Literaturzeitung" beklagt es lebhaft, dass auch aus diesem Buche wieder hervorgehe, wie wenig Eingang die Methoden der modernen Algebra bisher noch gefunden haben. Wir sind der Meinung, wenn Männer, wie Hesse und Lipschitz — deren Arbeiten der gleiche Vorhalt zu Theil wird — von den Algorithmen der Invariantentheorie absehen, so wissen sie ganz genau, warum sie es thun, und ein Gleiches setzen wir auch bei Herrn Hochheim voraus. Schon die Vorrede und dann die ganze Haltung seiner Schrift gestatten keinen Zweifel

an der elementaren Tendenz derselben; dass aber mit einer solchen die Operationen der neueren Algebra verträglich seien, wird, so wie jetzt die Sachen stehen, auch der enragirteste Anhänger dieser letzteren nicht behaupten können.

II. Aehnliche Zwecke wie die eben besprochene Monographie verfolgt auch das uns — namentlich um höchstschätzenswerthe Anhaltspunkte für ein selbstthätiges Studium der analytischen Geometrie zu gewinnen — noch zur Besprechung vorliegende oben sub II. genannte Schriftchen, und es gelten sonach alle allgemeinen Bemerkungen des vorigen Referates auch im gegenwärtigen Falle, so dass uns lediglich eine kurze Skizzirung des Inhalts noch übrig bleibt.

An Stelle der Kegelschnitte betrachtet der Verfasser hier die durch die Gleichung

$$y + Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0$$

charakterisirten Curven dritter Ordnung; anstatt der zugeordneten Differentialcurven werden die polaren Verhältnisse studirt. Es wird untersucht die conische und gerade Polare, die gemischte Polare zweier Punkte und die harmonische Polare; hiebei wird das rechtwinklige System durch ein homogenes ersetzt. Auch die Wendepunktscurve findet (S. 6) hier eine Stelle; ihre Gleichung wird

$$\begin{vmatrix} 6ax & 0 & 2bz \\ 0 & 0 & 2z \\ 2bz & 2z & 2y + 2bx \end{vmatrix} \equiv -24axz^2 = 0.$$

Wenn jedoch Hr. Hochheim alsdann fortfährt: „Die Hesse'sche Curve einer parabolischen Curve 3. O. besteht aus drei Geraden, von denen die eine mit der y Axe zusammenfällt, die beiden anderen in unendlicher Entfernung liegen", so dürfte diese Fassung wohl nicht ganz correct sein, insofern es bei dieser Auffassung doch nur Eine unendlich entfernte Gerade gibt.

Im weiteren Verlauf wird die „Poloconik" der Grundcurve in Betracht gezogen, d. h. die Enveloppe aller geraden Polaren, deren Pole ein und derselben Geraden angehören (über die allgemeine Theorie dieser Linie vergl. man Durège, die Curven dritter Ordnung. Leipzig 1871. S. 178 ff., ebenso wie über den bei Hochheim vorangehenden „begleitenden Kegelschnitt" S. 273 ff.). In unsrem Falle erweist sich jene als Hyperbel, und ein Gleiches gilt im Allgemeinen auch für die „gemischte Poloconik" zweier Geraden in Bezug auf eine parabolische Curve dritter Ordnung. Die analoge Untersuchung hat der Verfasser auch kürzlich für die Differentialcurve der gewöhnlichen Parabel durchgeführt (Archiv d. Math. und Phys. 57. Theil, S. 234 ff.).

Im Ganzen bietet die besprochene Arbeit viele Berührungspunkte mit den Studien anderer Mathematiker, wie Weyr und Zahradnik,

welche eine Umsetzung der grossen Resultate der neueren Curvenlehre in gangbare Münze anstreben und so dem Anfänger Gelegenheit bieten, durch das Specielle sich zur allgemeineren Auffassung emporzuarbeiten. Dr. S. Günther.

Dötsch, Dr. G. (kgl. Lehrer der Mathematik und Physik an der Kreisgewerbeschule zu Nürnberg). **Ueber die hyperbolischen Functionen und deren Beziehungen zu den Kreisfunctionen. Eine von dem kgl. bayer. Staatsministerium des Innern für Kirchen- und Schulangelegenheiten im Jahre 1872 mit einer Prämie ausgezeichnete Abhandlung.** Neue unveränderte Ausgabe. Nürnberg, v. Ebner'sche Buch- und Kunsthandlung, Hermann Ballhorn. 1873.*)

Der Umstand, dass bei einer solchen Gelegenheitsschrift — die Abhandlung ist ursprünglich eine Erlanger Inauguraldissertation — schon nach kurzer Zeit die Nothwendigkeit einer zweiten Auflage fühlbar wurde, beweist allein zur Genüge, dass dieselbe einem Bedürfniss abhilft. Man hat in neuerer Zeit in vielfacher Beziehung, zumal bei Integrationen, die Nützlichkeit der hyperbolischen Functionen kennen gelernt, sah sich aber behufs eingehenderen Studiums immer noch auf die umfangreichen Originalabhandlungen von Gudermann und Gronau angewiesen. Es war deshalb ein sehr verdienstliches Unternehmen des Verfassers, alle wichtigen Thatsachen dieser Theorie zusammenzufassen und sowohl analytisch als auch rein geometrisch darzustellen. Auch manches Neue findet sich vor, wie ein genaueres Referat lehren wird.

Der Verfasser beginnt mit einer kurzen historischen Skizze. Derselben wäre vielleicht noch anzureihen gewesen eine Andeutung der wichtigen Rolle, welche die hyperbolischen Functionen in der abstracten Raumlehre spielen (vgl. Frischauf, absolute Geometrie. Leipzig 1872). Auch in der angewandten Mathematik kann man, was hier nicht erwähnt wird, vielfach von denselben Gebrauch machen; so erwähnt Hoppe in seiner Recension der Dötsch'schen Schrift einer Anwendung dieser Functionen auf statische Fragen, welche Ligowski gemacht hat (Archiv der Mathematik und Physik, 55. Bd.), und wir weisen auf eine Studie des nämlichen Verfassers im Archiv hin, welche sich auf das ballistische Problem bezieht. Hiemit dürften die wichtigsten Literaturerscheinungen auf diesem Gebiete nachgetragen sein.**)

Zunächst werden dann die sechs hyperbolischen Functionen des

---

*) Vrgl. auch ein ähnliches Werk von Laissant, recensirt von Frischauf VI, 470. D. Red.

**) Vgl. auch M. Cantor's Abhandl. (19. Band v. Grunert.)

Argumentes ω analytisch definirt und die geometrische Bedeutung von $\mathfrak{Sin}$, $\mathfrak{Cos}$, $\mathfrak{Tang}$ nachgewiesen. Um den Fortgang durch die anderen Quadranten darzulegen, wird vermittelst der Relationen

$$\mathfrak{Sin}\,\omega = \tang \alpha, \quad \mathfrak{Cos}\,\omega = \sec \alpha$$

eine Beziehung zu einem cyklischen Argumente α eingeführt. Der Beweis des Satzes

$$\mathfrak{Cos}^2\omega - \mathfrak{Sin}^2\omega = 1,$$

dessen Bestehen die Möglichkeit der obigen Transformation zur Folge hat, hätte vielleicht etwas ausführlicher geführt werden können.

Nachdem in der angegebenen Weise die Vorzeichen u. s. w. allgemein bestimmt sind, folgt eine elegante geometrische Betrachtung über den Zusammenhang von α und ω. Am einfachsten erhält man denselben folgendermassen. Man schlägt um das Centrum der Hyperbel einen beide Aeste berührenden Kreis und verbindet den Scheitel des einen Astes mit jenem Punkt des anderen, dessen Coordinaten bezüglich

$$x = \mathfrak{Cos}\,\omega, \; y = \mathfrak{Sin}\,\omega$$

sind. Diese Verbindungslinie schneidet den erwähnten Kreis nochmals in einem Punkte, der durch die Coordinaten

$$x = \cos \alpha, \; y = \sin \alpha$$

fixirt ist. Hieran schliesst sich die Construction der hyperbolischen Secante und Cosecante, sowie eine „Vergleichung der Functionen der einander entsprechenden Argumente α und ω."

Relativ am interessantesten ist der nun folgende Abschnitt, welcher die bisher erlangten Resultate rein synthetisch zu begründen sucht und Betrachtungen enthält, wie sie wohl nirgends sonst angetroffen werden. Der Verfasser leitet die wichtigsten Beziehungen in wenigen Zeilen her, indem er sich nur der einfachen Ueberlegung bedient, den einen Scheitel der Hyperbel als Centrum und die im anderen gezogene Scheiteltangente als Axe eines involutorischen Systems zu betrachten.

Den Schluss bildet eine Discussion der Relationen zwischen den hyperbolischen Argumenten ψ und ω, welche respective den cyklischen Argumenten α und $\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ entsprechen.

Indem wir endlich nicht anstehen zu wiederholen, dass wir der hier charakterisirten Studie unsere volle Anerkennung zollen, müssen wir doch auf der anderen Seite der oben erwähnten Kritik Hoppe's zustimmen, welche dafür hält, dass die Ansichten und Erwartungen des Herrn Verfassers bezüglich der Gleichberechtigung von Hyperbel- und Kreisfunctionen allzu sanguinisch seien. Hoppe hat das Richtige getroffen, wenn er auf die reelle Periodicität der goniometrischen Zahlen das Hauptgewicht legt; wir möchten auch noch daran erinnern, wie

einfach sich bei letzteren die geometrische Deutung der reciproken Werthe von sin und cos gestaltet, während nach des Verfassers eigener Angabe (S. 14 ff.) bei Sec und Cosec dies sich ganz anders verhält.

Auch können wir nicht unterlassen den Wunsch auszusprechen, dass doch endlich die dem Ausländer absolut unverständlichen Bezeichnungen Sin etc., deren wir uns im Anschluss an den Verfasser hier bedienten, verschwinden und durch eine Uebereinkunft neue festgesetzt werden möchten. Dr. S. Günther.

Dölp, Dr. H., Professor am Polytechnicum zu Darmstadt. **Aufgaben zur Differential- und Integralrechnung nebst den Resultaten und den zur Lösung nöthigen Erläuterungen.** Zweite umgearbeitete und verbesserte Auflage. Giessen 1874. J. Ricker'sche Buchhandlung.

Die vorliegende Sammlung hat sich bereits in ihrer ersten Auflage allgemeine Anerkennung erworben; leider ist es dem Autor nicht mehr möglich gewesen, das Erscheinen der zweiten selbst zu leiten. Dieselbe zeichnet sich vor anderen ähnlichen Werken bekanntlich dadurch aus, dass neueren Theorien, insbesondere der Lehre von den homogenen Functionen, mehr Berücksichtigung zu Theil geworden ist. Abgesehen von den meist sehr gut gewählten Beispielen sind auch theoretische Erläuterungen beigegeben, so dass das Werkchen auch mit Vortheil zur Repetition verwendet werden kann. Betrachten wir nunmehr den Inhalt etwas näher.

Im ersten Abschnitte können wir uns mit der Ableitung der Gleichung

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{(x_1 = x)} \frac{fx_1 - fx}{x_1 - x}$$

nicht einverstanden erklären. Der Verfasser bedient sich dabei folgender Ausdrucksweise (S. 4): „Führt man nämlich die stetige Verkleinerung der Differenzen $(x_1 - x)$ nicht vollständig zu Ende, sondern sistirt das Verfahren in dem Augenblick, wo $(x_1 - x)$ bereits so klein geworden ist, dass es nicht mehr kleiner werden könnte, ohne vollständig in Null überzugehen, so nennt man diese verschwindend kleine Differenz ein Differential von x und bezeichnet es durch dx." Bei dieser Darstellung liegt gewiss die Gefahr sehr nahe, dass der Anfänger die so ganz unzulässige Vorstellung absolut unendlich kleiner Grössen in sich aufnimmt, während doch unter einer unendlich kleinen ausschliesslich eine veränderliche Grösse verstanden werden kann, deren Verkleinerung beliebig fortgesetzt werden darf.

Einen wesentlichen Vortheil scheint uns Dölp's Sammlung durch

besonderes Hervorheben der Darstellungsweise zu besitzen, bei welcher zwei Variable als Functionen eines Parameters ausgedrückt werden. Da die Geometrie bekanntlich vielfach auf diese Methode recurrirt (Trochoïden, rationale Curven dritter Ordnung etc.), so ist es wünschenswerth, sie möglichst bald vorzuführen. Bei den höheren Differentialquotienten Einer Variabelen hätten wir einige Exempel independenter Darstellung aufgenommen gewünscht.

Im § 8. scheint die Herleitung der fundamentalen Relation

$$\frac{\partial f_{(x,y)}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial f_{(x,y)}}{\partial y \partial x}$$

strengen Anforderungen nicht zu entsprechen. In der That ist der Beweis dieses Satzes nicht leicht, wie dies ja bei allen Theoremen der Fall ist, deren Wahrheit an sich einleuchtet. Ueber die Mängel der gewöhnlich gegebenen Beweise kann man eine eingehende Erörterung in Gilbert's Aufsatz (Nouv. ann. de mathématique II, 11. S. 217 ff.) nachlesen. Herr Dölp, welcher sich mit Vorliebe auf geometrische Betrachtungen bezieht, würde hier mit Vortheil dem schönen und völlig strengen stereometrischen Beweis eine Stelle gegeben haben, welcher sich in Schlömilch's „Compendium der höheren Analysis" (1. Bd., S. 72) findet.

Sehr hübsch ist die Behandlung der unbestimmten Formen, sowie auch die der Maxima und Minima. Alle denkbaren Fälle sind an klar gezeichneten Figuren erläutert; die auf S. 59 und 63 befindlichen Zeichnungen sollten in gleicher Vollständigkeit in jedem Lehrgang der Differentialrechnung enthalten sein. § 11. gibt die Reihen von Taylor und Maclaurin, deren Ableitung jedoch nicht mehr auf die Methode der unbestimmten Coëfficienten sich stützen sollte. Die so höchst wichtige Restbetrachtung muss hiebei natürlich ganz wegfallen.

Die nächsten Paragraphen behandeln Functionen von mehr als einer unabhängigen Veränderlichen und hier findet auch der Euler'sche Lehrsatz seine Stelle, wie dies nach der Tendenz des Buches erwartet werden musste.

Aus der Integralrechnung haben wir nur des Abschnittes über bestimmte Integrale zu erwähnen, welcher die doppelte Auffassung dieser Formen geschickt erläutert und einige Anwendungen auf solche Integrale macht, die in unbestimmter Form entweder vollständig ausgewerthet oder doch durch Recursionsformeln dargestellt werden können.

Die „Anwendungen der Differential- und Integralrechnung auf Geometrie" nehmen die zweite (kleinere) Hälfte des Werkes ein. Auch hier muss anerkannt werden, dass rechtwinklige, homogene, Polarcoordinaten gleichmässig bedacht werden und dass auch die Parameterdarstellung

$$x = \varphi_t, \quad y = \psi_t$$

nicht vergessen wurde. Für diesen letzteren Fall wird dann nach S. 168 eine specielle Discussion der merkwürdigen Curvenpunkte gegeben.

Das meiste Interesse ist § 4. des zweiten Theiles zu erwecken geeignet, indem hier unseres Wissens zum ersten Male der Versuch gemacht wird, die bekannten Hesse'schen Determinantensätze für die elementare Lehre von den Wendepunkten zu verwerthen. Die Art und Weise, wie der Verfasser durch einige einfache Determinantentransformationen die Gleichung der Inflexionscurve gewinnt, ist natürlich, elegant und, wie wir wenigstens glauben, auch originell. Man kann hiernach nicht mehr zweifeln, dass auch für den ersten Unterricht in der höheren Mathematik diese Darstellungsweise ganz am Platze ist. Referent hat vor Kurzem in seiner vor einem sehr heterogen zusammengesetzten Hörerkreis gehaltenen Vorlesung über Differentialrechnung die Wendepunkte in der Weise Dölp's behandelt und hat sich überzeugt, dass die überwiegende Mehrzahl ganz gut zu folgen im Stande war.

Die letzten vier Paragraphen beschäftigen sich mit Rectification, Quadratur und Cubatur, letztere, sowie auch die Complanation, nur für Rotationsflächen. Diese Beschränkung würde in einer etwaigen neuen Auflage besser wegfallen.

Druck und Ausstattung sind gut. Dass im ersteren einige kleine Incorrectheiten mit untergelaufen sind, ist bei dem oft schwierigen Satz nicht zu verwundern. Wir machen auf zwei derselben aufmerksam, die möglicherweise sinnstörend sein könnten: S. 167, Zeile 5 muss es heissen:

$$d\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right),$$

und ibid. Zeile 9 ∂ statt d. Dr. S. Günther.

Meyer, Dr. M. H., und Meyer, Dr. C. Th., „Lehrbuch der axonometrischen Projectionslehre.“ Mit 51 Tafeln. Leipzig 1855—1863, Verlag von H. Hässel (früher O. A. Schulz).

Zwölf Jahre sind verflossen, seit die letzte Lieferung dieses vortrefflichen Werkes erschien, und noch hat es — nach der Versicherung des Verlegers — bisher keine Recension erfahren.*) Wir suchen daher durch folgende Zeilen Versäumtes nachzuholen, fast möchten wir sagen, eine Schuld gegen die verdienstvollen Verfasser abzutragen.

Das Lehrbuch der Brüder Meyer war zur Zeit seines Er-

*) Dies ist auch der Grund, warum wir dieses ältere Werk hier zur Besprechung bringen. D. Red.

scheinens das vollständigste und beste Werk über Axonometrie und wird desshalb in der Entwicklungsgeschichte der darstellenden Geometrie stets eine ehrenvolle Stelle einnehmen. Es enthält, in Hinblick auf die vorausgegangenen Arbeiten von Farish, Jopling, Weisbach, Möllinger, u. a. so viel des Guten und Neuen, dass es uns zu weit führen würde, auf alle Einzelnheiten in dieser Beziehung aufmerksam zu machen. Wir erwähnen hier beispielsweise nur die Zahlentabellen, aus denen die Verkürzungs-Verhältnisse der Coordinaten bei gegebener Stellung der Axen, die Winkel, unter denen die Axenbilder gegen einander geneigt sind, u. s. w. entnommen werden können. Dergleichen Tabellen finden sich in keinem anderen Werke so vollständig. Sie geben Zeugniss von dem grossen Fleisse, mit welchem das Buch geschrieben ist.

In der Einleitung findet sich eine Erklärung der axonometrischen Projectionsarten, sowie eine kurze geschichtliche Besprechung der diesbezüglichen Literatur. Hierauf folgt ein Capitel, das die „mathematische Begründung" der axonometrischen Projectionsmethoden enthält. — In einem Werke, welches von graphischen Constructionen handelt, nimmt sich eine so grosse Menge mathematischer Formeln etwas fremdartig aus. Freilich folgten hier die Verfasser nur dem Beispiele Weisbach's, der die Lehre über Axonometrie auch auf mathematische Formeln stützte. Doch sind wir ganz der Ansicht Möllinger's (Seite 8 der Vorrede zu seinem Lehrbuch der „dis-isometrischen und mono-isometrischen Parallelperspective," 1853 erschienen), „dass es dringend geboten sei, eine so wichtige Zeichnungsmethode aus dem fremdartigen Gebiete der trigonometrischen Analysis wieder auf den heimathlichen Boden der darstellenden Geometrie zu verpflanzen." Einer hierauf bezüglichen Stelle des in Rede stehenden Buches (Seite 87) können wir unsere Zustimmung nicht geben. Diese Stelle lautet: „Letzterer Weg (durch Benützung der Rechnung das Axensystem zu construiren) ist unbedingt der einfachere . . ., weil man das entstehende Bild im Voraus besser nach dem Verhältnisse der Axen, als nach der Drehung und Neigung zu beurtheilen vermag, aus den gegebenen Axenverhältnissen aber die Winkel, unter denen die Axen zusammenstossen, und die Verjüngung nur durch Rechnung und nicht durch reine Construction gefunden werden kann." Unserer Ansicht nach lässt sich im Voraus über das mehr oder weniger günstige Aussehen des Bildes leicht auch dann ein richtiges Urtheil fällen, wenn man die Verjüngung der Axen nicht genau kennt. Sind die Axenbilder einmal gewählt, so ergeben sich die Verjüngungsverhältnisse durch eine höchst einfache Coustruction und es kann jede Rechnung oder Zahlentabelle dabei ganz wohl entbehrt werden. Auch der Ansicht der Verfasser über das Verhältniss der sogenannten schiefen Projection zur (orthogonal-) axonometrischen können wir nicht zustimmen. Auf Seite 59

heisst es nämlich: „Während die axonometrische Darstellung der wirkliche Anblick eines unendlich entfernten Auges ist, gibt die schiefe Projection nur erst das Bild des Schattens, welchen schief einfallende, von einem unendlich entfernten Punkte ausgehende Lichtstrahlen auf die Projectionsebene werfen. Hierin ist der Grund zu suchen, weshalb solche Bilder meistens einen weniger angenehmen Eindruck hervorbringen als die axonometrischen Ansichten . . ." Man könnte ja auch jede orthogonal-axonometrische Darstellung als „das Bild des Schattens betrachten, welchen" senkrecht „einfallende Lichtstrahlen auf die Projectionsebene werfen." Zudem unterscheidet sich die orthogonal-axonometrische von der schiefen Projection irgend eines bestimmten Objectes bei gleicher Annahme der Axenbilder, wenn die schief projicirenden Geraden entsprechend gewählt werden, so ausserordentlich wenig, dass es kaum möglich ist, beim blossen Anblicke der beiden Projectionen einen Unterschied an ihnen zu entdecken.

Dem Capitel, welches die mathematische Begründung enthält, folgen Erklärungen über die Vortheile der axonometrischen Darstellungen gegenüber den gewöhnlichen orthogonalen und über die Anwendbarkeit der ersteren; dann kurze Betrachtungen über die Zweckmässigkeit des einen oder des anderen Axensystems in Bezug auf die Form und Lage des darzustellenden Objectes.

Im nächsten Capitel wird die Construction des Axenkreuzes erklärt. Hier finden sich wieder zahlreiche mathematische Formeln, sowie auch die obenerwähnten Zahlentabellen. Den Schluss der einleitenden Untersuchungen (162 Seiten) bildet die Erklärung der in dem Werke gebrauchten Bezeichnungen, ferner der Constructionen zur Verjüngung von Geraden, welche den Axen parallel laufen, und der sogenannten hypothetischen Vergrösserung, welche den Zweck hat, eine der drei Axen in unverkürzter Länge darstellen zu können.

Nun erst gelangen wir zum 1. Abschnitte (Seite 163—253): „Anfertigung axonometrischer Zeichnungen nach geometrischen Rissen." Es wird hier die axonometrische Darstellung von Punkten, Geraden, ebenen Figuren, von Curven und krummen Flächen unter der Voraussetzung, dass diese Gebilde durch orthogonale Projectionen bestimmt seien, ausführlich erörtert. Auch über das „Entnehmen einzelner Dimensionen und Austragen geometrischer Zeichnungen aus axonometrischen Darstellungen" ist hier das Wichtigste angeführt.

Der zweite Abschnitt (Seite 254—402) behandelt sehr ausführlich „die Anfertigung axonometrischer Zeichnungen nach gegebenen Massen." Die wichtigsten elementaren Aufgaben der darstellenden Geometrie werden hier in axonometrischen Projectionen gelöst. Freilich sind die angegebenen Lösungen nicht immer die einfachsten. Man hat seither Methoden gefunden, welche häufig viel schneller zum Ziele führen; aber es muss anerkannt werden, dass gerade dieser Abschnitt sehr viel Originelles enthält, durch welches

die Lehre über Axonometrie eine wesentliche, praktisch höchst wichtige Bereicherung erfuhr.

Den Anhang (64 Seiten stark) bildet eine sehr reichhaltige Zusammenstellung von, die Curven zweiten Grades betreffenden, Constructionsaufgaben.

Die Erklärung der Construction von Selbst- und Schlagschatten vermissen wir in dem so umfangreichen Werke. Bei axonometrischen Darstellungen, von denen man doch in der Regel verlangt, dass sie möglichst naturähnlich seien, spielen die Schatten eine nicht unwichtige Rolle. Sie hätten daher wohl berücksichtigt werden sollen. Freilich hängt damit so viel zusammen, dass der Umfang des Buches durch die Ausfüllung dieser Lücke nicht unbedeutend vergrössert worden wäre. Aber es hätte dafür manches Andere kürzer gefasst werden können.

Nachdem bereits 20 Jahre seit dem Erscheinen der ersten Lieferung des Werkes verflossen sind, wäre es ungerecht einen Massstab an dasselbe zu legen, der dem heutigen Stande der Wissenschaft entspricht. Seitdem hat ja die darstellende Geometrie bedeutende Fortschritte gemacht. Vieles, was damals gut war, ist nun durch Besseres ersetzt. Trotzdem muss das Werk der Brüder Meyer auch jetzt noch als ein vorzügliches bezeichnet werden. Man kann es ein Quellenwerk für Axonometrie nennen, das wohl grössere Beachtung verdient hätte, als es, wenigstens dem Anscheine nach, gefunden hat.

Dr. R. Staudigl,
Professor an der k. k. technischen Hochschule in Wien.

B) Zeitschriften.

I) Nouvelle Correspondance mathématique publiée par Eugène Catalan (ancien élève de l'école polytechnique, docteur ès-sciences, professeur à l'université de Liège), et Paul Mansion (docteur spécial en sciences mathématiques, professeur à l'université de Gand). Tome premier. Mons. Hector Manceaux, imprimeur-éditeur.

Es war gewiss ein guter Gedanke der beiden verdienten belgischen Mathematiker, die Zeitschrift, in welcher einst der berühmte Quetelet die wissenschaftlichen Kräfte seines Vaterlandes gesammelt hatte, neu wieder aufleben zu lassen. In einer kurzen Vorrede setzen die Herausgeber die eigentliche Bestimmung ihres Unternehmens in bündiger Weise auseinander: Das Journal soll einen vorzugsweise didaktischen Charakter tragen und desshalb nicht Arbeiten in sich aufnehmen, die ganz abstract gehalten, dem Lehrzweck nicht dienen wollen und können; andererseits aber sollen auch elementare Abhandlungen nur dann einen Platz finden, wenn sie nach Form oder Inhalt etwas wirklich Neues bringen. Durch

die Ausschliessung dieser beiden Extreme ist der Standpunkt des Blattes genügend gekennzeichnet, und da uns Deutschen eine solche periodische Schrift*) eigentlich ganz fehlt, so haben wir besondere Ursache, der belgischen Publication unser Interesse zuzuwenden. Sehen wir nun zu, was uns in den bisher erschienenen Lieferungen geboten wird.

Première Livraison; Seite 1—32. — Août 1874.
1. Problème sur le cercle. Im Anschluss an eine bekannte Tactionsaufgabe gibt Mansion eine einfache Lösung des Problems: Gegeben eine Figur f und zwei willkürliche Punkte A und C; es soll eine zweite zu f ähnliche Figur F so construirt werden, dass ihr Umfang durch A geht, und dass f und F, mit Bezug auf C als Aehnlichkeitscentrum, ähnlich liegen.

2. Sur quelques propriétés des fractions périodiques. Mansion gibt hier eine Reihe elementarer Sätze über periodische Decimalbrüche, deren Beweise eine gute Uebung abgeben.

3. Remarque sur l'intégrale $J = \int_0^\pi l\,(1 - 2a\cos x + a^2)\,dx$.

Catalan berichtigt einen Irrthum, welchen Poisson bei Auswerthung dieses Integrales begangen, und findet durch eine leichte Reihenentwicklung den richtigen Werth $2\pi \log a$ $(a > 1)$.

4. Sur un nouveau mode de génération des coniques. Bericht von Mansion über eine im Jahr 1873 erschienene Untersuchung Abel Transon's. Der Grundgedanke ist dieser: Hat man auf einer unendlichen Geraden eine Strecke abgegrenzt, so suche man den geometrischen Ort des Punktes, dessen Entfernung von der Geraden die mittlere geometrische Proportionallinie zwischen den Abschnitten ist, welche der Fusspunkt des Lothes auf jener Strecke bildet. Man erhält, je nach der Lage dieses Fusspunktes, den Kreis und die gleichseitige Hyperbel; soll dagegen das Loth die mittlere Proportionale zwischen einer willkürlich gegebenen Länge und der Entfernung des Fusspunktes vom Mittelpunkt der Strecke sein, so resultirt als Ort die Parabel. Diese Bestimmungsweise lässt sich leicht verallgemeinern, und es ergeben sich interessante Theoreme, deren eines Mansion herausgreift und durch die Bellavitis'sche Aequipollenzen-Methode (Rechnung mit Richtungszahlen) beweist.

*) Man erkennt, dass sich die neue „Correspondenz" von den „Nouvelles Annales des mathématiques" der Tendenz nach nicht wesentlich unterscheidet, wie sie denn auch in Form und Ausstattung diesen ähnelt. Für Italien's studirende Jugend sorgt trefflich Battaglini's „Giornale," und selbst das kleine Böhmen besitzt seine „Casopis;" Deutschland scheint für eine solche literarische Mittelpartei noch kein Bedürfniss zu empfinden.



5. Démonstration d'un théorème de Liouville. Eine auf geometrische Betrachtungen sich stützende Ableitung der Umformung eines complicirten bestimmten Integrales in ein anderes einfacheres, welche von Liouville ohne Beweis gegeben war. Mansion fügt einige die Anwendbarkeit der Transformation bethätigende Beispiele bei.

6. Extraits analytiques. Dieser den „Miscellen" unserer Zeitschriften entsprechende Abschnitt enthält einige analytisch-geometrische Sätze aus den „Nouvelles Annales", eine von Neuberg herrührende Auflösung der elementaren Aufgabe des französischen Concours général von 1873 und eine Notiz über die von A. Transon gelieferte Verallgemeinerung des berühmten Dandelin'schen Satzes über die Bestimmung der Brennpunkte am Kegel selbst.

7. Bibliographie. **8.** Questions proposées. Darunter findet sich, entnommen aus den berühmten „Problèmes plaisans et délectables" von Bachet de Méziriac (neu aufgelegt von Labosne), die complicirte Textgleichung „Bacchus und Silen," die in Deutschland allgemein bekannt und u. a. in der trefflichen Sammlung von Martus enthalten ist.

Deuxième Livraison; S. 33—72. — Décembre 1874.

1. Sur l'intégrale.

$$\int_0^\pi \left(\frac{\sin^2 x}{1 - 2a\cos x + a^2}\right)^m dx .$$

Auszug eines Briefes von Hermite. Der berühmte Mathematiker zeigt, wie sich der Werth dieses bestimmten Integrales als Corollar jener Transformationsmethode ergibt, von deren Discussion durch Mansion oben die Rede war.

2. Note sur les axes instantanés glissants et les axes centraux, dans un corps solide en mouvement.

Eine kinematische Studie des durch seine Untersuchungen über abstracte Mechanik bekannten Artillerie-Officiers de Tilly, die sich nicht zum Auszug eignet.

3. Questions de maximum et de minimum.

Neuberg löst auf elegante Weise einige Maximums-Aufgaben ohne Zuhülfenahme der Differentialrechnung. Die angewandten Kunstgriffe gehören in die Classe derjenigen, welche uns Deutschen aus den Schriften von Schrader und Heilermann ziemlich bekannt sind.

4. Concours d'aggrégation des sciences mathématiques (Paris 1873). Solution de la question de mathématiques élémentaires.

Von Neuberg. Das Problem ist dieses: Für ein Dreieck sind

die drei äusseren Berührungskreise construirt; verbindet man je zwei Punkte, in denen ein und derselbe Kreis zwei verlängerte Seiten tangirt, so erhält man ein neues Dreieck, von welchem verschiedene Eigenschaften angegeben werden sollen.

5. Sur certaines courbes, quarrables algébriquement.

Hermite hat in seinem grossen Werke ein Kennzeichen gegeben, um Curven dritten Grades mit einem Doppelpunkt sofort algebraisch zu quadriren. Dieses Verfahren dehnt hier Mansion auf alle Curven der Ordnung n und des Geschlechtes 0 aus, welche einen $(n-1)$fachen Punkt besitzen.

6. Sur la théorie des transformations birationnelles planes en général.

In diesem Artikel trägt Mansion, zum Theil nach Salmon's „Higher plane curvs," in kurzen Zügen die Lehre von den eindeutigen, oder wie die Franzosen sagen, birationalen Substitutionen vor. Die Darstellung sticht durch ihre Klarheit und Uebersichtlichkeit wohlthuend gegen manche Arbeit deutscher Autoren ab, welche den an sich einfachen Gegenstand scheinbar absichtlich in Dunkel hüllen. Auch die historische Seite wird im Hinweis auf die Angaben von Clebsch und F. Klein besprochen.

7. Extraits analytiques. Bemerkungen über gewisse einfache Curven dritter Ordnung.

8. Solutions des questions proposées dans la nouvelle correspondance.

9. Questions proposées.

Dieselben rühren theilweise von Catalan her; zum grossen Theile aber sind sie dem Hoppe'schen „Archiv der Mathematik und Physik" entnommen.

10. Correspondance.

Interessant für Lehrer. Ein Eleve der belgischen Thierarznei-Schule legt der Redaction die Aufgabenliste seines Institutes vor, da er einzelne derselben nicht zu verstehen vermöge. In der That ist darin manches Ungeheuerliche enthalten (es soll allgemein der Werth von 0^0 gefunden, die Identität $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ bewiesen werden u. dgl. mehr), und so nimmt Herr Eugène Catalan mit Recht den Anlass wahr, sich über die Mängel solcher Examens-Programme in sehr beherzigenswerther Weise auszusprechen.

11. Bibliographie. Ein Auszug aus Mansion's ausführlichem Referate über Hermite's „Cours de l'analyse de l'école polytechnique," welches im 6. Bande des Bullettino Boncompagni erschienen ist.

Gewiss ein reiches Material, welches in den zwei uns vorliegenden Octav-Heftchen zusammengedrängt ist. Wir sehen der Fortsetzung mit grossem Vergnügen entgegen.

Dr. S. Günther.

II) Istruzione e diletto rivista mensile di matematica, computisteria, lettere e pedagogia. Compilata da una Società d'Insegnanti italiani sotto la direzione di Giovanni Massa. Torino, Tip. A. Pignata e Comp.

Wir gestehen, dass das am 1. December 1873 ausgegebene Heft dieser Zeitschrift, welches uns von der Redaction zum Zwecke der Berichterstattung zugestellt wurde, nicht wohl hinreicht, um sich über die eigentliche Natur dieses in seinen Zielen der „Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht" nahekommenden periodischen Blattes ein endgültiges Urtheil zu bilden. Ausser einer Reihe für deutsche Leser wenig interessanter Bemerkungen über italienische Schulverhältnisse finden wir einige arithmetische und geometrische Aufgaben vor, die sich jedoch mit Einer Ausnahme (eine hübsche Näherungsconstruction des regulären Neunecks) nicht über ein höchst primitives Niveau erheben. Wenn uns von der in Aussicht gestellten Erweiterung des Unternehmens, dem „Giornale di matematica e computisteria," Probenummern vorliegen, wird weiter zu referiren sein; einstweilen ist zu hoffen, dass die Ausstattung der Zeitschrift (besonders bezüglich der Holzschnitte) bei ihrer Neugestaltung gewinnen möge.

München. Dr. S. Günther.

C) Schulbücher.

Fresenius, Carl, Die Raumlehre, eine Grammatik der Natur. Entwurf zu einer genetischen Schulmethode der Elementargeometrie. Frankfurt a/M., bei Chr. Winter. 1875. Zweite Auflage. (102 S.)

Schon der Titel dieses Büchleins erweckt Interesse. „Eine Grammatik der Natur!" Wir wollen hierüber nicht weiter discutiren, zumal der Verfasser diesen Titel mehr als Motto betrachtet haben will. Näheren Aufschluss über den Zweck des Buches erhalten wir aus der Vorrede. Es klagt vor Allem der Verfasser über die Methode der Elementargeometrie, die „spanischen Stiefel euklidischer Synthesis." Die gepriesene logische Schärfe der Mathematik findet der Verfasser keineswegs. „Weder sind die ersten Grundlagen so fest gelegt und dem Geiste so sicher — noch kann eine Beweisführungsart, bei welcher so häufige Identitätsaussagen: $a = a$ vorkommen, und wo fast immer der Weg zur Thesis durch listige Constructionen führt, die nur ein Zufall auffinden lässt, das freie Denken so wesentlich fördern, höchstens ist sie eine gute Uebung für die Combination, wie etwa das Schachspiel auch. Dem gesunden natürlichen Blick, sowie dem Interesse an dem eigentlichen Sachverhalt bringt sie mit ihrer Weitschweifigkeit und ihrem Verweilen auf Fremdartigem mehr Schaden als Nutzen." — Von einiger Ueber-

treibung abgesehen dürfte es schwer sein, diesen treffenden Worten ernstlich zu widersprechen. Unsere Elementargeometrie, wie sie in vielen Lehrbüchern und Schulen gelehrt wird, ist doch kaum viel mehr als die Kunst vorgelegte Sätze zu beweisen. Das eigentlich Bildende des geometrischen Studiums, die Erkenntniss der geometrischen Wahrheit und die Förderung der räumlichen Vorstellungskraft wie des Formensinns liegt ganz zur Seite. Schüler und Lehrer sind zufrieden, wenn sie nach langen vielverschlungenen Wegen an das „quod erat demonstrandum" gelangt sind. Solange der Schüler die geometrische Wahrheit nicht anschaulich erkennt und den Beweis nicht in zwei Worten im Geiste vor sich hat, solange ist von einem erfolgreichen Studium der Geometrie nicht die Rede. — So baut denn der Verfasser ein neues Lehrgebäude der Elementargeometrie auf, welches wir „geometrische Propädeutik" oder „geometrische Anschauungslehre" zu nennen pflegen.

Das ganze Büchlein theilt sich in zwei Stufen: erste Stufe, Anschauung der Körper; zweite Stufe, Orientirung unter den räumlichen Begriffen. In der ersten Stufe wird zuerst der Würfel vorgeführt und an demselben werden die Begriffe der Fläche, Kante, Ecke „ohne Definitionen durch Betrachten und Betasten" eingeprägt. Es folgen die Begriffe oben und unten, u. s. w. Richtung der Kanten und Flächen. Dann kommen die dreikantige und sechskantige Säule, die vierkantige ganze und abgestumpfte Pyramide, die dreikantige und sechskantige Pyramide, die Walze, die Halb- und Viertelwalze, der Kegel, der abgestumpfte Kegel, die Kugel, die Halbkugel. Die verschiedenen Körper werden vorgeführt und die Merkmale des einzelnen, sowie die Vergleichungsmomente mit andern hervorgehoben. Die Darstellung ist durchweg einfach, klar und auch dem noch wenig entwickelten Geiste leicht verständlich. Interessant ist, wie der Verfasser überall auf die grössere und geringere Spitzigkeit der Ecken, Schneidigkeit der Kanten, Standfestigkeit nach der einen oder andern Richtung, sowie auch auf das Eigenthümliche der Walzenkante, der Kegelspitze und eines Punktes auf der Kugel im Gegensatze zu den Kanten und Ecken der Polyeder aufmerksam macht. Nirgends wird definirt, nur angeschaut.

Nach dieser Vorbereitung folgt die zweite Stufe, die Orientirung unter den räumlichen Begriffen. Aus der Anschauung abgeleitet erhalten wir nun den Begriff von Körper, Fläche, Linie, Punkt, ebenso von der Ebene und der geraden Linie. Der Verfasser ist kein wissenschaftlicher Scrupulant, sondern nimmt diese Definitionen einfach wie sie sich dem beschauenden Geist ergeben; „die Raumlehre ist ja aus der Natur hergeleitet, nicht aus dem Geist." Es folgt die Lehre vom Punkt; an ihm gibt es weder Grösse, noch Richtung und Gestalt. Dann kommt das Capitel von der Linie: Länge, Messen, Gestalt der Linie, gerade oder krumme, Kreis u. s. w.;

Richtung der Linie; „Bewegung der Richtung heisst Drehung;“ „das Drehungsstück heisst Winkel.“ Es wäre hier zu wünschen, dass die Begriffe Gerade, Strahl, Strecke auseinandergehalten worden wären und ebenso dürfte der Begriff des Winkels, ohne dass das „Drehungsstück“ sofort an einem Kreisbogen anschaulich wird, zu abstract sein. Zwei „gleich gerichtete“ Linien heissen parallel und in sehr einfacher Weise gründet sich hierauf die Lehre von den Parallelen. Ein Hauptmittel zum Beweise der Sätze ist dem Verfasser das Princip der Bewegung; die Figuren sind alle belebt, es geht eine in die andere über. Hierauf behandelt der Verfasser die Fläche, ebene Flächen, Regelflächen, Flächen doppelter Krümmung, dann die Neigung der Flächen gegeneinander und gegen Gerade. Alles ist wiederum ungemein klar und anschaulich dargestellt; doch bezweifle ich, ob nach Absolvirung des Vorausgehenden der Schüler die nöthige Reife besitze, um diese schwierigen räumlichen Gebilde sich vorzustellen. Eine so radicale Umkehrung der uralten Ordnung der Geometrie erscheint mir doch weder geboten noch zweckmässig. An einzelnen Stellen, wie bei der Erklärung des Neigungswinkels und des Linienflächenwinkels, dürfte die Darstellungsweise wohl noch der Vervollkommnung fähig sein. Als Fortsetzung des Capitels von den Flächen folgt die Lehre von den geschlossenen ebenen Figuren. Ein Punkt beschreibt durch dreimalige Drehung der Richtung ein Dreieck. Diese dreimalige Drehung muss 360^0 betragen. Hieraus folgt das Weitere. Aus der Betrachtung des gleichschenkligen Dreiecks entsteht der Begriff der Symmetrie, welcher in der Folge eine sehr fruchtbare Verwendung findet. Ein sehr schöner Beweisgang, der zugleich des Verfassers Methode sehr deutlich illustrirt, ist Seite 59 zu finden. Ich gebe ihn wörtlich:

„Wenn in einem gleichschenkligen Dreieck eine der gleichen Seiten grösser wird, während die andere ungeändert bleibt, so muss der Basiswinkel gegenüber auch grösser werden, während der an ihr liegende Winkel um ebensoviel (warum?) kleiner wird. Es ist ein ungleichseitiges Dreieck entstanden und jedes solche kann man aus einem gleichschenkligen entstehen lassen. Also liegt wie im gleichschenkligen Dreieck der gleichen Seite ein gleicher Winkel, so im ungleichseitigen der grösseren Seite ein grösserer Winkel entgegen.“

Ich frage Jedermann auf's Gewissen, ob eine solche Entwicklung nicht eine viel energischere Einsicht gewährt, als Euklids schleppender Beweisgang. Es folgt nun ebenfalls sehr deutlich behandelt und durch praktische Beispiele illustrirt (wie überhaupt im ganzen Buche) die Lehre von der Congruenz und dann die von der Aehnlichkeit der Dreiecke. Bei letzerer führt der Verfasser, zum Beweise der Proportionalität homologer Seiten, auch die Geschwindigkeit des bewegten Punktes ein, was mir bedenklich schien. Dann folgen die Vier- und Vielecke und der Kreis. Nicht vollkommen klar schien

mir hier der Beweis des Satzes, dass die Tangente auf dem Radius senkrecht steht, während dagegen der Satz vom Umfangswinkel besonders gelungen ist, und wiederum sehr vortheilhaft gegen die euklidische Beweisform contrastirt. „Wie die Peripherie durch ihren eigenen Radius gemessen wird, kann anschaulich hier nicht gezeigt werden.“ Es wird einfach gesagt, dass der Umfang $3\frac{1}{7}$ (wohl besser 3,14) mal so gross ist als der Durchmesser. In einem neuen Capitel folgt die „Grösse der begrenzten Ebene.“ An der Spitze steht der Satz von der Gleichheit der Parallelogramme anschaulich durch Bewegung der Grundlinie entwickelt. Sehr leicht und schön ist die Entwicklung des Satzes: „Aehnliche Figuren verhalten sich wie die Quadrate der entsprechenden Seiten,“ und hierauf fussend des pythagoräischen Lehrsatzes. Die Walzen- und Kegelfläche werden ebenfalls erklärt, wogegen der Verfasser für den Satz von der Kugeloberfläche eine einfache anschauliche Entwicklung nicht kennt. Auf ähnliche Weise ist im nächsten Abschnitt die Lehre von den Körpern durchgeführt. Die Darstellungsweise der Sätze von Pyramide und Kegel lässt in Bezug auf Deutlichkeit und Anschaulichkeit Einiges zu wünschen übrig.

Die Zahl derer, welche einen solchen geometrischen Anschauungsunterricht für vortheilhaft oder nothwendig halten, ist leider noch sehr gering, die neue bayerische Schulordnung z. B. weiss von einem solchen nichts. Ich wünsche, dass die Ansichten des Herrn Verfassers immer weiteren Boden gewinnen möchten und kann daher allen denen, welche die Methode einer geometrischen Anschauungslehre studiren wollen, das fragliche Büchlein des Herrn Fresenius als eines der wichtigsten Hülfsmittel bestens empfehlen. —

München. ADOLF SICKENBERGER.

LIESE, AD. (ord. Lehrer am k. Lehrerseminar in Osnabrück), Angewandte Elementarmathematik, auf Grund der allgemeinen Bestimmungen des k. preuss. Ministers der geistlichen, Unterrichts- und Medicinalangelegenheiten vom 15. October 1872 für die Zwecke der Volksschule bearbeitet. Berlin, bei W. Schultze. 1875. I. Theil: Geometrie (232 S.). II. Theil: Arithmetik (136 S.).

Obwohl der Titel des Buches besagt, dass dasselbe für Zwecke der Volksschule bearbeitet ist, so scheint es doch, aus der Vorrede zu schliessen, für Lehrerseminare oder sogenannte Mittelschulen*) (in Bayern Gewerbeschulen) bestimmt zu sein. Verfasser will nun sowohl Theorie als auch praktische Verwerthung seines Lehrstoffes geben und theilt so jeden Theil in zwei Abtheilungen: „theoretische

*) Dieser Ausdruck bedeutet nicht in allen Ländern dasselbe! D. Red.

Grundlage" und „praktische Verwerthung." Ein Princip, nach welchem diese Ausscheidung geschah, ist jedoch nicht aufzufinden. Die Sätze der Stereometrie finden sich z. B. in der zweiten Abtheilung der Geometrie, in der theoretischen Abtheilung der Arithmetik treffen wir die Proportionen (Regeldetri), Textgleichungen, in der praktischen Abtheilung der Arithmetik nur die Decimalbrüche, das Ausziehen der Quadrat- und Cubikwurzel und die Zinseszinsenrechnung. Ebenso ist in der weiteren Anordnung des Lehrstoffes namentlich im geometrischen Theile kaum ein System zu erkennen. Das Buch ist ferner voll von methodischen Fehlern, wie sie alle in dieser Zeitschrift schon vielfach besprochen wurden, wichtige Begriffe fehlen oft, sehr häufig wird erst später Folgendes vorausgesetzt, ja sehr häufig treten Fehler auf, die wir keinem Lateinschüler hingehen lassen. Die Darstellung ist im Allgemeinen unklar und verworren, an einzelnen Stellen schleppend breit, an andern bis zur Unverständlichkeit knapp. Zum Belege dieser Behauptungen folgende Beispiele:

I. Theil: Geometrie.

S. 5. In § 1. erklärt der Verfasser die Begriffe Planimetrie, Stereometrie, ebene und sphärische Trigonometrie; in § 2. die drei auf einander senkrecht stehenden Dimensionen des Raumes. Der Begriff „senkrecht" im geometrischen Sinn fehlt überhaupt ganz, und wir lesen Seite 8, § 16 d „ein Winkel, dessen Schenkel auf einander senkrecht stehen, heisst ein rechter Winkel" und S. 10, § 18. wird in ganz merkwürdiger Weise der Satz bewiesen: „ein gestreckter Winkel ist = 2 R. Folgerungen: 1) Alle gestreckten Winkel sind gleich, jeder = 2 R. 2) Alle rechten Winkel sind gleich, weil jeder die Hälfte eines gestreckten Winkels ist." Die Sätze über die Parallelen sind ebenso ein Muster eines circulus vitiosus, von überflüssiger Weitschweifigkeit abgesehen.

S. 16 sind die Erklärungen des recht-, spitz- und stumpfwinkligen Dreiecks vor dem Satz von der Winkelsumme — ein anerkannnter methodischer Fehler. Der gleiche Fehler wird S. 27 bei der Eintheilung der Parallelogramme begangen.

Ebenfalls S. 27 ist in § 43. der Satz bewiesen, dass ein Parallelogramm sich in zwei congruente Dreiecke zerlegen lässt. „Folgerung 1. Die Winkel im Parallelogramm wie im Viereck betragen zusammen genommen 4 R."

S. 38, § 56. Beweis des Satzes „Gleiche Sehnen stehen vom Mittelpunkt des Kreises gleich weit ab." Umkehrung etc. „Beweis folgt unmittelbar aus dem Vorhergehenden." Datum und Thesis werden hier wie überall ausführlich aufgestellt, sehr häufig aber fehlerhaft. So heisst es hier:

Voraussetzung: $AB = DE$,
Behauptung: $CF = CG$."

Dass $CF \perp AB$ und $CG \perp DE$ gehört natürlich nicht in's Datum!

S. 41. Der Satz vom Sehnenviereck. Folgerung: „Um jedes rechtwinklige Parallelogramm und gleichschenklige Trapez kann ein Kreis beschrieben werden.“ Ebenso beim Tangentenviereck S. 43.

Die zweite Abtheilung beginnt Seite 61 mit der merkwürdigen Erklärung: „Eine Gerade construiren heisst: zwischen zwei Punkten den kürzesten Abstand bestimmen.“ Es enthält diese Abtheilung zahlreiche Anwendungen auf Feldmesskunst, deren Nutzen dahingestellt sei. Häufig aber ist die Darstellung entweder nur schwer oder gar nicht verständlich.

S. 67 wird mit Hülfe von Kreistangenten die Construction von Parallelen erklärt, die Construction der Tangente folgt aber erst S. 82.

Bei der Construction von Kreisen S. 79 wird der Gegensatz von analytischer und synthetischer Methode sehr unsicher erklärt; noch weniger klar ist die Anwendung dieser Begriffe.

Um durch drei Punkte A, B, C einen Kreis zu legen, gibt der Verfasser S. 79/80 ausser dem gewöhnlichen folgendes Verfahren an: „Man lege durch die gegebenen Punkte Grade, die einander in D, E, F schneiden, halbire zwei der Winkel des entstandenen Dreiecks, so ist der Durchschnittspunkt der Halbirungslinien o der Mittelpunkt des gesuchten Kreises.“ Die Lösung der folgenden Aufgabe, einen Kreis zu beschreiben, der durch zwei Punkte geht und eine Grade berührt, ist geradezu naiv.

Es folgen Constructionen von Ellipsen etc. Die Begründung kann natürlich nur eine stückweise sein. Dann erst folgen die Constructionen von Dreiecken u. s. w., wo sehr unvermittelt sofort schwierigere Aufgaben zur freien Lösung gestellt werden.

S. 158, § 33 a) „Eine Grade steht senkrecht auf der Ebene, wenn sie mit irgend einer Geraden in ihr einen rechten Winkel bildet.“

II. Theil: Arithmetik.

S. 3, § 3. „Es gibt neun Ziffern.“

S. 6, § 5. werden „Buchstabengrössen“ addirt, „indem man die gleichnamigen Zahlen unter einander schreibt und dann die Addition vollzieht;“ z. B. $5a +$ u. s. w. Eine Erklärung der Verbindung $5a$ findet sich nicht. Die Aussprache algebraischer Gesetze ist oft sehr schwerfällig, Beweise fehlen meistens ganz.

Den Divisor setzt der Verfasser „nach gewöhnlicher Schulpraxis“ vor den Dividendus. Hierüber ist nichts mehr zu sagen.

Eine Bruchlehre gibt es nicht.

Merkwürdig ist der § 9. von den „algebraischen Zahlen.“ Zur Erklärung der negativen Zahl heisst es z. B. S. 15: — 3 sei der

Unterschied zwischen 6 Thlr. Gewinn und 9 Thlr. Verlust. — Dieser Unterschied ist netto 15 Thlr., wie auch der letzte Lateinschüler wissen muss. Das bekannte Multiplicationsgesetz findet folgende Erklärung: „Ist man z. B. 5 Schritte zurückgegangen und soll diesen Weg wieder dreimal zurückgehen, so muss man $(-5)\cdot(-3) = +15$ Schritte voran thun.“ Ebenso heisst es bei der Division. — Verstehe das, wer kann!

Die Erklärung der logarithmischen Gesetze ist so oberflächlich als möglich. Ebenso wurden die Gleichungen sehr leicht abgethan. Lehre und Beispiel sind in sehr unverständlicher Weise durcheinandergeworfen. Die Erwähnung doppelter Wurzeln der quadratischen Gleichungen fehlt ganz.

Falsch ist es, wenn S. 79 der sich aus einem gemeinen Bruche ergebende periodische Decimalbruch „irrational“ genannt wird.

Die Zahl dieser Beispiele liesse sich noch ausserordentlich vermehren; allein die angeführten werden genügen mein obiges Urtheil zu rechtfertigen. Von einem solchen mathematischen Unterricht in den Lehrerseminarien ist freilich eine Hebung der zahllosen Klagen über den Rechenunterricht in den Volksschulen nicht zu erwarten.

München. ADOLF SICKENBERGER.

Nachschrift der Redaction. Man vergl. hierzu: I, 515—517. — II, 121 und 122 und 266.—III, 42—49 bes. S. 43, auch 402—404 undAnm. — IV, 222—223 und die Anm. — V, 101. Anm. und 312—313 (Nachschr. d. Red.).—

MÜLLER, Dr. Hubert (Oberlehrer am Lyceum in Metz), Leitfaden der ebenen Geometrie mit Benutzung neuerer Anschauungsweisen für die Schule bearbeitet. Zweiter Theil, die Kegelschnitte und die Elemente der neueren Geometrie enthaltend. Leipzig bei Teubner 1875. VI und 111 Seiten. Preis 1 Mark 60 Pf.

Im V. Jahrgange dieser Zeitschrift*) besprachen wir den ersten Theil dieses Werkes und freuen uns, heute den zweiten Theil schon anzeigen zu können. Derselbe ist nach gleichen Grundsätzen bearbeitet und wird dargeboten als ein Schulbuch, welches sich nicht auf die einleitenden Sätze der neueren Geometrie beschränkt, sondern das Wesentliche aus der Theorie der Kegelschnitte dem Unterrichte leichter zugänglich machen will. „Die aus den Eigenschaften der Brennpunkte sich ergebenden Sätze der Ellipse, Parabel und Hyperbel sind in dem ersten Cursus selbstständig entwickelt und der Schluss des Buchs kommt wieder auf diesen Anfang zurück, indem gezeigt wird, dass die mit Hülfe der neueren Geometrie erforschten Kegel-

*) S. V, 449—454. D. Red.

schnitte mit den genannten Curven identisch sind." Wir gehen sogleich näher auf den Inhalt ein.

In einer „Einleitung" sind die wichtigsten, als Grundlage der neueren Geometrie dienenden Sätze aus dem 1. Theile der Schrift wiederholt und zusammengestellt. Es ist aus praktischen Gründen geschehen, um diesen 2. Theil unabhängig zu machen und ihn als ein für sich bestehendes Werkchen darzubieten. Diese Wiederholungen betreffen die Bezeichnung der Länge und Richtung der Strecken; die Theilung einer Dreiecksseite durch die Halbirungslinien des Gegenwinkels und seines Nebenwinkels; den Satz des Menelaos, bei welchem wohl nur aus Versehen die Aufeinanderfolge der Abstandsverhältnisse nicht richtig

$$\frac{a'c}{a'b} \cdot \frac{b'a}{b'c} \cdot \frac{c'b}{c'a} \text{ statt } \frac{a'c}{a'b} \cdot \frac{c'b}{c'a} \cdot \frac{b'a}{b'c}$$

angegeben ist. Warum der Verfasser hier es verschmäht hat, auf das Vorzeichen der Abstandsverhältnisse Rücksicht zu nehmen und nur gesagt hat, es sei das Product derselben der Einheit, und nicht der positiven Einheit gleich, ist uns nicht klar. Dies ist doch geschehen bei den hier noch aufgenommenen Sätzen über die Potenz eines Punktes in Bezug auf den Kreis!

Im ersten Cursus sind, wie schon oben angedeutet, die aus den Brennpunkten unmittelbar und auf elementarem Wege sich ergebenden Sätze über die Ellipse, Hyperbel und Parabel gegeben. Es werden diese Curven auf bekannte Weise mit Hülfe des Lineals und des Cirkels als geometrische Oerter construirt, wenn die Brennpunkte gegeben sind. Bei der Ellipse und Hyperbel nennt der Verfasser den Abstand der beiden Brennpunkte Excentricität; andere Mathematiker nennen Excentricität die Entfernung der Brennpunkte vom Mittelpunkte, was der Bedeutung des Wortes mehr entspricht. Nur die Axenverhältnisse und die Tangenten werden hier betrachtet, bei der Hyperbel auch die Asymptoten. Es wird aber an diesen ersten Cursus eine längere Reihe von Aufgaben angeschlossen, die werthvoll sind, indem die bis dahin erlangten wenigen Kenntnisse von den drei Kegelschnitten zur Auflösung planimetrischer Probleme oder zum Beweise von Lehrsätzen mit grosser Einfachheit zur Anwendung gebracht werden können.

Im zweiten Cursus werden die Grundgebilde der neuern Geometrie behandelt und zwar durchgehends in dualer Weise. Im ersten Abschnitt wird zunächst das Wesentliche über harmonische Punkte und Strahlen aus dem 1. Theil wiederholt, dann ausführlicher über das vollständige Viereck und Vierseit gesprochen. Warum der Verfasser die Eigenschaft, dass, wenn a, b, c, d harmonische Punkte sind und m die Mitte der Strecke ac ist, dann stets $ma^2 = mc^2 = mb \cdot md$ und umgekehrt sein muss, in eine Anmerkung verwiesen

hat, wissen wir nicht; dass er aber die Umkehrung bewiesen hat, was gemeiniglich nicht geschieht, müssen wir lobend erwähnen. Statt des § 12, *a*: „Vier harmonische Punkte einer Geraden G werden aus jedem Punkte, der nicht auf G gelegen ist, durch vier harmonische Strahlen projicirt," wäre besser eine Erklärung zu geben gewesen, was man unter diesem kurzen Ausdruck verstehen solle: der Anfänger wird fragen, wohin werden sie projicirt (geschleudert)? Die Hinweisung auf die Erklärung in § 11, α macht die Sache keineswegs deutlich. Es wäre dies um so mehr am Platze gewesen, da dieser kurze Ausdruck im Buche stets gebraucht wird und das Buch auch zum Selbstunterricht dienen soll. — Der zweite Abschnitt handelt von den projectivischen Grundgebilden, den Punktreihen und Strahlenbüscheln. Die Sätze b, β; c, γ in § 15. klingen dem Anfänger durchaus fremdartig, weil sie in Form von Aufgaben anstatt in Form von Erklärungen gegeben sind. Es kommen hier im Besondern zur Betrachtung: die Bedingungen für die perspectivische Lage der Grundgebilde, der Sinn derselben (ob gleichlaufend oder ungleichlaufend), der Kreis und die projectivischen Gebilde. Der dritte Abschnitt enthält eine Fortsetzung jener Betrachtungen. Es kommen da zur Sprache: der unendlich ferne Punkt, die Gegenpunkte projectivischer Punktreihen, ähnliche Punktreihen. Der vierte Abschnitt betrachtet die involutorischen Gebilde, und zwar die involutorischen Punktreihen und Strahlenbüschel, die Büschel von Kreisen, die durch zwei feste Punkte gehen, die Identität involutorischer Gebilde mit projectivischen Gebilden, deren Elemente sich doppelt entsprechen. Dieser nicht leichte Abschnitt ist recht gut behandelt. Im 5. Abschnitt werden Pol und Polare in Bezug auf den Kreis betrachtet. Der 6. Abschnitt endlich handelt von den projectivischen Gebilden in schiefer Lage. Nach einer Reihe von Aufgaben, deren Lösung und Beweis hinreichend deutlich angedeutet sind, wird die Curve als Punktgebilde oder Tangentengebilde (Umhüllung) betrachtet, sodann die Curven, als Erzeugnisse projectivischer Gebilde.

Der dritte Cursus handelt von den projectivischen Figuren und den Kegelschnitten. Hier wird im ersten Abschnitt zunächst der Strahlenbüschel von dem Strahlenbündel unterschieden und der Ebenenbüschel eingeführt; dann die Beziehung des ebenen Systems auf ein Strahlenbündel, die Beziehung ebener Systeme auf ein anderes und die perspectivische Abbildung ebener Figuren behandelt. Wenn hier einige wenige Sätze der Stereometrie benutzt werden mussten, so sind doch dieselben so einfacher Art, und nur als Mittel zum Zweck benutzt, dass wir dem Verfasser Recht geben müssen, wenn er in der Vorrede sagt, dass sie dem Buche nicht das Recht auf seinen Titel nehmen. Im zweiten Abschnitt wird die Identität der Kegelschnitte mit den Erzeugnissen projectivischer Gebilde nachgewiesen.

Im vierten Cursus werden die Eigenschaften der Kegelschnitte gelehrt und die Identität derselben mit den im ersten Cursus behandelten Curven nachgewiesen. Voran im ersten Abschnitt stehen die Sätze von Brianchon und Pascal und zwar allgemein auf jeden beliebigen Kegelschnitt bezogen. Daran schliessen sich Folgerungen und Aufgaben. Im zweiten Abschnitt kommen Pol und Polare zur allgemeinsten Betrachtung mit einer langen Reihe von interessanten Aufgaben. Im dritten Abschnitt werden die Kegelschnitte eingetheilt in solche, welche keinen unendlich fernen Punkt haben, in solche mit einem und solche mit zwei unendlich fernen Punkten und die Eigenschaften derselben rücksichtlich ihrer Mittelpunkte, den conjugirten Durchmesser und ihrer Axen betrachtet, woran sich wiederum eine lange Reihe von Aufgaben schliesst. Im letzten kurzen Abschnitt wird endlich die Identität der Kegelschnitte mit den Curven des ersten Cursus nachgewiesen.

Dies ist der Inhalt des Buches, welches wir Jedem, der sich mit den Lehren der neueren Geometrie und insbesondere mit den Kegelschnitten ohne Anwendung der analytischen Geometrie bekannt machen will, zum Studium empfehlen können. Wie weit dasselbe in Schulen Verwendung finden könne, müssen wir der Beurtheilung jedes einzelnen Lehrers überlassen. Die Lehrer selbst aber werden bei dem Studium dieses Buches vielfache Anregung und jedenfalls auch viele, für die Schule zu verwendende, Aufgaben finden. Daher empfehlen wir dasselbe auch unseren Fachgenossen angelegentlichst. Wir würden uns freuen, wenn wir bald auch einen nach ähnlichen Grundsätzen vom Verfasser bearbeiteten Leitfaden der Stereometrie zu Gesicht bekämen.

Lübeck. CHR. SCHERLING.

D. Bibliographie.

October.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Bock, Der Volksschulunterricht. Methodische Anweisung zur Einrichtung, Ertheilung und Leitung des Unterrichts in der Volksschule. Breslau, Hirt. 5,50.

Hofer und Schubert, Materialien für die Schulpraxis und Lehrerfortbildung. 1. Bd. Wien. Sallmayer. 3.

Hofmann, Ueber die Errichtung höherer Mädchenschulen in Berlin. Berlin. Weidmann. 1,60.

Nesselhauf, Ein Wort über die dringend nothwendige Neugestaltung des Schulwesens. Berlin. Nicolai. 0,50.

Weck, Das deutsche Gymnasium. Eine Studie. Ratibor. Thiele. 1,20.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Arithmetik.

Fleischhauer, Theorie und Praxis der Rentenrechnung. Berlin. Weidmann. 16.
Gies, Uebungsbuch für den Rechenunterricht an Volksschulen und den unteren Classen höherer Lehranstalten. 2. Auflage. Fulda. Nehrkorn. 2. Heft 0,60; 3. Heft 0,40.
Löser, Lehrbuch für den Rechenunterricht in den deutschen Schulen. Methodisch praktisches Handbuch für den Lehrer. Weinheim. Ackermann. 3,60.
Trempenau, Die Decimalrechnung. Weimar. Voigt. 3.
Wirth, Algebraische Aufgaben, gesammelt und mit elementarer Lösung versehen. 8. Aufl. Langensalza. Schulbuchhandlung. 0,90.

2. Geometrie.

Berger, Lehre der Perspective in kurzer, leichtfasslicher Darstellung. 5. Aufl. Lpz. Schultze. 2,40.
Brandstetter, Die Ergänzungsecke. Luzern. Räber. 0,80.
Burmester, Theorie und Dartellung der Beleuchtung gesetzmässig gestalteter Flächen. 2. Aufl. Mit Atlas. Lpz. Teubner. 8.
Heis u. Eschweiler, Lehrbuch der Geometrie für höhere Lehranstalten. 6. Aufl. 1. Thl. Planimetrie. Köln. Du Mont-Schauberg. 2,80.
Klingenfeld, Lehrbuch der darstellenden Geometrie. Nürnberg. Korn. 3 Bde. 10,80.
Nagel, Die ebene Geometrie. Anhang. Aufgaben zu Uebungen in geometrischen Berechnungen. 2. Aufl. Ulm. Wohler. 0,80.
Neumann, Formelbuch, enth. die hauptsächlichsten Formeln, Sätze und Regeln der Elementar-Mathematik zum Gebrauch an Real- etc. Schulen zusammengestellt. 3. Aufl. Dresden. Türk. 1,50.
Schürmann, Unterricht in der Projectionslehre. Iserlohn. Bädeker. 2,75.
Wohlgemuth, Mathematik für das Einjährig-Freiwilligen-Examen. Lpz. Theile. 2.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Hartig und Weiss, Atlas der mechanischen Technik. 34 Taf. Lpz. Brockhaus. 6.
Largiadèr, Praktische Geometrie. Anleitung zum Feld- und Höhenmessen und Nivelliren. Zum Gebrauch an Mittelschulen, Lehrerseminarien, Forstschulen etc. 3. Aufl. Zürich. Schulthess. 1,80.
Melde, Theorie und Praxis der astronomischen Zeitbestimmung mit Zugrundlegung vorbereitender Lehren und unter Berücksichtigung einfacher Hilfsmittel dargestellt. Mit 93 Holzschn. Tübingen. Laupp. 12.
Pressler, Mathematisch-polytechnische Brieftasche mit Ingenieur-Messknecht für Schule und Praxis. Berlin. Wiegandt und Hempel. 7.
Schreiber, Das Flächennivellment mit Aneroidbarometern. Leipzig. Felix. 3.
Uhle, Jahr und Tag in der Natur. 2. Aufl. Halle. Schwetschke. 2,80.

Physik.

Cornelius, Zur Molecularphysik. Halle. Schmidt. 2.
Riecke, Ueber die elektrischen Fundamentalgesetze. Göttingen. Dietrich. 1,60.

Schubert, Katechismus der Musikinstrumente. 3. Aufl. Bearb. von Lobe. Lpz. Weber. 1,20.

Zech, Die Physik in der Elektrotherapie. Tübingen. Laupp. 3,60.

Chemie.

Buchner, Ueber die Beziehungen der Chemie zur Rechtspflege. Festrede gehalten in der Akademie der Wissenschaften zu München. München. Franz. 0,70.

Cooke, Die Chemie der Gegenwart. 16. Bd. der internationalen wissenschaftlichen Bibliothek. Lpz. Brockhaus. 6.

Dellinghausen, Die rationellen Formeln der Chemie auf Grundlage der mechanischen Wärmetheorie entwickelt. 1. Thl. Anorganische Verbindungen. Heidelberg. Winter. 4,80.

Landauer, Die Löthrohranalyse. Anleitung zu qualitativen chemischen Untersuchungen auf trockenem Wege. Mit freier Benutzung von Elderhorst, manual of qualitative blowpipe-analyses. Braunschweig. Häring. 3.

Mitscherlich, Chemische Abhandlungen. 3. Heft. Elementaranalyse vermittelst Quecksilberoxyd. Berlin. Mittler. 1,50.

Quadrat und Badal, Elemente der reinen und angewandten Chemie für Realgymnasien und Unterrealschulen. 3. Aufl. Nach den neuen Theorien bearb. von Effenberger. Brünn. Winiker. 2,40.

Regnault-Strecker's kurzes Lehrbuch der Chemie. Bearbeitet von Wiscilenus. 6. Aufl. Braunschweig. Vieweg. 12.

Roscoe, Kurzes Lehrbuch der Chemie. Nach den neuesten Ansichten der Wissenschaft. Deutsche Ausg. v. Schorlemmer. Ebda. 5,50.

Schlichting, Chemische Versuche einfachster Art, ein erster Cursus in der Chemie für höhere Schulen und zum Selbstunterricht. 5. Aufl. Unter Berücksichtigung der neueren chemischen Ansichten bearb. v. Voigt. Kiel. Homann. 2,40.

Wagner, Handbuch der chemischen Technologie. 10. Aufl. Leipzig. Wigand. 12.

Will, Anleitung zur chemischen Analyse zum Gebrauche im chemischen Laboratorium zu Giessen. 10. Aufl. Lpz. Winter. 4,60.

—, Tafeln zur qualitativen chemischen Analyse. 10. Aufl. Ebda. 1,60.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Häckel, Natürliche Schöpfungsgeschichte. Gemeinverständliche wissenschaftliche Vorträge über die Entwickelungslehre im Allgemeinen und diejenige von Darwin, Göthe und Lamarck im Besondern. 6. Aufl. Berlin. Reimer. 10.

Kriesch, Die Elemente der Naturgeschichte. Budapest. Nagel. 3,60.

Martin, Die Praxis der Naturgeschichte. Ein vollständiges Lehrbuch über das Sammeln lebender und todter Naturkörper, deren Conservation, Präparation, Aufstellung etc. 2. Aufl. Weimar. Voigt. 6.

Pagenstecher, Allgemeine Zoologie oder Grundgesetze des thierischen Baues und Lebens. Berlin. Wiegandt und Hempel. 7.

Pollmann, Die Honigbiene. Berlin. Schotte. 4.

Regner, Der gefährlichste Feind des Weinberges, die Reblaus. Wien. Hartleben. 0,60.

Vogt, Carl, Die künstliche Fischzucht. 2. Aufl. Lpz. Brockhaus. 4.

Weissmüller, Die Zucht der Seidenraupe. Berlin. Schotte. 2,50.
Wipken und Greve, Systematisches Verzeichniss der Wirbelthiere im Herzogthum Oldenburg. Oldenburg. Schulze. 1,20.
Wolff, Das Riechorgan der Biene nebst Beschreibung des Respirationswerkes der Hymenopteren etc. Jena. Frommann. 13,60.

2. Botanik.

Hartig, Die durch Pilze erzeugten Krankheiten der Waldbäume. 2. Aufl. Breslau. Morgenstern. 0,50.
Prantl, Untersuchungen zur Morphologie der Gefässkryptogamen. 1. Heft. Die Hymenophyllaceen. Lpz. Engelmann. 10.
Sachs, Geschichte der Botanik vom 16. Jahrhundert bis 1860. 15. Band der Geschichte der Wissenschaften in Deutschland. München. Oldenbourg. 11.
Sprockhoff, Hülfsbuch für den naturkundlichen Unterricht. 1. Theil. Naturgeschichte mit vielen Fragen. 2. Abth. Botanik. Berlin. Thiele. 1.

3. Mineralogie.

Hornstein, Kleines Lehrbuch der Mineralogie. 2. Auflage. Kassel. Fischer. 2,50.
Mietzsch, Geologie der Kohlenlager. Lpz. Quandt u. Händel. 6.
Mohr, Geschichte der Erde. Ein Lehrbuch der Geologie auf neuer Grundlage. 2. Aufl. Nebst einem polem. Anhang. Bonn. Cohenn. 10,50.
Nöggerath, Der Torf. Berlin. Lüderitz. 0,75.
Stelzner und Proelss, Atlas der Mineralogie. 4 Tafeln. Leipzig. Brockhaus. 1,50.

Geographie.

Darwin, Reise eines Naturforschers um die Welt. Aus dem Engl. von Carus. Stuttg. Schweizerbart. 10.
Hauslab, Erdkarte mit Horizontalschichten. Wien. Artaria. 1,20.
—, Karte von Mittel- und Südeuropa mit Horizontalschichten. Ebda. 1,20.
Kiepert, Karte des russischen Reiches in Europa. 6 Bl. 4. Aufl. Berlin. Reimer 10.
—, Kleiner Schulatlas für die unteren und mittleren Classen. 8. Aufl. Ebda. 1.
—, Wandkarte des deutschen Reiches. 9 Bl. 4. Aufl. Ebda. 10.
Rohlfs, 3 Monate in der lybischen Wüste. Cassel. Fischer. In Lfgn. à 3.
Rulf und Müller, Deutschland nach einem Relief von Raaz. 14. Aufl. Weimar. Photo-lith. Institut. 9.
Schwarzenfeld, Allgemeine Uebersichtskarte der bekanntesten Berge über der Meeresfläche. Berlin. Neumann. 2.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Section in der 30. Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner in Rostock*)

vom 28. September bis 1. October 1875.

(Von Dr. Matthiessen.)

Erste Sitzung, Dienstag den 28. September.

Die mathematisch-naturwissenschaftliche Section dieser Versammlung bildete sich am Dienstag den 28. September unmittelbar nach der Hauptsitzung in dem ihr in der grossen Stadtschule zugewiesenen Raume. Dieselbe wurde um 1 Uhr Nachmittags eingeführt durch Prof. Dr. Ludwig Matthiessen, welcher die versammelten Mitglieder bewillkommnete, ihnen für ihr Erscheinen in der Versammlung dankte und sie ersuchte, sich in die Präsenzliste einzuzeichnen. Gleichzeitig forderte er diejenigen Herren auf, welche einen Vortrag in der nächsten Sitzung zu halten, oder zur Besprechung Thesen anzumelden beabsichtigten, diese in die hierzu ausgelegte Liste einzutragen. Es hatten sich gleich 18 Mitglieder in die Präsenzliste eingezeichnet, zu welchen in der nächsten Sitzung noch 4 neue Mitglieder hinzutraten, so dass sich die Zahl sämmtlicher Mitglieder auf 22 belief. Es war dies Resultat um so erfreulicher, da verlautete, dass einestheils die Besorgniss, es möchte die Section doch nicht zu Stande kommen, anderntheils das Abrathen von Seiten früherer Anhänger dieser Section, die Versammlung überhaupt zu besuchen, Manche von derselben fern gehalten habe. Hierauf schritt die Section zur Wahl des Vorsitzenden für die nächsten Sitzungen. Durch Stimmenmehrheit wurde gewählt Herr Oberlehrer Dr. Adam-Schwerin, welcher die Wahl dankend annahm. Die Herren Dr. Wrobel-Rostock und Herr Voss-Schwerin erklärten sich auf Vorschlag zur Führung des Protocolls bereit. Es wurde nun zur Feststellung der nächsten Tagesordnung übergegangen und die nächste Sitzung auf Mittwoch den 29. September Morgens 9 Uhr anberaumt. Zu derselben kündigte als Vortrag an:

Professor Dr. Ludwig Matthiessen: Vergleichung der indischen Cuttuca und der chinesischen Ta yen-Regel, unbestimmte Gleichungen und Congruenzen ersten Grades aufzulösen.

Weiter erklärten sich die Herren Dr. Wrobel und Prof. Matthiessen bereit, die Mitglieder der Section in die physikalischen Cabinette der grossen Stadtschule und der Universität zu einer näher zu bestimmenden Zeit zur Besichtigung einiger neuer Apparate einzuführen. Nachdem man überein gekommen war, den physikalischen Apparat der grossen Stadt-

---

*) Die Ber. der früheren Versammlungen: Kiel, 1869 in I, 171—174. Leipzig, 1872 in III, 406—412. Insbruck, 1874 in VI, 190—191 (fiel aus). Vgl. des Herausgebers Aufsatz: Bericht über die Bestrebungen etc. in Masius pädag. Jahrb. Bd. 100.



schule sogleich und den der Universität am Mittwoch den 29. September 12 Uhr in Augenschein zu nehmen, erfolgte Schluss dieser Sitzung um 2 Uhr.

Zweite Sitzung, Mittwoch den 29. September.

Die Sitzung wurde um 9 Uhr Vormittags vom Vorsitzenden, Herrn Oberlehrer Dr. Adam eröffnet. Nach Verlesung der Liste und Vorstellung der vier neu eingezeichneten Mitglieder erhielt Prof. Dr. Matthiessen das Wort zu dem angekündigten Vortrage:

Vergleichung der indischen Cuttuca und der chinesischen Ta yen-Regel.

Meine Herren!

Die Aufgaben der unbestimmten Analytik oder die sogenannten Diophantischen Gleichungen haben sich von Alters her immer einer gewissen Popularität zu erfreuen gehabt. Sie finden mit Recht auch im mathematischen Unterrichte auf den Schulen Berücksichtigung und aus diesem Grunde darf wohl eine Mittheilung über die beiden ältesten und einfachsten Methoden, derlei Probleme zu lösen, an diesem Orte gerechtfertigt erscheinen. Bis zum Anfange dieses Jahrhunderts war die berühmte Arithmetik des alexandrinischen Griechen Diophant bekannt als das älteste Werk über unbestimmte Analytik. Diophantos lebte nach Abulfarag um 360 n. Chr. und schrieb mehrere Bücher über die Auflösung der bestimmten und unbestimmten Gleichungen. In dem, was davon auf uns gekommen ist, findet sich leider in sachlicher Beziehung eine Lücke, indem die unbestimmten Gleichungen ersten Grades fehlen. Welche Vorgänger Diophant in der Algebra gehabt hat, ist unbekannt, wahrscheinlich ist aber, dass diese Wissenschaft von Osten her nach Griechenland gelangte. Die ältesten Quellen der unbestimmten Analytik führen nämlich auf zwei Zeitgenossen Diophants zurück, auf den Chinesen Sun Tse und den indischen Astronomen Aryabatta, deren Werke von Commentatoren des 7. und 13. Jahrhunderts mehrfach theils erwähnt, theils erklärt und erweitert sind.

Das älteste bekannte Werk ist zunächst das des Chinesen Sun Tse (um 250 n. Chr.) genannt Swanking, d. i. arithmetischer Classiker. Hierin findet sich unter seinem damals und Jahrhunderte hindurch üblichen Regelversen auch die Ta yen, d. i. grosse Verallgemeinerung, zur Auflösung der unbestimmten Gleichungen ersten Grades. Das Werk von Sun Tse wurde commentirt und mit neuen Ausgaben ausgestattet von Yih Hing (sic!) in seinem unter der Tang-Dynastie um 720 n. Chr. edirten Werke Ta yen lei schu. Dieses wieder aufs Neue demonstrirt von dem berühmtesten unter den chinesischen Mathematikern Tsin Kiu Tschau, unter der Sung-Dynastie von etwa 1220 bis 1290 lebend, von dem in der Heis'schen Aufgabensammlung einige Aufgaben mitgetheilt sind. Die theilweise Kenntniss des Inhaltes und der Methode dieser Schriften verdanken wir einer Mittheilung des der chinesischen Schriftsprache und zugleich der Mathematik kundigen Engländers Alexander Wylie in Shanghae (vgl. Crelle's Journ. Bd. 52). In einem Briefe vom 9. October 1874 schreibt derselbe die freilich niederschlagenden Worte: — — I do not know that any other European has written on the subject in modern times. I should like very well to translate the works You speak of, but time alas! There is a limite to all things! — —

Der zweite erwähnte Zeitgenosse Diophants ist der indische Astronom Aryabatta (um 350 n. Chr.). Er schrieb ebenfalls sein Buch in Stanzen oder Regelversen. Hierauf weisen zurück die uns seit dem Anfange dieses Jahrhunderts durch Strachey und Colebrooke theilweise übersetzten Werke von Brahmegupta (650 n. Chr.) und Bhascara Acharya (1141—1225). Von

der Lilawati und Bija ganita des zuletzt erwähnten Hindu gab es bereits persische Uebersetzungen 1587 und 1634, also um dieselbe Zeit, als Bachet de Meziriak seine jetzt allgemein übliche Methode entdeckte. Sie stimmt mit der Cuttuca der Inder vollständig überein. Es ist die Methode der Bestimmung des grössten gemeinschaftlichen Theilers der Coefficienten. Von Bedeutung für die Geschichte der Algebra ist nun aber die Entscheidung der Frage, ob denn die Methode Ta yen des Chinesen Sun Tse nichts anderes sei, als diese Cuttuca, wie solches neuerdings mehrfach, z. B. auch in der Geschichte der Mathematik des Alterthums von Hankel behauptet worden ist. Nach Bachet's Erfindung (1612) sind verschiedene Methoden der Auflösung unbestimmter Gleichungen ersten Grades veröffentlicht, worunter hervorzuheben:

die der Kettenbrüche von Lagrange [1767],
die der Congruenzen von Gauss [1801],
die des Fermat-Euler'schen Theorems von Binet [1841],
die der primitiven Wurzeln einer Primzahl von Gauss und
eine Congruenzmethode n Gleichungen mit $n+1$ Unbekannten aufzulösen von demselben [cf. disquis. arithm. § 36].

Mit dieser letzteren stimmt nun die Ta yen vollständig überein und es findet, wie an einem Beispiel gezeigt werden soll, auch nicht ein Schatten von Aehnlichkeit zwischen der Cuttuca und der Ta yen statt. Ich wähle ein Beispiel aus dem Ta yen lei schu von Yih Hing:

„Welche Zahl gibt durch 3 dividirt den Rest 2, durch 5 dividirt den Rest 3, durch 7 dividirt den Rest 2?"

Aehnlich lautende Aufgaben kommen in der Bija ganita vor. Die aufzulösende Gleichung ist offenbar

$$Z = 3x + 2 = 5y + 3 = 7t + 2.$$

I. Die indische Methode (Cuttuca oder Staubrechnung). Die Unbekannten werden mit den Anfangsbuchstaben der Farbennamen bezeichnet (blau — ṅiluk, gelb — pituk, roth — lohituk u. s. w.). Die Hauptunbekannte ist Jabut, die Einheit rupa und obige Gleichungen werden geschrieben:

$$(1)\ \frac{Ni\ 3\ ru\ 2}{Ja\ 1},\qquad (2)\ \frac{Pi\ 5\ ru\ 3}{Ja\ 1},\qquad (3)\ \frac{Lo\ 7\ ru\ 2}{Ja\ 1}.$$

Der Verlauf der Rechnung nach einer gegebenen Regel ohne Beweis ist nun folgender: Aus (1) und (2)

$$\frac{Pi\ 5\ ru\ 1}{Ni\ 3}\ \text{oder}\ x = \frac{5y+1}{3}.$$

Man berechne x durch Anwendung der Cuttuca.

Dividend : 5
Divisor : 3, Augment 1.
$5 = 1 \cdot 3 + 2$
$3 = 1 \cdot 2 + 1.$

Man setze in einer „Kette" die Quotienten untereinander, darunter das Augment und dann die Null. Die Kette ist also

1 erster Quotient
1 zweiter Quotient
1 Augment
0

Aus der Kette folgt aufwärts, indem man erst den letzten Quotienten mit dem Augment multiplicirt und die Null addirt; darauf das Resultat

mit dem vorletzten Quotienten multiplicirt und das Augment addirt u. s. f. bis die Kette erschöpft ist

$$1 \cdot 1 + 0 = 1 \qquad x = 5u + 2 \qquad Z = 15u + 8 = 7t + 1,$$
$$1 \cdot 1 + 1 = 2; \qquad y = 3u + 1; \qquad 7t = 15u + 6.$$

Durch Anwendung der Cuttuca berechne man t.

Dividend : 15
Divisor : 7, Augment 6.

$$15 = 2 \cdot 7 + 1$$
$$7 = 6 \cdot 1 + 1.$$ Die Kette ist 2, 6, 6, 0.

Aus der Kette folgt aufwärts

$$6 \cdot 6 + 0 = 36 \qquad t = 15m + 78 = 15n + 3$$
$$2 \cdot 36 + 6 = 78; \qquad u = 7m + 36 = 7n + 1.$$

Demgemäss ist $Z = 105n + 23$ und 23 die gesuchte kleinste Zahl.

II. Die chinesische Methode (Ta yen, grosse Verallgemeinerung).

Aufgabe: $Z = 3x + 2 = 5y + 3 = 7t + 2$.

Zum Verständniss dieser Methode gebe ich vorher das Schema der Berechnung von Gauss und Dirichlet*) für den Fall, dass die Coefficienten relativ prim sind. Der entgegengesetzte Fall wird von Yih Hing ebenfalls eingehend, wenn auch schwer verständlich untersucht.

$m_1 = 3$	$r_1 = 2$	$5 \cdot 7 \cdot k_1 \equiv 1 \pmod 3$	$k_1 = 2$
$m_2 = 5$	$r_2 = 3$	$3 \cdot 7 \cdot k_2 \equiv 1 \pmod 5$	$k_2 = 1$
$m_3 = 7$	$r_3 = 2$	$3 \cdot 5 \cdot k_3 \equiv 1 \pmod 7$	$k_3 = 1.$

Nun ist

$$Z = 5 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 + \cdot 3 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 3 + 3 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 2 = 233 = 2 \cdot 105 + 23;$$

allgemein

$$Z = m_2\, m_3\, k_1\, r_1 + m_1\, m_3\, k_2 r_2 + m_1\, m_2\, k_3\, r_3 = p\, m_1\, m_2\, m_3 + N$$ **)

Nun gibt Yih Hing in seinem Ta yen lei schu zuerst die Regel von Sun Tse, welche aus vier Stanzen besteht, worauf obige Aufgabe folgt. Er fährt dann fort wörtlich:

„Auflösung: Dividirt durch 3 gibt Rest 2 : schreibe 140;
dividirt durch 5 gibt Rest 3 : schreibe 63;
dividirt durch 7 gibt Rest 2 : schreibe 30.

Diese Zahlen addirt geben 233, davon subtrahirt 210 gibt 23, die gesuchte Zahl.

Demonstration: Für 1 durch 3 genommen setze 70; für 1 durch 5 genommen setze 21; für 1 durch 7 genommen setze 15. Ist die Summe 106 oder mehr, subtrahire hiervon 105 und der Rest ist die gesuchte Zahl."

Von Interesse noch die Erörterung des Commentators Tsin Kiu Tschau:

$3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$ (yen mu Stammerweiterung)

a) Ting mu (bestimmte Stammzahl) ist 3.

$105 : 3 = 35$ (yen su Erweiterungszahl);
$2 \cdot 35 = 23 \cdot 3 + 1$; tsching su (Multiplicator) ist 2.
yeng su (Hülfszahl) ist $2 \cdot 35 = 70$.

---

*) Disquis. arithm. § 32—36 und Vorlesungen über Zahlentheorie von Lejeune-Dirichlet. Herausgeg. von Dedekind [1863] § 25.

**) Dieselbe Aufgabe mit derselben Auflösung findet sich merkwürdiger Weise auch in Nicomachi Geraseni Pythagorei introd. arithm. libri duo, rec. Ricardus Hoche. Bibl. Teubn. 1866. Anhang: Problema V anonymi auctoris.

b) Bestimmte Stammzahl ist 5; Erweiterungszahl 21.
   $1 \cdot 21 = 4 \cdot 5 + 1$; Multiplicator ist 2, Hülfszahl $1 \cdot 21 = 21$.
c) Bestimmte Stammzahl 7; Erweiterungszahl 15.
   $1 \cdot 15 = 2 \cdot 7 + 1$; Multiplicator ist 1, Hülfszahl $1 \cdot 15 = 15$.
d) Multiplicire die Hülfszahlen mit den Resten und addire.

An diesem einen Beispiele dürfte der grosse Unterschied der beiden Methoden hinlänglich dargethan sein. —

Der Redner schliesst seinen Vortrag mit dem Wunsche, die Anwesenden zum Interesse und zur Theilnahme an den historisch-mathematischen Forschungen unserer Tage angeregt zu haben.

Der Präsident sprach nach beendigtem Vortrage im Namen der Versammlung seinen Dank aus für diese Mittheilung.

Obgleich kein neuer Vortrag angemeldet war, wurde doch beschlossen, am Donnerstag den 30. September, Morgens 9 Uhr noch eine Sitzung abzuhalten, nachdem ein Vortrag von Herrn Professor Worpitzky über scharfe Begriffsbestimmung in dem mathematischen Unterrichte wenigstens in Aussicht gestellt worden war. Schluss der Sitzung um 10 Uhr.

Dritte Sitzung, Donnerstag den 30. September.

Da vor dem Beginn dieser Sitzung dem Präsidium von Herrn Prof. Worpitzky-Berlin ein Vortrag, betreffend

Vorschläge zur Einführung schärferer Begriffsbestimmungen z. B. des „Unendlichen“ im mathematischen Unterrichte,

angemeldet worden war, so ersuchte der Vorsitzende Herrn Prof. Worpitzky, das Wort zu ergreifen.

Der Redner spricht nun über die Unzuträglichkeiten, welche der Wissenschaft und dem Unterrichte aus der jetzt noch vorherrschenden Unaufmerksamkeit auf die Fixirung des Begriffs des Unendlichen erwachsen. Mustere man die Reihe der angesehensten Werke — Einzelabhandlungen und Lehrbücher über alle Theile der mathematischen Wissenschaft — so finde man unter ihnen sehr wenige, welche den fraglichen Begriff klar und bestimmt aufstellen und verwenden. Die bei Weitem grösste Mehrzahl solcher, welche wegen ihrer sonstigen Vorzüge in berechtigtem Ansehen stehen und einen grossen Einfluss auf das wissenschaftliche Publicum ausüben, begnüge sich mit einer von begrifflicher Untersuchung unberührten unklaren Anschauungsweise. Und darin herrsche eine zwiefache Praxis: entweder erkennt der Autor den logischen Widerspruch heimlich an und vermeidet die Klippen in Folge eines richtigen mathematischen Instinctes, der durch den Erfolg geübt und controlirt wird, häufig mit einem schüchtern ernsten Gesicht, als besitze alle Welt den Begriff in apriorischer Klarheit; oder: der Autor bekennt sich schriftlich zu dem Autoritätsglauben, dass er sich etwas vorstelle, was grösser oder kleiner ist, als er es sich vorstellen könne. — Die Redewendung, mit der er es sagt, laute natürlich ein wenig anders z. B. etwas sei kleiner, als man es sich vorstellen könne, oder als jedes beliebig Kleine, nur nicht Null. Und dieser Sprung von den eigenen Vorstellungen und Begriffen des denkenden Individuums, über welche Jeder mehr oder weniger bestimmt wisse nicht hinauszukommen, auf die Dinge an sich sei gar nicht so übel; denn er enthalte die Aufforderung zur Demuth einerseits durch den richtigen Hinweis auf die Grenzen unseres Erkenntnissvermögens gegenüber der objectiven Natur — der freilich nicht zur Sache gehöre —, andererseits durch den nicht immer richtigen Hinweis auf das schärfere Urtheilsvermögen Anderer. Aus der gedrückten Gemüthsstimmung, welche die unbeanstandete Zulassung jener Contradictio in

adjecto nothwendig erzeuge, werde man denn bald durch Theilnahme an dem Zauber der Erfolge herausgerissen und nehme es schliesslich den letzteren zu Liebe mit der Begründung nicht zu genau, sondern verhalte sich resignirt der vermeintlichen Thatsache gegenüber, dass es auf dem Gebiete der logischen Discussion dunkle Flecken gebe, an welche man nicht herankommen könne. Verstärkt werde diese Resignation noch durch Entdeckungen der neueren Zeit über unerwartete Verhalten von Functionen, welche darauf hinzudeuten scheinen, dass ein Unterschied zwischen dem Aneinander und Ineinander von Punkten oder dem Anologen in der Zahlenfolge gemacht werden müsse, und damit schaffe sich eine Abgeneigtheit gegen die nüchternere Auffassungsweise, welche mit der Logik nicht im Widerspruch steht und auch den unerwartetsten Resultaten gerecht wird.

Die angeführten Auslassungen werden durch Beispiele illustrirt. Solle die Begriffsbildung klar sein, so müsse man für das Unendliche Folgendes festhalten.

Es handle sich vor allen Dingen um die Unterscheidung von „beliebig klein," „sehr klein," „unendlich klein," und analog „beliebig gross," „sehr gross," „unendlich gross."

Nenne man etwas „unendlich" (gross oder klein), so wolle man dadurch durchaus nicht angeben, wie gross es sei, sondern wie es sich verändere. Etwas beliebig Grosses oder Kleines sei constant, nachdem man dem Belieben genügt habe. Unendlich gross oder klein nenne man eine Veränderliche, von welcher man aussage, dass sie die beliebige Constante im Laufe der Zeit einmal überschreite und dann jenseits der fraglichen constanten Grösse für alle Zeit bleibe. Beispielsweise könne man mit völliger Correctheit über die Entfernung der Erde von der Sonne, trotz der gegenwärtigen Entfernung von ungefähr 20 Millionen Meilen aussagen, dass sie unendlich klein sei, falls man von ihr wisse, dass die Erde im Verlaufe von Trillionen von Jahren der Sonne beliebig nahe komme und in der Annäherung fortschreite. Analog „unendlich gross" bei einer Veränderlichen, für deren Wachsthum keine constante Grenze existire. Die Frage nach Unendlichem sei gleich bedeutend mit derjenigen nach Grenzwerthen bei der Veränderung; was weiter ausgeführt wird.

Gleichungen von der Form $u dx + v dy = 0$ seien stets aufzufassen als abgekürzte Schreibweise für $u \cdot \frac{dx}{dz} + v \cdot \frac{dy}{z} = 0$ oder $ux' + vy' = 0$.

Die Schreibweise $x = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots\cdots$ bedeute so viel wie

$$x = \lim_{n = \infty} (a_1 + a_2 + a_3 + \cdots\cdots + a_n).$$

Damit zeige sich aber auch die Nothwendigkeit schon in den elementaren Unterrichtsfächern auf die scharfe Feststellung des Begriffes „unendlich" nicht zu verzichten, um von vorne herein der jetzt leider sehr verbreiteten Meinung des Publicums entgegen zu wirken, als nehme es selbst die Mathematik nicht zu gewissenhaft mit der Genauigkeit. Eine Schwierigkeit im Begriffsvermögen der Jugend begegne man hierbei nicht; im Gegentheil! Es verstehe jeder Knabe, wenn man ihm sagt: die Gleichung $1 = 0{,}99(9) \ldots.$ soll bedeuten, man könne rechts so viele Nummern schreiben, dass der Unterschied gegen 1 kleiner werde, als eine beliebige, von ihm gewählte Zahl, die er nennen muss. Sage man dem Schüler, der Kreis sei ein Polygon von unendlich kleinen Seiten, so sei er je nach seinen Geistesgaben verdutzt oder aufgebracht, wenn man das Unendliche falsch definirt hat. Bei correcter Definition des Unendlichkeitsbegriffs werde er corrigiren: die Länge des Kreises ist der Grenzwerth der Länge des Umfanges eines Polygons u. s. w., dann aber jene Ausdrucksweise als Abkürzung sich gefallen lassen und würdigen. Aehnlich stehe es mit dem Schnitt paralleler Geraden und allen übrigen Fällen, bei

denen man sich gewöhnt habe, von den Ereignissen in der Unendlichkeit zu reden. Hierbei kam der Vortragende noch auf den Begriff der Unbegrenztheit (von Geraden, Ebenen, Raum). Man dürfe das nicht so verstehn, dass keine Grenze existire — eine solche sei unbestritten, dort, wo man die Vorstellung des Gebildes abbreche, um zu anderen Vorstellungen überzugehen —, sondern dass man die Grenze verrückbar lasse, den Ort der Grenze nicht in die Betrachtung ziehe, die Grenzen als „hinreichend“ entfernt ansehe.

Bei der an den Vortrag sich anreihenden Besprechung erklärten sich die Sectionsmitglieder mit den dargelegten Ansichten und Erwägungen einverstanden und bestätigten die Nothwendigkeit, den Schülern von der ersten Gelegenheit an die Wege sorglicher zu ebnen, als es der gegenwärtig erwachsenen Generation geschehen sei, welche sich erst aus eigner Kraft zur Klarheit durchringe.

Es wurden jetzt von Herrn Prof. Worpitzky noch mehrere methodisch interessirende Objecte in die Discussion gebracht, woran sich die Herren von Lühmann, Reuter, Förster und u. A. lebhaft betheiligten, und theils gleicher, theils abweichender Ansicht waren. Darunter möge Folgendes hervorgehoben werden.

Prof. Worpitzky empfiehlt bei Beweisen von geometrischen Sätzen, wie z. B. dem Satze von den Peripheriewinkeln, die Unterscheidung von mehreren speciellen Fällen (hier drei) möglichst zu umgehen und einen kurzen, fasslichen allgemeinen Beweis an die Stelle zu setzen. Ein solcher wird an einer Figur erläutert.

Von Seiten einiger Mitglieder wurden in Berücksichtigung der Fassungskraft der Schüler pädagogische Bedenken dagegen erhoben. Prof. Matthiessen empfiehlt als gute Repetition, als Controle der Aufmerksamkeit und als Uebung der mathematischen Vorstellungskraft abwechselnd den Beweis an der umgekehrten, mit dem oberen Ende nach unten gewendeten Figur, oder selbst ohne eine Figur aus dem Gedächtnisse wiederholen zu lassen.

Darauf macht Prof. Worpitzky aufmerksam auf die sogenannte österreichische oder süddeutsche Divisionsmethode (von Kuckuck in der Berl. Ztschrft. für Gymnasialwesen [1871] und von Kober in dieser Ztschrft, Jahrg. II. pag. 512 empfohlen).*)

Prof. Matthiessen bemerkt dazu, dass Prof. Heis ihm mitgetheilt habe, dass diese Methode in Frankreich schon lange in Gebrauch gewesen und von ihm selbst in seinen Lectionen seit mehr als 30 Jahren tractirt worden sei. Er (Sprecher) unterlasse nicht, bei dieser Gelegenheit auch auf eine einfachere Multiplicationsmethode hinzuweisen, welche unter dem Namen der kreuzweisen Multiplication oder der Blitzmethode neben der Methode der schiefen Ebene bei den alten Indern üblich gewesen sei und sich auch bei Planudes [1250] finde. Hierbei werden die Partialproducte, deren Einer von derselben Ordnung sind, gleichzeitig gebildet, im Sinne (in manu) behalten und nur das Schlussresultat niedergeschrieben**). Vermuthlich sei ein ähnliches Verfahren vom Rechnenkünstler Dase benutzt worden, um seine monströsen Multiplicationsexempel im Kopfe auszuführen, da man hierbei nur die beiden Factoren und das Resultat im Sinne zu behalten nöthig habe.

Prof. Worpitzky schlägt weiter vor für den Kettenbruch statt der Form der schiefen Ebene die Schreibweise

$$a \mid b + c \mid d + e \mid f + \cdots$$

*) S. auch IV, 123 u. 128. D. Red.

**) Eine bemerkenswerthe Vereinfachung dieser Methode findet sich in Fourier, analyse des équations déterminées. § 21.



anzunehmen — alles was zur Rechten eines verticalen Striches steht, ist Divisor des vorhergehenden Theiles. Im Uebrigen möge man die Schüler dazu anhalten, alle Bruchstriche nicht schräg, sondern wagerecht zu ziehen; ferner anstatt $\frac{a-b}{c}$ abwechselnd zu schreiben $(a-b):c$ und nicht $a-b:c$, was überdies eine Differenz und kein Quotient sei.

Prof. Matthiessen empfiehlt noch, geometrische Lehrsätze, sowie Methoden der Arithmetik und Algebra in etwas weiterem Umfange überall, wo es möglich sei, auch nach dem Namen ihrer Entdecker zu bezeichnen. Ueberhaupt seien nach seinen Erfahrungen historische Durchblicke vorzüglich geeignet, das Interesse der reiferen Schüler an dem mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichte zu beleben, selbst solcher, deren Neigung diesen Fächern nicht besonders zugewandt sei. Als Probe (jedoch nicht als massgebend) empfiehlt derselbe den historischen Anhang (4 Seiten) zu seinem Commentar zur Aufgabensammlung von Heis, für Schüler bearbeitet (Köln, Du Mont-Schauberg. 2. Aufl. 1874). Diesem Vorschlage stimmte Herr Dr. Reuter auf Grund eigner Erfahrung durchaus bei.

Der Vorsitzende sprach hierauf im Namen der Versammlung dem Herrn Prof. Worpitzky seinen Dank aus für seinen anregenden Vortrag und ertheilt dem Herrn Dr. Reuter-Lübeck das Wort zu einer

Anregung zur Beobachtung des Echos, verursacht durch das Mittönen von Körpern.

Der Vortragende führte zunächst kurz an, dass in den ihm bekannten Hand- und Lehrbüchern der Physik das Echo sehr unvollständig erklärt sei. Dieselben enthielten nämlich nur die Erörterung der Reflexion der Schallwellen und wiesen nach, dass die reflectirende Wand 20 Meter für das einsilbige, 40 Meter für das zweisilbige Echo u. s. f. entfernt sein müsse. Damit aber sei für die Erklärung zu wenig gegeben, wenn man bedenke, dass der Schall eine ausserordentlich schnelle Schwächung erleide. Da jeder einzelne reflectirende Schallstrahl bei einer Entfernung der reflectirenden Wand von 20 Metern mit geringerer als 14400 mal kleinerer Intensität gehört werde, als der Schall unmittelbar nach seiner Entstehung in der Entfernung eines Fusses, so würde es wohl kaum ein Echo geben, welches nur in der Reflexion seine Erklärung finde. Nach seiner Meinung müsse man zur Erklärung des Echos ein grossartiges Mittönen der reflectirenden Körper und darnach auch der Luft annehmen. Zur Begründung seiner Ansicht schilderte der Redner mehrere der berühmtesten Echos in Deutschland, wie der Adersbacher Felsen, des vom Königsee, des vom Lorleyfelsen und endlich des der kleinen Vogesenfestung Bitsch. Bei allen diesen werde das zweite oder dritte Echo lauter gehört, als der Schall unmittelbar nach seiner Entstehung.

Redner führt ferner an, es habe sich hier und da der Fall ereignet, dass Echos entweder ganz verschwunden seien, oder sich mehr oder minder verändert hätten. Dieses sei besonders dann beobachtet worden, wenn im Verbreitungsbezirk eines Echos Veränderungen vorgekommen seien, z. B. durch Fällung von Bäumen oder Aufführung von Baugerüsten.

Es forderte nun der Redner diejenigen der Anwesenden, welchen etwa ein Echo in der Nähe ihres Wohnortes leicht zugänglich sei, auf, dasselbe von Zeit zu Zeit beobachten zu wollen, und etwaige Veränderungen desselben zu constatiren, um dadurch die richtige Erklärung dieses Phänomens zu gewinnen.

An diese, das allgemeine Interesse der Versammlung erregende Mittheilung knüpfte der Vorsitzende, Herr Dr. Adam die Beschreibung eines solchen Echos bei Friedrichsthal unweit Schwerin. Prof. Matthiessen

ersuchte noch die Anwesenden, ihre Aufmerksamkeit auch auf tönende Echos zu richten. Man beobachte dieselben zuweilen innerhalb der Städte in schmalen, von Mauerwänden eingeschlossenen Gassentheilen und nehme in denselben einen Grundton wahr, welcher durch die Breite des Ganges bestimmt zu sein scheine. Besondere Orte derselben seien ihm bekannt in Kiel, dem chemischen Laboratorium gegenüber, in Jever und in Husum (Neuer Gang).

Hierauf erfolgte von Seiten des Vorsitzenden Herrn Dr. Adam der Schluss der diesjährigen Sitzungen der mathematisch-naturwissenschaftlichen Section. L. Matthiessen.

Referent kann nicht umhin, hier am Schlusse der Sitzungsberichte seine Freude auszudrücken, dass diese Section in Rostock zu Stande gekommen ist, zugleich aber das Bedauern, dass in der allgemeinen Schlusssitzung der diesjährigen Versammlung das Referat über die mathem.-naturw. Section fehlte. Es ist deshalb Referent ausser Stande, anzugeben, ob diese Section in den drei letzten aufeinanderfolgenden Versammlungen zu Stande gekommen, d. h. vollzählig geworden und somit den ständigen beizuordnen sei oder nicht. Die Präsidenten der Section während den nächstfolgenden Versammlungen werden demnach wohl daran thun, Bericht einzuziehen, ob die Section sich bis jetzt die in § 7. der Statuten erwähnte Berechtigung erworben hat, ob vielleicht jetzt oder schon früher. Aus den Verhandlungen der Kieler Versammluug vom Jahre 1869 geht hervor, dass jener Versammlung bereits drei (Hannover, Halle, Würzburg) vorangegangen sind, mit mathematisch-naturwissenschaftlichen Sectionssitzungen. Ob sie aber vollzählig waren, ist dem Referenten nicht bekannt geworden.

Rostock, den 28. October 1875. D. O.

Nekrolog des Professors Dr. Johann Müller*).

Am 3. October 1875 starb zu Freiburg i. B. nach kurzem Krankenlager der Professor der Physik Hofrath Johann Heinrich Jakob Müller, der als sorgfältiger Beobachter bei seinen wissenschaftlichen Collegen und als Verfasser des unter dem Namen Pouillet-Müller bekannten Lehrbuches in weiteren Kreisen einen wohlverdienten Namen sich erworben hatte.

Der Verstorbene wurde im Jahre 1809 zu Kassel geboren, wo sein Vater als Hofmaler mannichfache Beschäftigung für seine Kunst fand. Die Jugend brachte er nächst seiner Geburtsstadt zuerst in Frankfurt a. M. und später in Darmstadt zu, nachdem sein Vater vom Grossherzog Ludwig I. als Galleriedirector dahin berufen worden war. Der Zeichenunterricht, den er von seinem Vater genossen, war ihm nach seinem eigenen Urtheil im späteren Leben bei der Herstellung der Abbildungen für seine Lehrbücher von wesentlichem Vortheil. Vom Jahre 1829 bis 1834 studierte er Mathematik und Naturwissenschaften in Bonn und Giessen; die Lehrer, denen er am meisten Anregung verdankte, waren Umpfenbach, Münchow, Plücker, Buff, Liebig und Bischof. Im Jahre 1834 begann er seine Lehrthätigkeit am Gymnasium zu Darmstadt, wurde 1837 Lehrer an der Realschule in

*) Obgleich uns von dem Sohne des Verstorbenen, dem (durch seine Geometrie auch den Lesern dieser Zeitschrift bekannten) Hrn. Dr. Hubert M. in Metz, biographische Notizen freundlichst überlassen wurden, so glaubten wir doch, dass eine der Allgemeinen Zeitung entnommene, biographische Skizze aus der Feder eines Collegen und Freundes des Verstorbenen eingehender und werthvoller sein müsse, als eine von uns selbst verfasste. Wir beschränken uns daher, von einigen rédactionellen Aenderungen abgesehen, auf wenige Bemerkungen am Schlusse. Ein anderer (ähnlicher) Nekrolog steht in Nr. 250 der Freiburger Zeitung. D. Red.

Giessen und kam im Jahre 1844 als Professor der Physik nach der Universität Freiburg an die Stelle des vom Amte zurückgetretenen Wucherer; hier wirkte er in ununterbrochener Thätigkeit während 31 Jahren bis zu seinem Ende*).

Die eigentlichen wissenschaftlichen Forschungen Müllers beziehen sich hauptsächlich auf die Lehre des Lichtes, des Galvanismus und des Magnetismus; sie sind zum grössten Theil in Poggendorffs Annalen niedergelegt. Wir erwähnen daraus nur, dass von ihm zuerst 1834 die isochromatischen Curven, welche parallel mit der Axe geschnittene Krystalle im polarisirten Lichte zeigen, berechnet und experimentell mit homogenem Lichte nachgewiesen worden sind; auch die schwarzen hyperbolischen Büschel im Bilde der zur Axe senkrecht geschliffenen zweiaxigen Krystalle verdanken ihm die Aufklärung.

Grössere theoretisch-mathematische oder experimentelle Arbeiten sind von ihm nicht viele durchgeführt worden, da er fast seine ganze Arbeitszeit auf die Publication von Lehrbüchern verwandte. Von diesen gehört ein Theil der Mathematik an und behandelt die elementare Geometrie, die Trigonometrie, die analytische Geometrie und die constructive Zeichnungslehre; sie sind besonders geeignet den Anfänger mit den Elementen vertraut zu machen; durch mannigfache praktische Anwendungen und Aufgaben weiss dabei der Verfasser den trockenen Stoff zu beleben.

Die literarische Hauptthätigkeit Müllers bestand jedoch in der Publication von Lehrbüchern der Physik. Der verstorbene Buchhändler Eduard Vieweg in Braunschweig hat, vor mehr als dreissig Jahren durch Liebig auf Müller hingewiesen, diesem die Bearbeitung des französischen Lehrbuches der Physik von Pouillet für Deutschland übergeben. Im Vergleich zu den damaligen theils recht guten Lehrbüchern der Physik, z. B. von E. G. Fischer, Eisenlohr, Baumgartner, zeichneten sich die damaligen französischen Lehrbücher durch eine reichere Ausstattung aus, hauptsächlich was die Abbildung von Apparaten betraf, wozu die schönen Pariser physikalischen Cabinete ein sehr passendes Material liefern konnten. Schon in der ersten Auflage der Physik von Pouillet-Müller (1842 bis 1844) war die Behandlung des Stoffes in manchen Theilen eine selbständige; bei den späteren Auflagen, die sich so schnell folgten, dass die Bearbeitung der achten durch den Tod des Verfassers unterbrochen wurde, traten die Spuren französischer Abkunft immer mehr zurück. Abgesehen von den ebenfalls in vielen Auflagen erschienenen Lehrbüchern der Physik von Eisenlohr und Baumgartner hat wohl kein deutsches Lehrbuch eine solche Verbreitung gefunden wie das von Pouillet-Müller; es lohnt sich desshalb wohl, auf die Vorzüge desselben noch etwas näher einzugehen. Müller wollte nicht für die schreiben, welche die wissenschaftliche Physik zu ihrem Hauptstudium machen, und die im Grunde nur durch das Studium der classischen Specialarbeiten ihre Ausbildung erhalten können; sein Zweck war: solche, die nicht Zeit haben an den ursprünglichen Quellen zu schöpfen, die aber doch ernstlich die Natur selbst studieren und die wichtigsten Forschungsmethoden erkennen möchten, in die physikalische Wissenschaft einzuführen. Die Bearbeitung des Lehrbuches war für Müller eine eigentliche Herzenssache; er las keine Abhandlung, er besuchte keine auswärtige physikalische Anstalt, ohne gleich daran zu denken, wie er das Gelesene und Gesehene für sein Lehrbuch bearbeiten könne. Er wusste

*) Dass einem Manne, wie M., auch die Ehrenbezeigungen nicht fehlten, versteht sich von selbst. Wir fügen nach der Freiburger Zeitung auch Einiges hierüber hinzu: „1858 wurde M. zum Prorector der Universität Freiburg gewählt, 1860 ernannte ihn Sr. königl. Hoheit der Grossherzog zum Hofrath und 1867 erhielt er das Ritterkreuz des Zähringer Löwenordens. Auch andere Auszeichnungen wurden ihm in reichem Masse zu Theil, namentlich wurde er zum Ehrenmitglied und zum Mitglied vieler gelehrten Gesellschaften und Vereine ernannt.“ — D. Red.

sich auch beim Schreiben in den Gedankengang des Lesers hineinzuversetzen, und wenn vielleicht manche, die mehr den streng wissenschaftlichen Styl gewohnt sind, das Müller'sche Buch breit und umständlich finden mögen, so werden in dieser concreten Deutlichkeit gerade diejenigen einen Vortheil finden, welche aus der Erfahrung wissen, wie häufig ein abstract gehaltener physikalischer Unterricht nur als etwas äusserlich Angelerntes den Schülern anklebt. Was Müller in seinem Buche gibt, sind nicht zusammengeschriebene Excerpte, er hat alles zuerst in sich und für sich gewissenhaft durchgearbeitet und aus sich selbst wieder producirt; er wusste deshalb auch, wo die Schwierigkeiten, in dem Verständniss oder in der Anstellung eines Versuches lagen, und war desshalb auch so sehr geeignet dem Leser ein guter Wegweiser für die Ueberwindung der Schwierigkeiten zu sein. Besondere Erwähnung verdienen noch die mannichfachen Abbildungen, welche theils als Holzschnitte, theils als Tafeln, man darf wohl sagen, dem Buch zur Zierde gereichen. Es sind dieselben zum grössten Theil von Müller selbst gezeichnet und bis ins Einzelne durchstudiert, und da, wo ihm nicht die Apparate selbst, sondern nur von andern gelieferte Zeichnungen vorlagen, war er nicht befriedigt, bis er über jeden einzelnen, auch noch so unbedeutenden, Theil des Apparats vollkommen im Klaren war. Es ist dies auch der Grund, wesshalb die Verfertiger physikalischer Apparate so häufig an die Müller'schen Abbildungen sich halten. Die älteren Werke mathematisch-physikalischen Inhalts aus der Zeit von Galilei, Cartesius, Huyghens und Newton waren zwar auch schon mit anschaulichen in den Text gedruckten Holzschnitten versehen, aber dieselben waren in der Ausführung noch etwas plump, und nahmen, da mit den Holzstöcken selbst gedruckt wurde, bei wiederholtem Abziehen an Schärfe ab; seit dieser Zeit hatten die französischen und die deutschen Lehrbücher der Physik meistens gestochene oder lithographirte Tafeln, und nur in England wurden die Holzschnitte hauptsächlich zu mehr schematischen Zeichnungen weiter verwendet. Die Wiedereinführung der für den Leser so bequemen Holzschnitte und zwar in einer künstlerisch und technisch vervollkommneten Form, für Deutschland, ist wesentlich das Verdienst Müllers und der Firma Vieweg, die in dieser Hinsicht eigentlich bahnbrechend vorangegangen ist.

Ein dem Entwicklungsgange der physikalischen Wissenschaft entsprechender deutlicher Fortschritt ist beim Vergleich der verschiedenen Auflagen darin zu erkennen, dass nach und nach viel mehr Einheit in die theoretische Auffassung der Naturerscheinungen kam. In der ersten Auflage ist zwar die Lehre des Lichtes nach der mechanischen Wellentheorie abgehandelt, während in der Lehre der Wärme nach der stofflichen Theorie noch das imponderable Caloricum zur Erklärung herhalten muss. Die Ungereimtheit wird zwar, besonders im Capitel der strahlenden Wärme, sehr merklich, allein die Beseitigung derselben wird noch nicht einmal versucht. Bei den späteren Auflagen treten die mechanischen Theorien immer mehr in den Vordergrund, bis zuletzt der Verfasser sich principiell auf den Boden der mechanischen Theorien stellt, und nur bei dem Magnetismus und der Elektricität die imponderablen Fluida als ziemlich unwahrscheinlich gewordene Hypothesen noch zulässt, weil sich ohne dieselben eine klare Uebersicht der Erscheinungen nicht wohl geben lasse.

Als einen weiteren Fortschritt betrachten wir es, dass mit der Zeit immer mehr das Fremdartige, wie z. B. eine ziemlich ausführliche Beschreibung der Wasserräder und der Dampfmaschinen, aus dem Buche weggeblieben ist, um der eigentlichen Wissenschaft mehr Platz einzuräumen; denn nur das Studium der Naturkräfte nach ihrer gesetzmässigen Wirkungsweise ist Sache der Physik; zu zeigen, wie sie zum Nutzen

des Menschen verwerthet worden, gehört in die praktische Mechanik und Technologie.

Ausser dem Lehrbuche der Physik in zwei Bänden hat Müller noch, für solche, welche mehr nur mit den Grundlehren der Physik sich vertraut machen wollen und in den mathematischen Vorkenntnissen beschränkt sind, einen Grundriss der Physik in einem Band und eine noch gedrängter zusammengefasste Schule der Physik geschrieben; die zwölf Auflagen des Grundrisses, von welchen die letzte in diesem Jahr (1875) erschienen ist, zeigen am deutlichsten, dass hier wirklich einem allgemeinen Bedürfniss entsprochen wurde. Ein mathematischer Supplementband zum Grundriss ist noch geeignet, Anfänger in die mathematische Behandlung physikalischer Aufgaben einzuführen.

Das Müller'sche Buch trägt, entsprechend dem französischen Original, den Titel „Lehrbuch der Physik und Meteorologie" und behandelt diese Wissenschaft im Anschluss an die Wärme im letzten Abschnitt. Schon in der ersten Auflage trat hier Müller ziemlich selbstständig auf, und schenkte bei den ferneren Auflagen diesem Gebiet immer mehr Aufmerksamkeit. Als das Interesse für das Walten der Naturkräfte in ihren mannichfachen Formen nicht nur in der Atmosphäre, sondern im ganzen grossen Weltall zunahm und in immer weiteren Kreisen sich geltend machte, entschloss sich Müller zur Herausgabe eines selbständigen Lehrbuches der kosmischen Physik; dasselbe erschien ebenfalls bei Vieweg zuerst 1856, und ist in diesem Jahr zum viertenmal aufgelegt worden*); es ist darin die populäre Astronomie und die physikalische Geographie zu einem systematisch übersichtlichen Ganzen vereinigt. Wir glauben nicht zu irren, wenn wir dieses Werk als das eigentliche Lieblingsbuch Müllers bezeichnen; er hat darin mit bewunderungswerther Sorgfalt das Material zusammengetragen, um dem Leser nicht nur eine abstracte Zusammenstellung, sondern ein lebenswarmes vielseitiges Bild zu geben; die Austattung ist auch hier eine sehr gelungene, sowohl was die in den Text gedruckten Holzschnitte als die in einem besonderen Atlas vereinigten Tafeln betrifft; darin sind auch unter andern sehr übersichtliche Karten des gestirnten Himmels, die auch besonders in grösserem Format bei Wagner in Freiburg erschienen sind.

Von den physikalischen Schriften Müllers erwähnen wir noch seine Grundzüge der Krystallographie nnd eine neue Herausgabe der bekannten Euler'schen Briefe über physikalische und philosophische Gegenstände, denen noch vom Herausgeber Ergänzungen in Briefform beigegeben sind. Von den Berichten über die neuesten Forschritte der Physik ist nur ein Band im Jahr 1849 erschienen; er gibt eine übersichtliche Zusammenstellung der damals neuesten Forschungen aus dem Gebiete der Elektricität.

Was die Persönlichkeit Müllers betrifft, so erwähnen wir vor allem sein geistig lebhaftes Temperament, sowie den offenen Sinn und das kindlich einfache empfängliche Gemüth, mit dem er den äusseren Erscheinungen entgegentrat; besondern Genuss empfand er in der freien Natur und besonders in der Gebirgswelt, wesshalb er auch in der letzten Zeit seine Erholung gewöhnlich in der Schweiz suchte, und dabei öfters als willkommener Gast bei der Versammlung schweizerischer Naturforscher erschien. In der Freundschaft bewies er grosse Treue und Anhänglichkeit, wovon auch jüngere Collegen, denen er seine Zuneigung schenkte, sich angenehm berührt fanden. Im Amte war er von grosser Pflichttreue und Gewissenhaftigkeit geleitet; hierbei ist auch die Sorgfalt zu erwähnen, mit

*) S. ds. Zeitschr. VI, 406. Eine eingehendere Besprechung der 3. Auflage s. Nr. 36 der Allgemeinen Zeitung (Jahrg. 1872) und der 4. Auflage in Nr. 289 Beiblatt (Jahrg. 1875).

der er das physikalische Universitätscabinet vermöge eines nicht sehr bedeutenden Credits nach und nach zu einer den Verhältnissen entsprechenden abgerundeten Vollständigkeit zu bringen suchte, wobei die Hauptaufmerksamkeit auf die Anschaffung zweckmässiger Vorlesungsapparate gerichtet war; ein Universitätsprogramm von 1858 gibt darüber näheren Aufschluss*.)

Müller war bis an sein Ende wissenschaftlich thätig; noch am 20. Sept. arbeitete er an der neuen Auflage seines Lehrbuches, als ihn plötzlich ein Schüttelfrost ergriff. Die Krankheit entwickelte sich bald zu einer Lungenentzündung, der er nach wenigen Tagen erlag.

Man darf ohne Zweifel es aussprechen, dass die viel benützten Bücher Müllers durch die Verbreitung solider physikalischer Kenntnisse und ganz besonders durch die Anregung von Lust und Liebe zu einem ernsten Studium der Naturlehre Wesentliches geleistet haben und noch leisten werden; und mancher, der den liebenswürdigen Mann nicht persönlich kannte, wird bei der Nachricht von seinem Hinscheiden das Gefühl empfunden haben, dass er einen guten Freund und Rathgeber verloren hat.

Nachschrift der Redaction.

Wir fühlen uns verpflichtet, der vorstehenden Würdigung der Verdienste Müllers Einiges hinzuzufügen, was sich namentlich auf den Schulunterricht bezieht. Allerdings besteht Müllers Hauptverdienst darin, dass er durch Lehre und Schrift für einen zweckmässigen physikalischen Universitäts-Unterricht sorgte, welcher fern von übermässigen Anforderungen sich auf das Nothwendige beschränkte, und dieses in einer anschaulichen und fesselnden Form bot. Mag auch sein Lehrbuch den Anforderungen, die man gegenwärtig bezüglich der mathematischen Begründung an einen Studirenden der Physik oder an einen Lehramtscandidaten stellt, und deren Höhe etwa durch Wüllners Werk bezeichnet ist, nicht mehr ausreichen, so bleibt es doch eine Etappe auf diesem Studienwege. Die Bedürfnisse anderer Studirenden (Mediciner, Chemiker, Pharmazeuten, Forst- und Bergleute u. A.) befriedigt es noch vollständig.

Bei dieser Pflege des physikalischen Hochschulunterrichts aber vergass Müller nicht die Mittelschule und mit wie sicherem Blick er auch hier das Richtige erkannte, zeigt die Trennung seines für Mittelschulen bestimmten Lehrbuches in einen Grundriss, der nur das Nothwendige aus den Erscheinungen und Gesetzen bietet, und einen mathematischen Supplementband zur Begründung der Gesetze für Tiefergreifende. Dass jener weit mehr benützt worden ist, als dieser, das beweist die sehr verschiedene Zahl der Auflagen, welche diese Bücher erlebten. (Grundr. 1875 12. Aufl. Math. Suppl. 3. Aufl.)

Als nun aber in neuester Zeit die Physik in den Volksschulen immer mehr Eingang fand und nach dem Vorgange von Crüger, Männer wie Frick, Bopp und Weinhold es nicht verschmähten, den methodischen Wegweiser zu machen, da konnte auch Müller nicht widerstehen, seine Gedanken über die Methode des physikalischen Volksunterrichts in die Form eines Schulbuchs zu giessen und so entstand die (von uns in IV, 422 angezeigte) „Schule der Physik." Bei Abfassung dieses Buchs war

*) In dem Nekrologe der Freiburger Zeitung von 1875 Nr. 250 heisst es hierüber: „Wenn auch die pecuniären Mittel unserer Universität und der anspruchslose bescheidene Sinn Müller's es nicht gestattete, dass das hiesige physikalische Cabinet so reich und glänzend eingerichtet wurde, wie dies bei anderen Universitäten der Fall ist, so wusste er doch durch Sorgfalt und Mühe, durch sinnreiche Zusammenstellung der Apparate, durch Wandkarten, deren er einige Hundert anfertigen liess, das etwa Fehlende zu ersetzen. Erst nach seinem Tode wird man recht merken, wie viel er der Universität und der Regierung erspart hat." Hierin liegt ein Fingerzeig für Unterrichtsministerien. —

Müllers Bestreben dahin gerichtet, zu zeigen wie der Lehrer die demonstrirenden Versuche „mit den einfachsten Mitteln auf's Sicherste auszuführen habe" und er beschrieb keinen Versuch, „den er nicht unmittelbar vorher angestellt, und von dessen Gelingen er sich überzeugt hatte." Dass Müller, wenn er eine zweite Auflage des Buches erlebt hätte, auch an einige stiefmütterlich behandelte Capitel desselben die bessernde Hand gelegt haben würde, darüber ist kein Zweifel.

Dass auch diese Zeitschrift durch das Hinscheiden Müllers einen seiner besten Mitarbeiter verloren und einen bittern Verlust erlitten hat, das brauchen wir den Lesern ders. nicht erst zu sagen. Freiwillig, aus reinem Interesse für die Sache, trat der nun Verstorbene in die Reihe der Mitarbeiter, was um so höher zu schätzen war, als nicht wenige Universitätslehrer — wozu erst die jüngste Naturforscherversammlung in Graz ein eclatantes Beispiel geliefert hat, — leider mit einer gewissen Geringschätzung auf unsere Arbeit herabsehen*). In frischem Andenken noch sind seine Arbeiten: „Die Beziehungen der Brennweite und der conjugirten Punkte einer Linse, durch eine neue Formel dargestellt." (IV, 279 ff.). „Skizze einer neuen Organisation des Unterrichts in der Naturlehre an Mittelschulen." (V, 218 ff.) und „Bemerkungen über das österreichische und sächsische Normalverzeichniss physikalischer Apparate an Mittelschulen." (VI, 22—33) Durch die beiden letzten Arbeiten hat der Verstorbene sein warmes Interesse für den naturwissenschaftlichen Unterricht und dessen Fortschritte an Mittelschulen bekundet.

Solcher Männer, welche bei dem Eifer für ihre Wissenschaft doch auch ein warmes Herz für die Schule zeigen, solcher, welche fern von widrigem Gelehrtendünkel — der zu der Magerkeit ihrer eigenen wissenschaftlichen Schöpfungen nicht selten einen derben Contrast bildet und dem Tieferblickenden ein mitleidiges Lächeln abnöthigt — und fern von hochmüthiger Abgeschlossenheit nicht vergessen, dass sie mittelbar für die Schule arbeiten sollen, solcher Männer gibt es an Hochschulen wohl nur wenige. Wenn aber einst eine spätere Zeit Stätten für Lehrerbildung, nach welchen der Ruf immer lauter — leider aber vergebens — ertönt, geschaffen haben wird — und diese Schöpfung wird nicht ausbleiben — dann wird man solche Männer, wie Müller suchen und sein Name wird nicht verhallen.

Friede seiner Asche!

Verspätetes Dementi.

Die Redaction dieser Zeitschrift brachte im Jahrgange VI, 343 nach Strak's Centralorgan eine Mittheilung betreffend die Zulassung der Realschulabiturienten zum Studium der Medicin. Diese Nachricht ist, wie wir leider zu spät erfahren haben, dementirt im deutschen Reichsanzeiger (datirt vom 3. März 1875):

„Mehrere Zeitungen haben die Mittheilung gebracht, dass der Präsident des Bundesraths durch die Bundesregierungen ermächtigt worden sei, von jetzt ab Realschülern, welche das Zeugniss der Reife besitzen, die Berechtigung zum Studium der Medicin, zur Meldung für alle medicin. Prüfungen und zur demnächstigen Niederlassung in allen Staaten des deutschen Reiches zu ertheilen. Das Reichskanzleramt macht hierdurch bekannt, dass diese Angabe jeder thatsächlichen Begründung entbehrt.

Das Reichskanzler-Amt.
Eck.

---

*) Genaueres hierüber im nächsten Hefte.

Ueber elementare Behandlung gewisser Punkte der mathematischen Geographie.*)

Von Dr. S. Günther in München.

Mit 1 Figurentafel [Taf. II.].

So treffliche Lehrbücher wir auch über das in der Ueberschrift genannte Fach besitzen, so gibt es doch auch hier einige kritische Punkte, deren Behandlung zu wünschen übrig lässt, insofern sie entweder nicht einfach genug oder sogar geradezu unrichtig gegeben wird. Wir können nicht erwarten, durch die nachfolgende Darstellung die Beseitigung der erwähnten Mängel mit Einem Schlage zu erreichen; es muss uns vielmehr genügen, die Sache angeregt und theilweise vielleicht der Erledigung näher gebracht zu haben.

I. Berechnung der Tages- und Nachtbögen der Gestirne. Die Berechnung dieser Bögen und der damit unmittelbar in Verbindung stehenden Zeitdauer, während welcher ein Himmelskörper sich bezüglich ober- und unterhalb des Horizontes eines Erd-Ortes der geographischen Breite φ befindet, pflegt gewöhnlich mit Hülfe sphärischer Dreiecke geleistet zu werden. Da aber auch die ebene Trigonometrie vollständig ausreicht, so wird man beim Unterrichte wohl besser ausschliesslich diese verwenden.

Es sei (Fig. 1) AB der Horizont der scheinbaren Himmelskugel, A der Süd-, B der Nordpunkt, Z das Zenith; alsdann steht die Schnittlinie GH des Aequators GHD senkrecht auf AB im Mittelpunkte C, und zwar ist $\sphericalangle ACD = \frac{\pi}{2} - \varphi$. Soll dann der Tagbogen eines Gestirnes bestimmt werden, welches an dem betreffenden Tage eine bestimmte Abend- oder Morgenweite $GI = HK = \alpha$ hat, so bemerke man zuerst, dass die Ver-

*) Einen kleinen Theil dieses Aufsatzes brachten wir bereits in VI, 444—446 „der Pendelversuch Foucault's" etc. D. Red.

bindungslinie $IK \| GH$ und ebenso die vom Mittelpunkt E dieser Sehne nach dem Culminationspunkt gezogene Gerade $EF \| CD$ sein muss. Es sei weiterhin L das Centrum des Kreises IFK, also $\angle CLE = \frac{\pi}{2}$; wird dann IL gezogen, so ist die Kenntniss des Winkels $ILE = x$ erforderlich. Der Kugelradius ist natürlich $= 1$. Man zieht CI und hat, da $\angle CEI$ ebenfalls $= \frac{\pi}{2}$,

$$CE = \sin\alpha, \; EI = \cos\alpha.$$

Das Dreieck CEL liefert

$$LE = CE \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \sin\alpha \sin\varphi,$$

und schliesslich findet sich

$$x = \operatorname{arc} \cot \operatorname{tg}\alpha \sin\varphi.$$

Will man somit wissen, wie lange der Stern unsichtbar bleibt, so hat man die Zeit t einfach der Proportion

$$t : 12 = \operatorname{arc} \cot \operatorname{tg}\alpha \sin\varphi : 180$$

zu entnehmen, wobei als Zeit- und Winkeleinheit bezüglich Stunde und Grad zu Grunde gelegt wurden. Der Stern bleibt folglich

$$24 - \frac{\operatorname{arc} \cot \operatorname{tg}\alpha \sin\varphi}{15}$$

Stunden über dem Horizonte.

Sollte nicht α, sondern die Declination δ des Gestirnes gegeben sein, so hat man successive

$$CL = \sin\delta,$$

$$LE = \sin\delta \operatorname{tg}\varphi,$$

$$CE = \frac{\sin\delta}{\cos\varphi},$$

$$IE = \frac{\sqrt{\cos^2\varphi - \sin^2\delta}}{\cos\varphi},$$

$$LI = \sqrt{\sin^2\delta \operatorname{tg}^2\varphi + \frac{\cos^2\varphi - \sin^2\delta}{\cos^2\varphi}} =$$

$$\frac{1}{\cos\varphi}\sqrt{\sin^2\delta \sin^2\varphi + \cos^2\varphi - \sin^2\delta} = \cos\delta, {}^{*)}$$

$$x = \operatorname{arc} \cos \operatorname{tg}\delta \operatorname{tg}\varphi.$$

---

*) Dieser Werth kann auch unmittelbar der Figur entnommen werden.

Ein belehrender historischer Excurs würde es sein, den Schülern zu zeigen, mit welch unzureichenden Hülfsmitteln die Alten, insbesondere Hypsicles im Anaphorikus, sich bei solchen Aufgaben behelfen mussten; man kann zu diesem Zwecke vor Allem die treffliche Studie des leider so früh dahingeschiedenen Friedlein *) beiziehen.

II. Die bei der Discussion der Attraction von Bergen gewöhnlich begangenen Fehler. Als erste von den Methoden, deren man zur Bestimmung der Erd-Dichtigkeit sich bedient, wird gewöhnlich die von Maskelyne**) vorgeschlagene angeführt. In fast allen Lehrbüchern nun, welche wir in dieser Angelegenheit verglichen haben, wird es ohne jede weitere Bemerkung als Thatsache hingestellt, dass man im Schwerpunkt des (dabei in Gestalt eines Rotationsparaboloïdes vorausgesetzten) Berges die Masse desselben concentrirt denken könne, die einzige uns bekannt gewordene Darstellung, welche des Schwerpunkts gar keine Erwähnung thut, ist in dem auch in vielen anderen Beziehungen mustergültigen Lehrbuch von Benthin***) zu finden. Für die Praxis freilich wird man sich jener Annahme immerhin mit einiger Berechtigung bedienen dürfen, und wenn sonach Schriftsteller, welche sich an ein mehr oder minder sachkundiges Publicum wenden, wie Wolf†) u. A. eine derartige abgekürzte Bezeichnungsweise wählen, so wird sie kein Vorwurf treffen können. Allein der Anfänger, der von der Potentialtheorie noch keine Ahnung hat, wird mit Naturnothwendigkeit sich den irrigen Schluss abstrahiren müssen, dass bei Problemen der Anziehung jedem schweren Körper die im Schwerpunkte concentrirte Masse substituirt werden dürfe. Um nun über die approximative Gültigkeit jener Hypothese in dem uns hier beschäftigenden Falle ein Urtheil zu erhalten, wird es nöthig sein, für einen Augenblick auf die Resultate der höheren

---

*) Friedlein, De Hypsicle mathematico, Boncompagni's Bulletino, Tomo VI, S. 526 ff.

**) Maskelyne, An account of observations made on the mountain Shehallien for finding its attraction, Philosoph. Transact. 1775.

***) Benthin, Lehrbuch der Sternkunde in entwickelnder Stufenfolge. Leipzig 1872. S. 302 ff.

†) Wolf, Handbuch der Mathematik, Physik, Geodäsie und Astronomie. 2. Band. Zürich 1872. S. 174.

Analysis zu recurriren. Bekanntlich beruht, wie man am besten bei Schlömilch*) sieht, die Möglichkeit jenes Schlusses auf der Thatsache, dass man bei Bestimmung der Grösse der Anziehung durch den Ausdruck

$$\frac{\Theta}{E}\iiint dx\,dy\,dz + \frac{\Theta}{E^3}\left(\alpha\iiint x\,dx\,dy\,dz + \beta\iiint y\,dx\,dy\,dz + \gamma\iiint z\,dx\,dy\,dz\right) + \frac{\Theta}{E^5}M + \frac{\Theta}{E^7}N + \cdots$$

alle Potenzen von $\frac{1}{E} < \frac{1}{E^3}$ vernachlässigen kann — Θ ist hier die (constante) Dichte des attrahirenden Körpers, und der angezogene Punkt hat die Coordinaten α, β, γ, während

$$E = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}$$

gesetzt ist. Nun liegt aber hier der angezogene Punkt (die Pendelkugel) unmittelbar am anziehenden Körper, und es ist durchaus nicht a priori gestattet, die höheren Potenzen von E ohne Weiteres zu vernachlässigen, im Gegentheil:

Es kann sehr wohl der Fall eintreten, dass die wirkliche Anziehungsrichtung des Berges nicht durch seinen Schwerpunkt, sondern in relativ beträchtlicher Entfernung an ihm vorübergeht.

Für Schüler freilich ist diese Darstellung unbrauchbar, und es wird also darauf ankommen, auf ganz elementare Weise, nur durch Zuhülfenahme der einfachsten Sätze der Statik und Algebra, die Sache plausibel zu machen. Ganz wird dies freilich nie gelingen, indess wird vielleicht der nachstehende Versuch, die Fundamentalwahrheit der Attractionslehre zu popularisiren, einige Beachtung verdienen.

Wir denken uns den Kreis A (Fig. 2) vertical stehend, so dass die in E an ihn gezogene Tangente mn horizontal sein wird. Dann ziehe man AF und $Af \| mn$ und fälle von F und f auf mn die Lothe FB, fC. Denkt man sich dann die Figur $DFBCfD$ um die Axe DAE rotirend, so wird man einen Rotationskörper erhalten, der in seiner Form näherungsweise mit einem Paraboloïd übereinstimmt. Dann nehmen wir an, dieser (homogene) Körper wirke anziehend auf einen Punkt der Basis, etwa B, und es ist zu zeigen, dass die Attractionsrichtung nicht durch den Schwer-

*) Schlömilch, Der Attractionscalcül. Halle 1851. S. 7.

punkt hindurchgeht. Der Symmetrie halber brauchen wir natürlich blos die Anziehung einer (materiell gedachten) Schnittfigur, also etwa von $DFBCfD$, in's Auge zu fassen.

Zunächst suchen wir den Schwerpunkt der Figur, der natürlich auf der Axe liegt, und hiezu bedarf man den Schwerpunkt L des gemischtlinigen Dreiecks EBF, der auf der Halbirungslinie AB des Winkels FBC gelegen sein muss. Zieht man EF, so ist der Durchschnitt K von AB und EF der Schwerpunkt des Quadrates $AEBF$. Um den Schwerpunkt des Sectors AEF zu finden, erinnern wir uns daran, dass dieser Punkt vom Mittelpunkt den Abstand $\frac{2}{3} \cdot \frac{rs}{b}$ haben muss, unter r den Kreisradius, unter s die Sehne, unter b die Bogenlänge verstanden. Hier ist nun $s = r\sqrt{2}$, $b = \frac{r\pi}{2}$, also finden wir, wenn H der Schwerpunkt ist,

$$BH = BA - HA = r\sqrt{2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{2r\sqrt{2}}{\pi} = r\sqrt{2}\left(1 - \frac{4}{3\pi}\right).$$

Ist ferner L der gesuchte Schwerpunkt, so muss offenbar die Gleichung

$$\varrho \cdot KH = \sigma \cdot LK$$

bestehen, wo ϱ und σ bezüglich die Flächeninhalte der Figuren AEF und BEF vorstellen. Diese sind bekannt; es ist

$$\varrho = \frac{1}{4} r^2 \pi,$$

$$\sigma = r^2\left(1 - \frac{\pi}{4}\right),$$

und führt man also noch für KH und $LK = x$ ihre Werthe ein, so geht die obige Bestimmungsgleichung in folgende über:

$$\pi\left(r\sqrt{2} - \frac{4r\sqrt{2}}{3\pi} - \frac{r}{\sqrt{2}}\right) = x\,(4 - \pi),$$

woraus sich

$$x = r\,\frac{3\pi - 8}{3\sqrt{2}\,(4 - \pi)}$$

berechnet. Der Abstand BL aber ist gleich

$$r\,\frac{20 - 6\pi}{3\sqrt{2}\,(4 - \pi)}.$$

Wird jetzt $LM \| BC$ gezogen, so ist der Schnittpunkt N dieser

Linie mit der Axe ersichtlich der gemeinschaftliche Schwerpunkt der gemischtlinigen Dreiecke EBF und ECf; der pythagoreische Lehrsatz liefert

$$EN = \frac{BL}{\sqrt{2}} = r\,\frac{10 - 3\pi}{3\,(4 - \pi)}.$$

Nun muss zuletzt eine der bereits durchgeführten völlig analoge Betrachtung angestellt werden; d. h. es muss zur Eruirung der Lage des Gesammtschwerpunkts aus der Gleichung

$$4\varrho y = 2\sigma\,(AN - y)$$

die unbekannte Grösse $y = AP$ berechnet werden. Man erhält

$$y = r\,\frac{2}{3\,(4 - \pi)},\quad EP = r\,\frac{10 - 3\pi}{3\,(4 - \pi)}.$$

Hiemit ist die erste Aufgabe, welche wir uns stellten, gelöst.*)

Nunmehr wollen wir die factisch auf den Punkt B einwirkenden Attractionskräfte in Rechnung zu bringen versuchen. Da sowohl der Kreis A als auch das Dreieck EBF symmetrisch zu jenem Punkte gelagert sind, so ergeben deren Einzelcomponenten eine mit der Richtung AB zusammenfallende Resultirende; wir können uns also in A nach dieser Richtung eine Kraft angreifend denken, welche gleich der Masse jener beiden Figuren, d. h. wenn Θ die (constante) Dichtigkeit bezeichnet, gleich

$$r^2\,\Theta\,\frac{4 + 3\pi}{4}$$

sein wird, und wir wollen, da der Massstab natürlich willkürlich gewählt werden kann, die Strecke $AB = r\sqrt{2}$ als das Mass dieser Kraft in bekannter Weise betrachten.

Welche Gerade als Resultante der aus dem Dreieck ECf

---

*) Wir können nicht unterlassen darauf hinzuweisen, dass solche Schwerpunktsbestimmungen, besonders wenn sie einen reellen Hintergrund besitzen, ein vortreffliches Uebungsmittel sind. Eine gute Gelegenheit bietet zumal eine rechnerische Prüfung der bekannten von Adhémar†) aufgestellten Hypothese über die die Eiszeiten bedingende temporäre Verrückung des Schwerpunktes unserer Erdkugel.

---

†) H. J. Klein, Entwicklungsgeschichte des Kosmos nach dem gegenwärtigen Standpunkte der gesammten Naturwissenschaften. Braunschweig 1875. S. 113.



entspringenden Molekularkräfte anzusehen ist, wissen wir nicht, jedenfalls muss sie, wenn MB gezogen würde, im Winkelraum MBC liegen. Nehmen wir nun an, sie coincidire mit BC und können wir unter dieser Voraussetzung beweisen, dass die Mittelkraft die Axe zwischen A und P schneidet, so haben wir unseren Zweck völlig erreicht, denn um so weiter würde ja natürlich dieser Durchschnittspunkt von P wegrücken, wenn die Anziehungsrichtung, welche dem Dreieck ECf entspringt, mit MB einen kleineren Winkel bilden würde, als den angenommenen. Es wird also auf Af die Strecke AR so abgetragen, dass sie der Proportion

$$AB : AR = \left(r^2 \Theta \frac{4+3\pi}{4}\right) : \left(r^2 \Theta \frac{4-\pi}{4}\right)$$

entspricht; die Verbindungslinie BR wird gezogen, welche die Axe in S schneidet, und nun gilt es, das Bestehen der Ungleichung

$$ES > EP$$

darzuthun.

Da ist zuerst

$$AR = r\,\frac{4-\pi}{4+3\pi}.$$

Setzt man hierauf $ES = y$, so gilt die Proportion

$$r : y = AR : (r-y),$$

also

$$y = r\,\frac{4+3\pi}{8+2\pi}.$$

Zieht man dann den vorher gewonnenen Werth von EP herbei und vergleicht, so erhellt unverzüglich

$$r\,\frac{4+3\pi}{8+2\pi} > r\,\frac{10-3\pi}{12-3\pi}.$$

Dies ist das angestrebte Resultat, wir wissen jetzt:

Die von der angenommenen Schnittfigur und damit auch vom Rotationskörper selbst auf einen Punkt am Rande der Basis ausgeübte Anziehungs-Resultante geht nicht durch den Schwerpunkt hindurch, und dies ist gerade der beim Maskelyne'schen Verfahren in Betracht kommende Fall.

III. Die Erklärung der Nadirfluth. Die Thatsache, dass ein hinreichend naher Himmelskörper nicht nur in den vertical unter ihm gelegenen Gegenden eine Anschwellung der

die Erde umgebenden Wassermassen bewirkt, sondern dass auch zu gleicher Zeit in dem diametral gegenüberstehenden Erd-Orte, welcher also das betreffende Gestirn im Nadir hat, eine solche Fluth entsteht, wird in allen Lehrbüchern besprochen und richtig erklärt. Es ist unzweifelhaft wahr, dass ein in B' (Fig. 3) befindliches Flüssigkeitstheilchen weniger stark angezogen wird, als der Erdmittelpunkt C, und dass somit, da Flüssigkeiten freie Bewegungen der Moleküle zulassen, starre Körper aber nicht, das Theilchen B' vom Centrum weg nach B'' hin rücken muss. Aber ganz klar pflegt diese Erklärungsweise, wie die Erfahrung lehrt, dem Anfänger nicht zu werden; in der That jedoch bedarf man ihrer gar nicht, wenn man folgende Betrachtung anstellt.

In S befinde sich der anziehende Körper, z. B. die Sonne, dann wird zunächst das Theilchen A' gegen A'' hin so abgelenkt, dass die Punkte S, A', A, C, B in ein und derselben Geraden liegen. Vernachlässigen wir dann zunächst die der entgegengesetzten Hemisphäre angehörige Wasserhülle, welche in unserer Figur durch den Halbkreisring $DD'B'E'EBD$ repräsentirt ist, so wird in Folge der Anziehung und der Cohäsion der Flüssigkeit die halbkugelförmige Schale $D'DAEE'A'D'$ sich in einen Rotationskörper verwandeln, dessen Durchschnitt $D''DAEE''A''D''$ sein würde. Die Menge des Wassers hat sich nicht geändert, also müssen die beiden Körper einander gleich sein, d. h. es ist auch

$$\text{Quadrant } A''D''C = \text{Quadrant } A'D'C,$$

und da, wie wir wissen, $A''C > A'C$ ist, so muss dieser Gleichung zufolge nothwendig

$$D''D < D'D$$

sein, und da sich auf der anderen Seite alles ganz ebenso verhält, so findet am Aequator*) Ebbe statt.

Betrachten wir nun auch die andere Hälfte, die ebenfalls ein Rotationskörper sein wird, mit dem Durchschnitt $D''B''E''$. Dann besteht offenbar wieder die Gleichung

$$\text{Quadrant } B''D''C = \text{Quadrant } B'D'C,$$

und hieraus folgen wir wiederum:

$$CB'' > (CD' = CB'),$$

oder in Worten:

*) „Aequator" natürlich nur für A als „Pol".



Schon aus der Thatsache, dass die Anziehung eines Himmelskörpers die Quantität des vorhandenen Wassers nicht alterirt folgt mit zwingender Nothwendigkeit die Existenz einer Nadirfluth.

Dass freilich $A'A'' > B'B''$ ist, geht hieraus noch nicht hervor, sondern muss noch durch eine weitere Untersuchung nachgewiesen werden. Dabei sei dann auch noch weiter die Bemerkung gestattet, dass sämmtliche Werke dieser Verschiedenheit zwar Erwähnung thun, sie aber bildlich niemals zum Ausdruck bringen, sondern stets die beiden Curven $A''D''E''$ und $B''D''E''$ als congruente Halbellipsen darstellen. Dass sie dies nicht sein können, leuchtet ein, denn wäre

Halbellipse $A''D''E''$ = Halbellipse $B''D''E''$,

oder, nach einem bekannten Sätze,

$$\frac{A''C \cdot D''C \cdot \pi}{2} = \frac{B''C \cdot D''C \cdot \pi}{2},$$

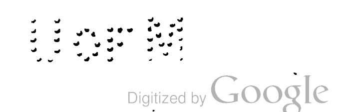
so müsste auch $A''C = B''C$ sein. Aus unserer Zeichnung ergibt sich dagegen der richtige Sachverhalt:

Die beiden Ellipsen $D''A''E''$ und $D''B''E''$ sind nicht congruent, sondern haben in D'' und E'' je eine gemeinschaftliche Tangente $mn \| pq$.

Bezeichnet man also die Durchschnittspunkte der neuen Schnittfigur mit der ursprünglichen bezüglich durch G, H, K, I, so sind die Verbindungslinien GI und HK nicht parallel, sondern convergiren gegen den Punkt S hin.

Man könnte unserer Forderung entgegenhalten wollen, der Unterschied zwischen $A''A'$ und $B''B'$ sei zu gering, um bei den kleinen Verhältnissen einer gewöhnlichen Zeichnung eine entsprechende Repräsentation zu finden. An sich ist dies, wie noch neuerdings von Peschel*) hervorgehoben ward, allerdings der Fall, indess nimmt man ja auch sonst keinen Anstand, aus pädagogischen Gründen Uebertreibungen zuzulassen.

*) Peschel, Ueber die angeblichen Schwankungen des Schwerpunktes unserer Erde. Ausland, 48. Jahrg. S. 71.



Zur Theorie der biquadratischen Gleichungen.

Von Dr. Jos. Diekmann in Essen a/R.

(Mit Rücksicht auf V, 317.)

Im Jahrgang V, 317 dieser Zeitschrift befindet sich ein Aufsatz von Herrn Prof. Bauer aus Carlsruhe, worin einige Fälle der biquadratischen Gleichungen behandelt werden, die eine leichte Reducirung derselben auf quadratische gestatten. Da in demselben Hefte pag. 369 in Aufgabe 15. Binder die Frage schon von einem principiellern Standpunkte auffasst: nämlich, wann eine biquadratische Gleichung ohne cubische Resolvente lösbar sei, so dürften nachfolgende Zeilen wohl am Platze sein.

Will man auf der Schule überhaupt biquadratische Gleichungen durchnehmen, so ist es allerdings gut, zunächst eine allgemeine Behandlung der biquadratischen Gleichungen vorauszuschicken, und dann zu zeigen, wie aus der allgemeinen Betrachtung diejenigen Fälle, die für praktische Lösung in Betracht kommen, folgen. Es hat dies für den Schüler um so mehr Interesse, als er schon einige Specialfälle gelegentlich der reciproken Gleichungen kennen gelernt hat. Nur hat man dabei Sorge zu tragen, dass die Anzahl der Willkürlichkeiten möglichst beschränkt, unnützes Formelwesen vermieden werde, weil dadurch der Gedanke, auf dem die Lösung beruht und der wie ein sichtbarer rother Faden durch die Behandlung hindurch sich erkennen lassen soll, verhüllt wird. Clebsch pflegte zu sagen, dass die Algebra, als Rechnung mit Symbolen, dazu da sei, um durch Ueberlegung Rechnen zu ersparen. Dieser Grundsatz kann auch den Schülern nicht oft genug eingeschärft werden. Sie haben vorher zu überlegen, was sie durch eine gewählte algebraische Operation bezwecken, nicht aber darauf loszurechnen und sich am Ende durch das Resultat überraschen zu lassen.



Hierin scheint mir die Arbeit des Herrn Bauer etwas zu wünschen übrig zu lassen. Die allgemeine Behandlung der biquadratischen Gleichung vom Herrn Bauer, eine Vermischung der Descartes'schen und Ferrari'schen Methode hat deshalb etwas Unbequemes an sich, weil die grosse Anzahl der eingeführten willkürlichen Constanten (p, q, r, l, m, n, s, t) sich nur in einem einzigen Falle ($R = 0$) einfach durch die Coefficienten der vorgelegten Gleichung (a, bc, de) ausdrücken lässt; dann aber auch, weil dadurch der Kernpunkt der Sache umgangen und nur ein einziger Fall einer einfachen Reducirung der biquadratischen Gleichung erzielt wird. Wir wollen im Nachstehenden kurz folgende 2 Sätze beweisen:

1) Es ist stets mit Hülfe **einer einzigen** Unbekannten möglich, eine allgemeine biquadratische Gleichung auf die Form der Differenz zweier Quadrate zu bringen, wobei die Bestimmung der neuen Unbekannten auf eine cubische Gleichung von der Form der Cardani'schen Lösung führt.

2) Es gibt zwei Fälle, in denen sich diese Unbekannte **linear** durch die Coefficienten der biquadratischen Gleichung ausdrücken lässt.

I.

Was den ersten Fall anbelangt, so ist er schon lange bekannt; die älteste aller Methoden, die von Ferrari, behandelt ihn und ist sie als die einfachste daher auch in der Aufgabensammlung von Bardey aufgenommen. Sie soll auch im Nachfolgenden zu Grunde gelegt werden, mit dem Unterschiede, dass die drei ersten Glieder von

$$f(x) \equiv ax^4 + 4bx^3 + 6cx^2 + 4dx + e = 0$$

als Bestandtheile des Quadrates eines Trinoms aufgefasst werden.

Bezeichnet man $(ax^2 + 2bx + c + \vartheta)^2$ mit M^2 und bildet $a \cdot f(x)$, so erhält man leicht:

$$M^2 - af(x) = x^2(4b^2 - 4ac + 2a\vartheta) + 2(b\vartheta + bc - ad) \\ x + (c + \vartheta)^2 - ae = x^2T^2 + 2Rx + S^2;$$

worin $T^2 = (4b^2 - 4ac + 2a\vartheta)$ und ebenso für die andern Coefficienten abgekürzt R und S^2 gesetzt wurde.

Soll rechts ein vollständiges Quadrat werden, so muss

$$T^2 \cdot S^2 = R^2 \text{ oder } T^2 \cdot S^2 - R^2 = 0 \text{ sein.}$$

Dann wird:

$$M^2 - af(x) = \{xT + S\}^2 = P^2$$
$$M^2 - P^2 = af(x);\ \text{fertig.} -$$

Das Verschwinden von $f(x)$ ist also geknüpft an

$$M + P = 0;$$
$$M - P = 0;$$

Setzt man nun für M und P ihre Werthe ein, so erhält man zur Auflösung von $f(x)$ die beiden Gleichungen:

$$\text{I.}\quad ax^2 + (2b + T)\,x + c + \vartheta + S = 0$$
$$\text{II.}\quad ax^2 + (2b - T)x + c + \vartheta - S = 0$$

Bezeichnet man die Wurzeln von I. mit x_1 und x_3, die von II. mit x_2 und x_4, so hat man die Beziehungen:

$$\text{III.}\quad x_1 + x_3 = -\frac{2b + T}{a}$$
$$x_2 + x_4 = -\frac{2b - T}{a};\ \text{d. h.:}$$
$$x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -\frac{T}{a}.$$

Die Function links kann 3 Werthe*) annehmen; da rechts nur T veränderlich ist und, wie wir sehen werden, 3 Werthe annehmen kann, so wollen wir die entsprechenden mit T_1 T_2 T_3 bezeichnen; man hat dann:

$$(A)\quad \begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 &= -\frac{T_1}{a} \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 &= -\frac{T_2}{a} \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 &= -\frac{T_3}{a},\ \text{dazu} \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= -\frac{4b}{a} \end{aligned}$$

woraus man sofort die Wurzeln findet.

II.

Um T zu construiren, hat man die Gleichung zu lösen:

$$\text{IV.}\quad T^2 \cdot S^2 = R^2,$$

oder in den eigentlichen Werthen:

$$(4b^2 - 4ac + 2a\vartheta)\,[(c + \vartheta)^2 - ae] = (b\vartheta + bc - ad)^2.$$

---

*) Von den 6 möglichen Werthen sind je zwei einander entgegengesetzt.

Führt man die Multiplication aus, so erhält man zur Bestimmung von ϑ eine cubische Gleichung von der Form:

$$\Omega \equiv \vartheta^3 - \frac{i}{2}\vartheta + \frac{j}{3} = 0$$

worin i und j nur von den Coefficienten, $abcde$, abhängen.

Abstrahiren wir indessen von der cubischen Gleichung $\Omega = 0$, so lehrt ein Blick auf Gleichung IV, dass es zwei Fälle gibt, in welchen man einfache Werthe für ϑ angeben kann, nämlich:

1) $T = 0, R = 0$
2) $S = 0, R = 0$

Für $T = 0$ sieht man aus III, dass $x_1 + x_3 = x_2 + x_4$ oder aus A, dass die Summe oder Differenz je zweier Wurzeln gleich der zweier andern ist. Der Werth für ϑ aus $T = 0$, d. i. $\vartheta = \frac{2(ac - b^2)}{a}$ in I. und II. eingesetzt, gibt die Formen III., welche Herr Bauer pag. 321 aufstellt.

Ist $S = 0$, so lehrt ein Blick auf I. und II., dass

$$x_1 x_3 = x_2 x_4; \text{ oder}$$
$$x_1 x_3 - x_2 x_4 = 0 \text{ ist.}$$

Die Function links kann auch 3 Werthe annehmen (eigentlich 6), nämlich:

$$\text{(B)} \qquad \begin{aligned} &x_1 x_3 - x_2 x_4 \\ &x_1 x_2 - x_3 x_4 \\ &x_1 x_4 - x_2 x_3 \end{aligned}$$

Wir bekommen daher zu dem obigen Satz noch den folgenden:

Wenn die Wurzeln einer biquadratischen Gleichung einander proportional sind, so ist dieselbe ohne cubische Resolvente zu lösen.

Den Werth für ϑ aus $S = 0$ in Gleichung I. und II. eingesetzt, gibt die einfache Form für $f(x)$:

$$[ax^2 + 2bx + \sqrt{ae}]^2 - x^2 [4b^2 - 6ac + 2a\sqrt{ae}] = 0$$

III.

Da man aus $T^2 S^2 = R^2$ sieht, dass mit $T = 0$ auch $R = 0$ wird, so bedingt der erste Fall das Zusammenbestehen der Gleichungen:

$$2a\vartheta + 4(b^2 - ac) = 0$$
$$b\vartheta + bc - ad = 0$$

woraus man durch Elimination von ϑ die Bedingung erhält

$$\sum = \begin{vmatrix} a & 2(b^2 - ac) \\ b & bc - ad \end{vmatrix} = 0^{*)}$$

oder ausgeführt:

$$\text{V.} \quad 2\left(\frac{b}{a}\right)^3 - 3\frac{b}{a} \cdot \frac{c}{a} + \frac{d}{a} = 0,$$

welches die Reducente des Herrn Bauer ist. Es kommen darin vier Grössen vor; bestimmt man drei davon willkürlich, so kann man die vierte berechnen und dadurch beliebig viele Gleichungen herstellen, welche der Bedingung $\Sigma = 0$ genügen. Nur wenn b unbestimmt gelassen wird, stösst man auf eine cubische Gleichung. Herr Bauer hat die möglichen Fälle hinlänglich ausgeführt. Da e in Σ nicht vorkommt, so gibt es eine einfach unendliche Schaar von Gleichungen, die bei drei gegebenen Coefficienten der Bedingung $\Sigma = 0$ genügen, also reducirbar sind.

Führt man in V. die Wurzeln statt der Coefficienten ein, so erhält man die schon aus (A) ersichtliche Bedingung:

$\Sigma = (x_1 + x_3 - x_2 - x_4)(x_1 - x_2 - x_3 + x_4)(x_1 + x_2 - x_3 - x_4) = 0.$

Wir geben sie nachstehend in Determinantenform:

$$-\frac{a}{4b} \cdot \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_2 & x_1 & x_4 & x_3 \\ x_3 & x_4 & x_1 & x_2 \\ x_4 & x_3 & x_2 & x_1 \end{vmatrix} = 0$$

Für $S = 0$ haben wir ebenso das Zusammenbestehen der Gleichungen:

$$(c + \vartheta)^2 - ae = 0$$
$$b\vartheta + bc - ad = 0 \text{ oder}$$
$$(c + \vartheta)^2 - ae = 0$$
$$b^2(c + \vartheta)^2 - a^2d^2 = 0$$

wofür man als Bedingung erhält:

$$\Pi = \begin{vmatrix} 1 & ae \\ b^2 & a^2d^2 \end{vmatrix} = 0$$

oder ausgeführt:

$$\Pi = \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{e}{a} - \frac{d^2}{a^2} = 0$$

*) Die Determinante ist mehrfacher Umformung fähig.

Auch hierin kommen vier Grössen vor, von denen drei beliebig angenommen und dann die vierte berechnet werden kann; da c hier nicht vorkommt, so gilt für $\Pi = 0$ derselbe Satz, der oben für $\Sigma = 0$ angeführt wurde. Wir wollen nur bemerken, dass zu der Schaar von Gleichungen mit der Bedingung $\Pi = 0$ unter allen Umständen die reciproken gehören, für welche $b = d$ und $e = a$ ist, also $\Pi = 0$ von selbst erfüllt ist. Führt man in Π statt der Coefficienten die Wurzeln ein, so erhält man:

$$\Pi \equiv (x_1 x_3 - x_2 x_4)(x_1 x_2 - x_3 x_4)(x_1 x_4 - x_2 x_3) = 0$$

$$= \begin{vmatrix} x_1 & x_3 \\ x_2 & x_4 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} x_1 & x_4 \\ x_3 & x_2 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} x_1 & x_4 \\ x_2 & x_3 \end{vmatrix} = 0.$$

Es ist vielleicht von Interesse hier ein Beispiel anzuführen. $\Pi = 0$ kann man auch schreiben:

$$\frac{d^2}{b^2} = \frac{e}{a}$$

d. h. **wenn in einer Gleichung 4. Grades das Verhältniss der beiden äussersten Coefficienten gleich dem Quadrate des Verhältnisses der (beiderseitig) vorletzten ist, so ist die Gleichung ohne Resolvente lösbar.**

Man sieht aus vorstehender Form leicht, durch welche Substitution die Gleichung dann in eine reciproker Form transformirt werden kann. Man setze nämlich:

$$x^4 = y^4 \frac{d^2}{b^2} \text{ oder } x = y \sqrt{\frac{d}{b}}$$

Heiss: § 69, 188 steht die Aufgabe:

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + c^2 : a^2 = 0$$

obiger Satz ist hier erfüllt; setzt man daher:

$$x = y \sqrt{\frac{c}{a}}$$

so nimmt die Gleichung die gewöhnliche Form der reciproken Gleichung an, nämlich:

$$\frac{c^2}{a^2} y^4 + cy^3 \sqrt{\frac{c}{a}} + \frac{bc}{a} y^2 + cy \sqrt{\frac{c}{a}} + \frac{c^2}{a^2} = 0.$$

Schlussbemerkung. Die Coefficienten von ϑ in $\Omega = 0$ lauten $i = 2(ae - 4bd + 3c^2)$ $j = b(ace + 2bcd - ad^2 - b^2e - c^3)$

$$= 6 \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & d \\ c & d & e \end{vmatrix}$$

Während die Beschaffenheit der Wurzeln von $f(x) = 0$, ob reell oder imaginär oder zusammenfallend, von dem Werthe der Discriminante von $\Omega = 0$, nämlich $i^3 - 6j^2$ abhängt, drückt das Verschwinden der Coefficientenverbindungen i oder j Beziehungen der Wurzel zu einander aus. Bei $i = 0$ sind die Wurzeln von $f(x) = 0$ äquianharmonisch, bei $j = 0$ harmonisch zugeordnet. Diese beiden Fälle, wodurch $\Omega = 0$ auch auf eine quadratische Gleichung reducirt wird, waren schon lange bekannt; man könnte nun, ähnlich wie es Herr Bauer gethan hat, für $\Sigma = 0$, auch für $i = 0$ oder $j = 0$ beliebig viele Gleichungen herstellen, welche ohne Cubikwurzel lösbar sind, allein i und j sind nicht so einfach wie Σ und Π. Ausserdem begreifen $\Sigma = 0$ und $\Pi = 0$ wohl die meisten Fälle, die für numerische Ausführung in Betracht kommen. Es gibt also vier Fälle, in denen die biquadratischen Gleichungen ohne Cubikwurzel lösbar sind:

I. $\Sigma = 0$; die Wurzeln sind arithmetisch proportionirt.
II. $\Pi = 0$; „ „ „ geometrisch „
III. $i = 0$; „ „ „ äquianharmonisch zugeordnet.
IV. $j = 0$; „ „ „ harmonisch „

Die beiden ersten Fälle (ausgenommen $\Sigma = 0$ in der Arbeit vom Herrn Prof. Bauer und der citirten von Matthiessen) hatte ich bis jetzt noch nirgends gefunden; die Art der Behandlung ist, so viel ich weiss, bis jetzt noch nicht veröffentlicht gewesen. Noch sei hinzugefügt, dass sich aus der Gleichung

$$T^2 S^2 - R^2 = 0$$

Manches herauslesen lässt, z. B. wie sich die Sechs-Werthigkeit der

$$\frac{x_1 - x_2 + x_3 - x_4}{x_1 x_3 - x_2 x_4}$$

durch T und S ausdrückt und wie man umgekehrt durch jene zu der Resolvente gelangen kann. Der Raum gestattet es nicht, weiter darauf einzugehen. Wenn im Vorstehenden für die „Reducente“ nicht der Buchstabe R gebraucht wurde, so geschah es deshalb, weil man in der neueren Algebra für die Discriminante der cubischen Formen den Buchstaben R in Gebrauch hat.

Zur Theilung des Winkels.

Vom Oberlehrer Dr. G. EMSMANN in Frankfurt a. Oder.

(Mit 4 Figuren.)

Unter dem obigen Titel behandelt in Grunert's Archiv Th. 56. H. 3. S. 335 und 336 der Ingenieur-Hauptmann v. Wasserschleben die Aufgabe:

Den geometrischen Ort zu finden für die Scheitel C aller der Dreiecke, welche die Basis $BA = c$ gemein haben und so beschaffen sind, dass der Dreieckswinkel CBA der $n$te Theil vom Nebenwinkel $CAD = \alpha$ des Dreieckswinkels CAB ist; oder allgemeiner, dass der eine an der Basis liegende Dreieckswinkel der $n$te Theil vom Nebenwinkel des andern an der Basis liegenden Dreieckswinkels ist.

Nimmt man mit v. Wasserschleben die Ecke B zum Anfange und die Basis $BA = c$ zur X-axe eines rechtwinkeligen Coordinatensystems, so ergeben sich für die Coordinaten (x, y) der Ecke C sehr leicht mittelst der Gleichungen $a^2 - x^2 = y^2 = b^2 - (x - c)^2$ und

$$a = \frac{c \sin \alpha}{\sin \frac{n-1}{n} \alpha} \text{ und } b = \frac{c \sin \frac{1}{n} \alpha}{\sin \frac{n-1}{n} \alpha}$$

die beiden zusammengehörigen Gleichungen

$$\text{I. } \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{c \sin \alpha}{\sin \frac{n-1}{n} \alpha} \text{ und II. } \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = \frac{c \sin \frac{1}{n} \alpha}{\sin \frac{n-1}{n} \alpha}$$

Eliminirt man aus diesen beiden Gleichungen den Winkel α, so erhält man die Gleichung des gesuchten geometrischen Ortes.

v. Wasserschleben gibt nun an erwähnter Stelle blos die Endgleichung des gesuchten geometrischen Ortes für $n = 3$ und für $n = 5$.

Die Sache hat zwar keine praktische Wichtigkeit; und hat auch Herr M. Curtze zu Thorn in dieser Zeitschrift Bd. V. S. 226 mit Hinweis auf den immer noch — ich möchte sagen — classischen Artikel „Trisection des Winkels“ in Klügels Wörterbuch den in dieser Zeitschrift (III, 215—240. 537. — IV, 175. — V, 64.) und in selbständigen Broschüren über „Trisection mittelst der Conchoide“ von Hippauf und von Sidler erschienenen Artikeln ihre absolute Bedeutung in historischer Beziehung festgestellt: so behalten dieselben dennoch in didaktischer Beziehung unbestritten ihren relativen Werth. Dasselbe gilt meines Erachtens auch von der Behandlung der obigen Aufgabe, und da auch die Elimination des Winkels α nicht immer ganz einfach ist, so trage ich kein Bedenken, hier Folgendes mitzutheilen.

1) Halbirung oder Zweitheilung.

Für $n = 2$ wird $\sqrt{(x-c)^2 + y^2} = c$, also $y^2 = x(2c - x)$ die Gleichung des gesuchten geometrischen Ortes. Dieser ist demnach ein Kreis mit $2c$ als Durchmesser und A als Mittelpunkt. — Die Winkelhalbirung ist also, wie bekannt, mit Hülfe von Lineal und Kreis ausführbar.

2) Trisection oder Dreitheilung.

Setze ich

$$\sqrt{(x-c)^2 + y^2} = u, \text{ also } \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{u^2 + c(2x - c)},$$

so wird für $n = 3$

$$u = \frac{c \sin \frac{1}{3}\alpha}{\sin \frac{2}{3}\alpha} = \frac{c}{2 \cos \frac{1}{3}\alpha}, \text{ also}$$

$$\cos \tfrac{1}{3}\alpha = \frac{c}{2u} \text{ und } \sin \tfrac{1}{3}\alpha^2 = \frac{4u^2 - c^2}{4u^2}, \text{ folglich}$$

$$\frac{\sqrt{u^2 + c(2x - c)}}{u} = \frac{\sin \alpha}{\sin \frac{1}{3}\alpha} = \frac{3 \sin \frac{1}{3}\alpha - 4 \sin \frac{1}{3}\alpha^3}{\sin \frac{1}{3}\alpha}$$

$$= 3 - 4 \sin \tfrac{1}{3}\alpha^2 = \frac{c^2 - u^2}{u^2};$$

$$u^2 [u^2 + c(2x - c)] = (c^2 - u^2)^2; \; (2x - c)\, u^2 = c^3 - 2cu^2;$$

$$c^3 = (c + 2x)\, u^2 = (c + 2x)\, [(x - c)^2 + y^2];$$

$$(c + 2x)(x^2 + y^2) = c^3 - c(c + 2x)(c - 2x) = 4cx^2.$$

Also ist

$(c + 2x)(x^2 + y^2) = 4cx^2$ oder $2x^3 + (c + 2x)\,y^2 - 3cx^2 = 0$

die Gleichung des gesuchten geometrischen Ortes; sie ist dritten Grades, aber für y rein quadratisch.

Wir finden demnach, dass, wie bekannt, die trisectio anguli mit Hülfe von Lineal und Kreis allgemein (— mit Ausnahme des rechten Winkels —) nicht ausführbar ist.

Die durch obige Gleichung dargestellte Curve dritten Grades ist bekannt unter dem Namen folium Cartesii. (Fig. 1)

Es ist $y^2 = \frac{x^2(3c - 2x)}{c + 2x}$ und $y = \pm x \sqrt{\frac{3c - 2x}{c + 2x}}$; die X-axe ist also ein Durchmesser der Curve.

Für $x^2 = \frac{3}{4}c^2$, also $x = \pm \frac{c}{2}\sqrt{3}$ wird

$$y = \pm \frac{c}{2}\sqrt{3(\pm 2\sqrt{3} - 3)} = \pm \frac{c}{2}\sqrt{-9 \pm 10{,}392 \cdot\cdot},$$

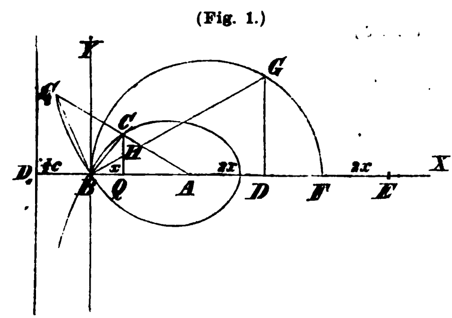
und die Curve erreicht bei $x = \frac{c}{2}\sqrt{3}$ ein positives und ein negatives Maximum (Gipfel), nämlich $y_{max} = \pm \frac{c}{2}\sqrt{3(2\sqrt{3} - 3)}$

$= \pm \frac{c}{2}\sqrt{1{,}392} = \pm\, 1{,}179492\,\frac{c}{2}.$

Für $x = -\frac{c}{2}$ wird $y = \pm\infty$, es ist also die in $x = -\frac{c}{2}$ auf der X-axe errichtete senkrechte Asymptote der Curve.

Die Curve lässt sich leicht construiren. Es ist der absolute Werth von $y = \frac{x}{c + 2x}\sqrt{(c + 2x)(3c - 2x)} = \frac{x}{BD}\sqrt{BD \,.\, BF}$ $= \frac{x \,.\, BG}{BD} = BH$ d. h. für jedes beliebige $BQ = x$ verlängere $BA = c$ um $2x$, so dass $BD = c + 2x$ ist; mache $BE = 3c$ und $EF = 2x$, so dass $BF = 3c - 2x$ ist; schlage über BF als Durchmesser einen Halbkreis, errichte $DG \perp BE$ in D, ziehe $QH \parallel DG$, mache $QC = BH$: so ist C ein Punkt der Curve. —

(Fig. 1.)

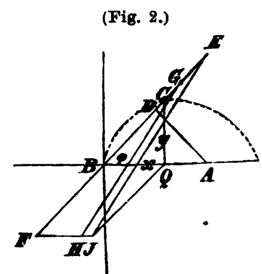


Oder man führe als neue Variable den Winkel $CBA = \varphi$ ein. Dann ist (Fig. 2) $y = x \operatorname{tg} \varphi$ und die Gleichung $(c + 2x)(x^2 + y^2) = 4cx^2$ liefert

$$x = \frac{c}{2}(4 \cos \varphi^2 - 1) = \frac{1}{2c}(4c^2 \cos \varphi^2 - c^2)$$
$$= \frac{1}{2c}(2c \cos \varphi + c)(2c \cos \varphi - c).$$

Fällt man nun $AD \perp BC$, so ist $BD = d = c \cos \varphi$, also $x = \frac{1}{2c}(2d + c)(2d - c)$. Macht man $BE = 2d$ und $BF = BG = c$, so ist $x = \frac{EF \cdot EG}{2c} = \frac{FE \cdot EG}{FG}$. Zieht man nun $FI \parallel BA$, macht $FH = EG$ und zieht $EI \parallel GH$, so ist $x = \frac{FE \cdot FH}{FG} = FI$ und, wenn $IQ \parallel FB$ gezogen wird, $x = BQ$. Es schneidet $QC \perp BA$ den rivaablen Schenkel des Winkels φ in einem Punkte C der Curve.

(Fig. 2.)



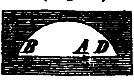
Da es zur Dreitheilung des Winkels durchaus nicht auf die Länge der Basis c ankommt, so nehmen wir diese zweckmässig $= 2$ an und erhalten dann als Curvengleichung $(1 + x)(x^2 + y^2) = 4x^2$ mit $y = \pm x \sqrt{\frac{3-x}{1+x}}$ und $y_{max} = \pm \sqrt{3(2\sqrt{3} - 3)} = \pm \sqrt{1{,}392} = \pm 1{,}179492 \ldots$ für $x = \sqrt{3} = 1{,}732 \cdot\cdot$

Man findet

x	-1	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	1,6
y	$\pm \infty$	$\pm$ 2,25 ··	$\pm$ 1,1 ··	$\pm$ 0,5	0	$\pm$ 0,3 ··	$\pm$ 0,47 ··	$\pm$ 0,6 ··	$\pm$ 1	$\pm$ 1,17408 ·

$\sqrt{3} = 1{,}732$ ··	1,8	2	3
$\pm$ 1,179492 ··	$\pm$ 1,1772 ··	$\pm$ 1,1547	0

(Fig. 3.)



$BA = \frac{2}{3} BD$

Ein Modell dieser Curve (Trisector) aus Pappe, Holz oder Metall angefertigt, ähnlich dem bekannten Transporteur, lässt sich höchst bequem zur Dreitheilung jedes Winkels benutzen. (Fig. 3.)

Ist Winkel $CAD = 0$, so ist auch Winkel $CBA = 0$.

Ist Winkel $CAD = 90^0$, so ist Winkel $CBA = 30^0$, also $B\widehat{C}A = 60^0$, folglich mit Kreis ausführbar.

Ist Winkel $CAD = 180^0$, so ist Winkel $CBA = 60^0$ d. h. die Tangente in B an die Curve bildet mit der X-axe einen Winkel von 60^0.

Selbstverständlich bedarf es für die Praxis nur der Dreitheilung von Winkeln $\leqq 90^0$, denn ist $\alpha = 90^0 + \alpha_1$, so ist $\frac{\alpha}{3} = 30^0 + \frac{\alpha_1}{3}$.

Die Curve bildet eine Schleife (Blatt) mit zwei bis ins Unendliche verlaufenden Zweigen, für welche letztere die im Punkte $x = -\frac{c}{2} = -1$ auf BA senkrecht errichtete Gerade, wie schon erwähnt, Asymptote ist

Für Punkte C_1 auf den bis ins Unendliche verlaufenden Zweigen haben B und A ihre Rollen vertauscht, und es ist dann $C_1AB = \frac{1}{3}C_1\widehat{B}D_1$.

3) Viertheilung.

Für $n=4$ wird $u = \frac{c \sin \frac{1}{4}\alpha}{\sin \frac{3}{4}\alpha} = \frac{c \sin \frac{1}{4}\alpha}{3 \sin \frac{1}{4}\alpha - 4 \sin \frac{1}{4}\alpha^3} = \frac{c}{3 - 4 \sin \frac{1}{4}\alpha^2}$,

also $\sin \frac{1}{4}\alpha^2 = \frac{3u - c}{4u}$ und $\cos \frac{1}{4}\alpha^2 = \frac{u + c}{4u}$, demnach

$$\frac{\sqrt{u^2 + c(2x - c)}}{u} = \frac{\sin \alpha}{\sin \frac{1}{4}\alpha} = \frac{2 \sin \frac{1}{2}\alpha \cos \frac{1}{2}\alpha}{\sin \frac{1}{4}\alpha} = 4 \cos \frac{1}{4}\alpha\,(1 - 2 \sin \frac{1}{4}\alpha^2)$$

$$= 4\,\frac{c - u}{2u} \sqrt{\frac{u + c}{4u}} = \frac{c - u}{u} \sqrt{\frac{u + c}{u}}.$$

Mithin $u[u^2 + c(2x - c)] = (c - u)^2 (c + u) = (c^2 - u^2)(c - u)$;

$$u^3 + 2cux - c^2u = c^3 - c^2u - cu^2 + u^3;\quad 2ux = c^2 - u^2;$$
$$4u^2x^2 = c^4 - 2c^2u^2 + u^4;$$

$$2(c^2 + 2x^2)\,u^2 = c^4 + u^4;\quad 2(c^2 + 2x^2)\,[(x - c)^2 + y^2]$$
$$= c^4 + [(x - c)^2 + y^2]^2$$ und schliesslich

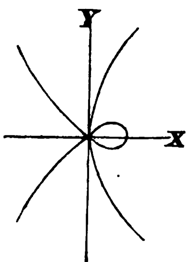
$$c^4 = [(x - c)^2 + y^2]\,[3x^2 + 2cx + c^2 - y^2]$$
$$c^4 = (x - c)^2 (3x^2 + 2cx + c^2) + 2x(x + 2c)\,y^2 - y^4$$
$$3x^4 - 4cx^3 + 2x(x + 2c)\,y^2 - y^4 = 0$$

die Gleichung des gesuchten geometrischen Ortes. Sie ist vierten Grades, stellt also eine Curve vierten Grades dar, ist aber für y^2 quadratisch, so dass

$$y^2 = x\,(x + 2c \pm 2\sqrt{x^2 + c^2})$$

ist.

(Fig. 4.)



Den Verlauf der Curve veranschaulicht die nebenstehende Figur. (Fig. 4.)

4) Fünftheilung.

Für $n = 5$ wird $u = \frac{c \sin \frac{1}{5}\alpha}{\sin \frac{4}{5}\alpha}$ und $\sqrt{u^2 + c(2x - c)} = \frac{c \sin \alpha}{\sin \frac{4}{5}\alpha}$, also $\frac{\sqrt{u^2 + c(2x - c)}}{u} = \frac{\sin \alpha}{\sin \frac{1}{5}\alpha}$. Es ist aber $\sin \frac{4}{5}\alpha = 4 \sin \frac{1}{5}\alpha \cos \frac{1}{5}\alpha$ $(2 \cos \frac{1}{5}\alpha^2 - 1)$ und $\sin \alpha = \sin \frac{1}{5}\alpha\, (8 \cos \frac{1}{5}\alpha^4 - 2 \cos \frac{1}{5}\alpha^2 - 1)$, folglich $u = \frac{c}{4 \cos \frac{1}{5}\alpha\, (2 \cos \frac{1}{5}\alpha^2 - 1)}$ oder $\frac{c}{4u} = (2 \cos \frac{1}{5}\alpha^2 - 1) \cos \frac{1}{5}\alpha$ und

$$\frac{\sqrt{u^2 + c(2x - c)}}{u} = 8 \cos \tfrac{1}{5}\alpha^4 - 2 \cos \tfrac{1}{5}\alpha^2 - 1.$$

Setze ich abkürzend $1 + \frac{\sqrt{u^2 + c(2x - c)}}{u} = v$, also $uv = u + \sqrt{u^2 + c(2x - c)}$, so wird $8 \cos \frac{1}{5}\alpha^4 - 2 \cos \frac{1}{5}\alpha^2 = v$ und $\cos \frac{1}{5}\alpha^2 = \frac{1}{8}(1 \pm \sqrt{1 + 8v})$ und $\cos \frac{1}{5}\alpha = \pm \frac{1}{4}\sqrt{2(1 \pm \sqrt{1 + 8v})}$.
Demnach $\frac{4c}{u} = \pm(-3 \pm \sqrt{1 + 8v})\sqrt{2(1 \pm \sqrt{1 + 8v})}$ und

$$\frac{4c^2}{u^2} = (5 \mp 3\sqrt{1 + 8v} + 4v)(1 \pm \sqrt{1 + 8v})$$
$$= 2 - 20v \pm 2(1 + 2v)\sqrt{1 + 8v};$$
$$\frac{2c^2}{u^2} = 1 - 10v \pm (1 + 2v)\sqrt{1 + 8v};\ \frac{2c^2}{u^2} + 10v - 1$$
$$= \pm (1 + 2v)\sqrt{1 + 8v} \text{ und}$$
$$(1 + 2v)^2 (1 + 8v) = \frac{4c^4}{u^4} + \frac{4c^2(10v - 1)}{u^2} + (10v - 1)^2 \text{ oder}$$
$$u^4(1 + 8v)(1 + 2v)^2 = 4c^4 + 4c^2u^2(10v - 1) + u^4(10v - 1)^2;$$
$$12u^4v + 36u^4v^2 + 32u^4v^3$$
$$= 4c^4 + 40c^2u^2v - 4c^2u^2 + 100u^4v^2 - 20u^4v;$$
$$c^2(c^2 - u^2 + 10u^2v) = 8u^4v(v^2 - 2v + 1) = 8u^4v(v - 1)^2$$
$$= 8u^4v\frac{u^2 + c(2x - c)}{u^2} = 8u.uv\,[u^2 + c(2x - c)].$$

Wird jetzt v fortgeschafft, so entsteht

$$c^2[c^2 + 9u^2 + 10u\sqrt{u^2 + c(2x - c)}]$$
$$= 8u\,[u + c(2x - c)]\,[u + \sqrt{u^2 + c(2x - c)}];$$
$$c^4 + (17c - 16x)cu^2 - 8u^4 = 2u(4u^2 + 8cx - 9c^2)\sqrt{u^2 + c(2x - c)};$$
$$c^4 + (17c - 16x)\,c\,(x^2 + y^2 + c^2 - 2cx) - 8(x^2 + y^2 + c^2 - 2cx)^2$$
$$= 2(4x^2 + 4y^2 - 5c^2)\sqrt{(x^2 + y^2)(x^2 + y^2 + c^2 - 2cx)}.$$

Wird die Gleichung quadrirt und werden darauf die Glieder geordnet und reducirt, so entsteht

$$\frac{c^7}{x^2+y^2+c^2-2cx} = 128x^5 + 432cx^4 + 736c^2x^3 + 691c^3x^2$$
$$+ 162c^4x + 256x^3y^2 + 352cx^2y^2 - 288c^2xy^2 + 179c^3y^2$$
$$+ 128xy^4 - 80cy^4 - 99c^5$$

Endlich durch Fortschaffung des Nenners ergibt sich

$$128x^7 + 176cx^6 + 384x^5y^2 + 272cx^4y^2 - 349c^3x^4 + 384x^3y^4$$
$$- 484c^4x^3 + 16cx^2y^4 + 1798c^3x^2y^2 + 258c^5x^2 + 128xy^6$$
$$- 484c^4xy^2 + 360c^6x - 80cy^6 + 99c^3y^4 + 80c^5y^2 - 100c^7 = 0$$

oder

$$16(8x - 5c)y^6 + (384x^3 + 16cx^2 + 99c^3)y^4 + (384x^5 + 272cx^4$$
$$+ 1798c^3x^2 - 484c^4x + 80c^5)y^2 + 128x^7 + 176cx^6 - 349c^3x^4$$
$$- 484c^4x^3 + 258c^5x^2 + 360c^6x - 100c^7 = 0$$

als Gleichung des gesuchten geometrischen Ortes. Sie ist vom 7. Grade, stellt also eine Curve 7. Grades dar, ist aber für y^2 cubisch.

Herr v. Wasserschleben gibt

$$(16x^2 - c^2)y^6 - (16x^2 + 32cx - 13c^2)x^2y^4 - 16(x^2 - 4cx$$
$$+ 2c^2)x^4y^2 + (16x^4 + 15c^2x^2 - 32c^4)x^4 = 0$$

d. i. eine Gleichung 8. Grades, ebenfalls für y^2 cubisch.

Kleinere Mittheilungen.

Berechnung der Zahl π.

Vom Realschul-Oberlehrer WEINMEISTER in Leipzig.

Die meisten Lehrbücher der Geometrie begnügen sich damit, dem Schüler nur Andeutungen über die Art und Weise zu geben, auf welche π berechnet werden könne. Sie geben in der Regel das Resultat in einer Anmerkung, berufen sich dabei auf Autoritäten und vertrösten den Leser auf die Hilfsmittel der höheren Analysis. Dieses sicherlich sehr unmathematische Verfahren kann bei der Wichtigkeit der Sache kaum damit entschuldigt werden, dass die elementare Lösung des Problems mit zu viel Schwierigkeiten verbunden sei. Unter siebzehn mir gerade vorliegenden Lehrbüchern bringen nur zwei eine ausführliche Berechnung, nämlich die Planimetrie von Schumann und die von Kunze. Folgen wir dem Vorgang der ersteren, so bietet dieselbe auf den Seiten 113—115 allerdings ein Ziffernheer dar, welches gerade nicht geeignet erscheint, zum Nachrechnen einzuladen. Diesem Uebelstand wird indessen wesentlich dadurch abgeholfen, dass wir statt der Vielecks-Umfänge deren reciproke Werthe einführen. (Schlömilch, Geometrie des Maasses, Anhang zu Cap. VII. Baltzer, Elemente der Mathematik, IV. Buch §. 13, 3.) Bezeichnen wir nämlich den Umfang des regelmässigen einbeschriebenen n-Eckes mit E_n, den des umbeschriebenen mit U_n, so gelten die Formeln:

$$U_{2n} = \frac{2 E_n U_n}{E_n + U_n} \text{ (harmonisches Mittel)}$$

$$E_{2n} = \sqrt{U_{2n} \cdot E_n} \text{ (geometrisches Mittel).}$$

Schumann §. 173.

Wir verwandeln jetzt beide Mittel, das harmonische und das geometrische, in das einfachere arithmetische und zwar das erstere durch Division in die Einheit und das letztere durch Logarithmisirung. So entstehen die Formeln:

$$\text{I, } \frac{1}{U_{2n}} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{U_n} + \frac{1}{E_n}\right) \quad \text{II, } \log\frac{1}{E_{2n}} = \frac{1}{2}\left(\log\frac{1}{E_n} + \log\frac{1}{U_{2n}}\right).$$

Setzen wir nun den Durchmesser der Einheit gleich, so ist

$$\frac{1}{U_6} = \frac{\sqrt{3}}{6} \quad \frac{1}{E_6} = \frac{1}{3},$$

und wir erhalten alsdann folgende Tafel:

n	$\left.\begin{matrix}\frac{1}{U_n}\\ \frac{1}{E_n}\end{matrix}\right\}$ nach Formel I.	$\left.\begin{matrix}\log\frac{1}{U_n}\\ \log\frac{1}{E_n}\end{matrix}\right\}$ nach Formel II.
6	0,288 675 0,333 333	 9,52 288
12	311 004 321 975	49 277 50 782.*)
24	316 489. 319 221	036 409
48	317 855 318 536	223 316
96	195. 365	269 292.
192	280 323	281 287
384	301. 312	284 285.
768	307	285

Die Ausrechnung dieser Tafel ist eine sehr einfache. Es wird bei derselben kaum nöthig sein, erst die ganze Summe der zu addirenden Zahlen zu bilden und dieselbe dann erst durch 2 zu dividiren; denn ein nur einigermassen gewandter Rechner wird sofort durch 2 dividiren können, indem er dabei stets die folgende Ziffern-Columne mit in Betracht zieht; sollte dies doch nicht gut ausführbar erscheinen, so kann auch von rechts nach links gerechnet, addirt, und gleichzeitig mit 5 multiplicirt werden, was die Division durch 2 vertritt. Die meiste Arbeit macht das Aufschlagen der Logarithmen, doch wird dasselbe wesentlich dadurch erleichtert, dass die Logarithmen sich fast sämmtlich auf ein und derselben Seite der Logarithmentafel, ja zum grösseren Theil sogar nur in einer einzigen Zeile befinden. Die Genauigkeit, welche erreicht wird, wird wesent-

*) Der Punkt bedeutet, dass die folgende Decimale eine der Ziffern 5 bis 9 sei.

lich durch das stetige Dividiren durch 2 hergestellt. Haben wir das Resultat

$$\frac{1}{\pi} = 0{,}31831$$

erhalten, so wird π selbst durch Division — nicht etwa auf logarithmischem Weg — gefunden, nämlich

$$\pi = 3{,}141591 \ldots$$

Zu den Kleinigkeiten aus der Schulstube.

1. Ist der Kreis eine Fläche oder eine Curve?

Von Dr. Wiczorkewicz in Landsberg a./W.

Die Erklärung des Kreises als einer Fläche, rings begrenzt von einer krummen Linie u. s. w., findet man noch so häufig, dass es nicht überflüssig erscheint, die Gründe dagegen, welche Koppe auf Seite 2 seiner Planimetrie anführt, an dieser Stelle zu wiederholen, Für die Erklärung des Kreises als krummer Linie spricht:

1) der gewöhnliche Sprachgebrauch des gemeinen Lebens;
2) der wissenschaftliche Sprachgebrauch — zwei Kreise schneiden sich oder berühren sich von innen, was offenbar nur auf die Kreislinien, nicht auf die Flächen bezogen werden kann —;
3) die grössere Bequemlichkeit und Kürze, da man es in der Geometrie unvergleichlich öfter mit der Kreislinie als mit der Kreisfläche zu thun hat;
4) die Analogie; unter den Benennungen Ellipse, Parabel, Lemniscate, Cykloide u. s. w. versteht niemand Flächen, sondern Linien.

Ich füge hinzu, dass ebensowenig alle übrigen Figuren der Geometrie, alle Polygone, selbst das Dreieck und den einfachen Winkel nicht ausgeschlossen, als Flächen aufzufassen sind. Die wissenschaftliche Sprache kann die Erklärung als Fläche nicht gutheissen, da dieselbe nicht für alle Fälle passt. Sobald aber der Umfang des Polygons sich selbst schneidet, was ja schon beim Viereck möglich ist, kann man von einer Fläche nicht mehr reden. Schon Spinoza hebt richtig hervor, dass man bei einer Definition die Entstehung der Figur nicht ausser Acht lassen dürfe.

Hieraus folgt zugleich, dass die Neuerung, für die Mittellinie den Namen Schwerlinie in die Geometrie einzuführen, nicht als Verbesserung angesehen werden kann. In den wenigen Fällen aber, bei denen es sich um die Fläche handelt, hat man eben Dreiecks-

fläche, Viereckfläche, Kreisfläche, Winkelfläche zu sagen. Kreislinie ist eigentlich gar kein sprachlich richtiges Wort, ebensowenig wie Dreieckslinie u. s. w; dasselbe ist erst von den Mathematikern, welche den Kreis ausschliesslich als Fläche auffassten, erfunden worden.

2. Zur mathematischen Nomenclatur und Orthographie.

Von demselben.

Da der Kreis eine Curve ist, so ist das lange Wort „Peripherie," das so oft von den Schülern falsch geschrieben wird, überflüssig. Hört man einerseits den Peripheriewinkel, dann darf man sicher den Centriewinkel erwarten, anderseits bekommt man oft genug einen Pferipheri-, Periferi- oder gar Pheripheri-Winkel zu sehen. Ich schlage vor, die fremden Namen zu verbannen, sobald sie durch gute deutsche ersetzt werden können. Es ist 10 gegen 1 zu wetten, dass die halbe Classe von den meisten fremden Namen im ersten Jahre verkehrte Vorstellungen hat. Man sage für Analysis: Auflösung, wie beim Ansatz einer Gleichung; das Wort Analysis hat ja so schon in der höhern Mathematik einen weiten Umfang; für Construction: „Zeichnung!" Wie oft habe ich das leidige *ck* anstreichen müssen! Daran knüpft sich zugleich der Vortheil, dass in der Zeichnung eben nur gezeichnet, und die „Auflösung," als das wichtigste, nicht, wie so oft und gern geschieht, ausser Acht gelassen wird; für Determination setze man den weitern, bessern Begriff: Erörterung; für Peripherie- und Centriwinkel: Kreis- und Mittelpunktswinkel, ein Vorschlag, der nicht neu ist. Den Seminaren und all den Schulen, welche lediglich fürs praktische Leben vorbereiten, ist mit den verständlicheren deutschen Namen sicher mehr gedient; leidet die Wissenschaft etwa dadurch Abbruch? Ist es ferner immer noch nicht möglich, den Gegenwinkel oder correspondirenden Winkel, den entgegengesetzten oder Ergänzungswinkel durch kurze Namen zu ersetzen?

Weiss keiner Rettung gegen „Hypothenuse," das ich selbst in Prima noch unterstreichen muss? Ich meinerseits würde auch die Katheten dran geben. Hypothesis und Thesis spuken ab und zu immer noch. Da hörte ich einst einen gestrengen Mathematicus, als ein Knabe unter Zittern den Beweis eines Satzes fehlerfrei hergesagt hatte, ausrufen: „nun? was fehlt noch?" Der arme Junge weiss es nicht: „na: Quod erat demonstrandum!" Und der Lehrer, der auf diesen Schluss hielt, ist ein sehr geachteter Pädagoge. Mit gewissem Stolz wurde dieser Schluss von den Knaben niedergeschrieben, schön und deutlich, und nur mit Mühe konnte ihnen wenigstens das beigebracht werden, dass mit „wzb." dasselbe erreicht werde. Die langen Wörter: Parallelogramm, Parallelepipedon scheinen unvermeidlich; beim ersten könnte das „gramm" leicht

gemisst werden, und Parallelkörper, sollte ich meinen, ist nicht minder deutlich. Wir sprechen von der graden Pyramide, vom graden Kegel, warum nicht vom graden Trapez, vom graden Dreieck? Ein Dreieck ist auch gleichschenklig oder grade, wenn zwei Winkel gleich sind. Kurze Namen, selbst wenn sie trivial und beziehungslos wären, sind die besten, besser als langathmige umschreibende. „Gleichseitiges" Dreieck ist zwar ein einfacher Ausdruck, aber besser ist die Benennung regulär oder regelmässig, denn einmal ist ein Dreieck, in welchem die Winkel gleich sind, ebenfalls gleichseitig, sodann wiederholt sich die Benennung „regelmässig" bei den übrigen Ecken, während schon beim Viereck gleichseitig und regelmässig sich nicht mehr decken.

3. Vom Rechteck und Rhombus.

Von demselben.

Der Herausgeber dieser Zeitschrift hat in einem Aufsatze des Jahrgangs 1874*) vorgeschlagen, die Aehnlichkeitssätze wegen des leichtern Verständnisses zuvor am Quadrat u. s. w. zu erläutern und dann erst zum Dreieck überzugehen; er hat daselbst seinen Vorschlag auch durchgeführt. Ein Gleiches empfiehlt sich für die Congruenzsätze, deren Reihenfolge mit der der Aehnlichkeitssätze in Uebereinstimmung gebracht werden muss. Etwa so: I. Zwei Winkel und eine Seite; II. ein Winkel und die einschliessenden Seiten; III. ein Winkel und zwei nicht einschliessende Seiten; IV. alle drei Seiten. Zugleich möchte ich daran die Bemerkung knüpfen, dass es mir zutreffender zu sein scheint, das Rechteck und den Rhombus dem Parallelogramm zu subordiniren, und nicht dem allgemeinen Viereck, und zwar aus dem Grunde, weil bei den Umkehrungen der Sätze über das Rechteck und den Rhombus auf das Parallelogramm zurückgegriffen werden muss. Nämlich:

Im Rechteck sind die Diagonalen gleich.	Im Rhombus sind die Höhen gleich.
Wenn in einem Parallelogramm die Diagonalen gleich sind, so ist es ein Rechteck.	Wenn in einem Parallelogramm die Höhen gleich sind, so ist es ein Rhombus.

Hat man nun die Erklärung aufgestellt: Das Rechteck ist ein Viereck, in welchem alle Winkel gleich sind, so ist der Schüler sehr leicht geneigt, den Umkehrsatz so auszusprechen: „Wenn in einem Viereck die Diagonalen gleich sind, so ist es ein Rechteck." Er macht diese falsche Umkehr bei obiger Erklärung noch nach langer Zeit, trotzdem das Richtige ihm wiederholt vorgeführt worden

*) S. V, 347 ff. und 417 ff. D. Red.

ist, und er es gelernt hat; lässt man ihn unpräparirt bei vorhergehender Durchnahme dieser Sätze in der Classe die Umkehr selbst bilden, dann wird er allemal den Fehler machen; und er wird nicht eher glauben, im Irrthum gewesen zu sein, bis man ihn aufs grade Trapez hinweist.

Der Name Rhomboïd für das allgemeine Parallelogramm ist völlig überflüssig; ebenso das Wort Trapezoïd. Seitdem das Wort Transversale einen weitern Umfang erhalten hat, wird die Seitenhalbirende am zweckmässigsten Mittellinie genannt. Davon verschieden ist die parallele Mittellinie beim Dreieck und Trapez, und die senkrechte Mittellinie beim graden Trapez. Den „umschriebenen" wie den „umgeschriebenen" und „einbeschriebenen" Kreis schaffe ich aus der Welt dadurch, dass ich die so einfachen, wie deutlichen Namen Umkreis, Inkreis und Ankreis einführe.

Zum Schluss eine Anfrage:

Weiss jemand eine Erklärung für den Sprachgebrauch: „der Winkel α weniger **dem** Winkel β"? Sanders führt diese Spracheigenthümlichkeit nicht an, und das Grimm'sche Wörterbuch ist noch nicht bis *W* vorgeschritten; ein älterer College hat mir die Richtigkeit dieses Sprachgebrauchs bestritten.

Der Versuch über das Reflexionsgesetz des Lichts.

Vom Oberlehrer Julius Bode in Mühlheim am Rhein.

Das Gesetz der Reflexion des Lichts kann man mit dem von dem verstorbenen Professor J. Müller in Freiburg zu diesem Zwecke angegebenen Apparat sehr leicht auf folgende Weise darthun. Das Gestell einer gewöhnlichen Schultafel placire man so in die Sonne, dass seine Schenkel ihren Strahlen einigermassen parallel stehen, was sofort gelingt, wenn man längs den Schenkeln nach der Sonne sieht. Alsdann trete man zwischen die Schenkel, lege den Apparat auf ihr oberes Verbindungsstück, wie auf eine schiefe Ebene, gegen zwei zur Verhinderung des Herabgleitens in dasselbe eingeschlagene Stifte, und richte den Zeiger auf Null. Nunmehr fasse man mit den Händen beide Schenkel und justire erst durch Auf- und Abwärtsbewegen, sodann durch seitliches Verschieben derselben die Lage des Apparates zur Sonne. — Diese Vorbereitung des Experimentes erfordert so wenig Zeit, dass sie während der Schulstunde vorgenommen werden kann, ist ferner so leicht ausführbar, dass Schüler mit ihr betraut werden können, und das Gesetz der Reflexion endlich wird weithin vielen Schülern gleichzeitig genau erkennbar, besonders

wenn nach der Justirung auf den Apparat noch ein Schirm aufgesetzt wird. Alle Mängel, welche mit dem freihändigen Gebrauch des Instrumentes, der Anwendung eines Heliostates oder einer künstlichen Lichtquelle verbunden sind, werden so vermieden.

Chemische Notiz über das Magnesium.

Von Dr. Hornstein in Cassel.

Dass Magnesium in verschiedenen sauerstoffhaltigen Gasen brennt, z. B. in Stickstoffoxydul, Stickstoffoxyd, in Kohlensäureanhydrid, ist eine bekannte Thatsache, die namentlich bei dem letztgenannten Gase besonderes Interesse gewährt. Denn da Magnesium auch auf elektrolytischem Wege dargestellt wird, so ist mit dieser Verbrennung die Möglichkeit geboten, reinen Kohlenstoff ohne jegliche directe oder indirecte Benutzung organischer Materialien darzustellen. — Es schien mir von Interesse, die Frage zu beantworten, ob sich das Anhydrid der schwefligen Säure dem der Kohlensäure analog verhalte. Notizen hierüber fand ich nicht. Der Versuch hat mir die Frage bejaht, und da ich glaube, dass die Thatsache jedenfalls nicht allgemein bekannt sein wird, so gebe ich hier diese kleine Mittheilung. — Magnesium brennt in SO^2 mit ähnlichem Spritzen wie in CO^2, natürlich auch wieder mit gleichglänzendem Lichte. Ich habe die Verbrennung in einem hohen Glascylinder vorgenommen und bemerkte an der Wandung einen schwachen gelben Beschlag (von S?). Um entstandenes MgO aufzulösen, damit die Beschaffenheit des Beschlags erkannt werden könnte, gab ich Salzsäure hinzu und bemerkte alsbald Geruch nach H^2S und eine starke Ausscheidung von Schwefel, letztere jedenfalls verursacht durch Einwirkung des entstandenen HS auf restirende Mengen SO^2. Die Bildung des H^2S beweist Vorhandensein von Schwefelmagnesium, so dass der Vorgang bei der Verbrennung wenigstens z. Th. sich wohl durch die Gleichung

$$3Mg^2 + 2SO^2 = 4MgO + 2MgS$$

ausdrücken lässt. Inwieweit noch andere Umsetzungen wie z. B. $2Mg^2 + 2SO^2 = 4MgO + S^2$ etc. vielleicht statthaben, darüber lässt sich nach den bisherigen Beobachtungen mit Sicherheit nichts bestimmen. — Das Spritzen dürfte jedenfalls durch einen sich bildenden Ueberzug das eine Mal von geschmolzenem $MgCO^3$, das andere Mal von MgS veranlasst werden.

Sprech- und Discussions-Saal.

Nochmals der Begriff des Verhältnisses.

(Vgl. VI 170—171. 273—278. 462—465.)

Von Dr. Schwarz in Gumbinnen.

Die Discussion des Verhältnissbegriffes hat wieder einmal die in den Elementen der Mathematik herrschende Sprachverwirrung klar gelegt: im Nachstehenden will ich in aller Kürze die wissenschaftlich richtige Definition zu geben versuchen und einige Bemerkungen in Betreff der abweichenden Meinungen, welche zum Vorschein gekommen sind, anknüpfen.

Verhältniss ist eine Division, durch die festgestellt wird, welches Vielfache des Divisors der Dividendus ist: der sich ergebende Multiplicator heisst Quotient. Inwieweit die Auffindung des Quotienten ein Messen im eigentlichen Sinne des Wortes ist, erhellt von selbst; ebenso ist einleuchtend, warum Divisor und Dividendus gleichartige Grössen sein müssen. Die Einführung neuer Benennungen kann entbehrt werden: doch ist es ziemlich allgemein Vorderglied für Dividendus und Hinterglied für Divisor zu gebrauchen; dagegen wollen neuerdings viele — und wie mir scheint aus guten Gründen — nicht „Exponent“ für „Quotient“ zulassen.

Was die Bezeichnung anbetrifft, so wenden einige den Bruchstrich auch für das Verhältniss an; angemessener ist es jedenfalls sich des Doppelpunktes zu bedienen, da der Bruchstrich vorzugsweise zur Bezeichnung solcher Divisionsaufgaben dient, welche eine Theilung fordern.

Nach der gegebenen Erklärung ist der Quotient diejenige Zahl, mit welcher der Divisor multiplicirt den Dividendus hervorbringt, und mithin jedenfalls eine selbständige Zahl. Im Gegensatze hierzu versteht Herr Reidt unter Quotienten lediglich die Formel, welche die Aufgabe der Division hinstellt, und will den Werth des Quotienten streng hiervon gesondert wissen. Die Zahl 4 ist ihm nur der Werth, welchen der Quotient 12 : 3 hat, aber „weder das Verhältniss, noch überhaupt ein Quotient.“ Indessen ebensowenig, wie der Werth einer Zahl und die Zahl selbst von einander zu unterscheiden sein dürften, wird ein merklicher Unterschied zwischen dem Werthe eines Quotienten und dem Quotienten selbst sich angeben lassen. Sehr richtig sagt Herr Reidt: „Es gehört eben zu dem Begriffe des Quotienten unbedingt die Bezugnahme auf die Entstehung durch Division, die in dem blossen Resultate nicht mehr enthalten ist.“ Nun, ein Divisionsresultat ohne die zugehörige Divisionsaufgabe ist nicht zu

denken, und in allen Fällen die Beziehung zwischen beiden unmittelbar gegeben, entweder durch ihre Gleichsetzung (z. B. $12 : 3 = 4$) oder sonst durch die arithmetische Bezeichnung. Die Divisionsformel muss im letzten Falle bald als Quotient, d. h. als Resultat der Division, bald als Ausdruck der Divisionsaufgabe gedeutet werden — mit dem einen oder dem andern allein ist nicht auszukommen. Man betrachte z. B. den bekannten Satz:

> Die Multiplication eines Quotienten mit einer Zahl — wie schleppend wäre es zu sagen: Die Multiplication des Werthes eines Quotienten mit einer Zahl — kann ausgeführt werden, indem man den Dividendus mit der Zahl multiplicirt und das Product durch den Divisor dividirt — in Zeichen

$$a \cdot (b : c) = ab : c.$$

Auf der linken Seite dieser Gleichung bedeutet $b : c$ ganz entschieden diejenige Zahl, welche durch Ausführung der Division von b durch c hervorgeht. Um dagegen die rechts befindliche Umformung, um welche es zu thun ist, zu erhalten, muss man eben dieselbe Formel sofort auch als Divisionsaufgabe auffassen, da sonst vom Dividendus und Divisor nicht die Rede sein könnte. Auch im Beweise ist es schlechthin nicht zu umgehen, sowohl auf die eine, wie auf die andere Bedeutung der Formel zurückzukommen. In der That gibt ja auch Herr Reidt selbst zu, dass man bei Buchstabenausdrücken oft genöthigt ist, in Ermangelung der Möglichkeit einer Ausführung der Operation, das, was er Quotient nennt, d. h. die zum Ausdrucke der Division verwandte Formel, für das Resultat zu setzen — in der Praxis steht er also mit mir auf demselben Boden und in seiner vorzüglichen Aufgabensammlung für Trigonometrie und Stereometrie gebraucht er durchaus nur die Ausdrücke „Summe, Differenz,“ wo er nach Analogie seiner Erklärung des Quotienten „Werth der Summe, Werth der Differenz“ schreiben müsste.

Was die Baltzer'schen Erklärungen anbetrifft:

> „Entweder ist der Divisor unbenannt und der Quotient der sovielte Theil des Dividendus als der Divisor angibt, oder der Divisor ist mit dem Dividendus gleichbenannt und der Quotient das Verhältniss des Dividendus zum Divisor“ —

so ist der Quotient im ersten Theile derselben als für sich bestehende Zahl (Grösse der gleichen Theile, in welche der Dividendus zerfällt), im zweiten Theile dagegen als identisch mit der Divisionsformel unter näherer Angabe des Sinnes dieser Division bezeichnet — die Principlosigkeit, die hierin liegt, bedarf keiner weiteren Auseinandersetzung und besteht eben neben dem hervorragenden Verdienste des Baltzer'schen Werkes.

Angeführt zu werden verdient auch, dass F. Joachimsthal, eine gewiss ebenso bedeutende Autorität wie Baltzer, in seinem sehr

beachtenswerthen cours de géométrie élémentaire in lichtvollster Weise die Existenz der Zahl α, welche der Gleichung $A = \alpha B$, wo A und B irgend welche begrenzte Gerade bezeichnen, für alle Fälle darthut und dann wörtlich fortfährt:

> „Le nombre abstrait α qui indique combien de fois B est contenu en A, est nommé le rapport de ces deux quantités. Il n'est autre chose que le quotient $\frac{A}{B}$, et nous nous servirons indifféremment des deux expressions quotient et rapport."

Hier wird also auch in einem und demselben Satze die abstracte Zahl α als Quotient in dem von mir und anderen angenommenen Sinne und zugleich als Verhältniss angesehen.

Herr Bardey hält das Verhältniss für einen schwer definirbaren, ziemlich unklaren und vielfach gemissbrauchten Begriff; etymologisch drücke es ein „Sich- verhalten," also wie Finsterniss und Besorgniss, einen Zustand aus. Die von Verben herkommenden Substantive auf „niss" drücken nun freilich keinen Zustand aus, sondern bezeichnen die Handlung als eine selbständige oder zum Abschluss gebrachte: ich erinnere an „Hinderniss, Ereigniss, Ersparniss, Zeugniss, Erzeugniss, Vorkommniss, Schreckniss, auch Vorkenntnisse." Das „Sichverhalten," welches substantivisch in dem Worte „Verhältniss" zum Vorschein kommt, ist also kein Zustand, sondern wird eher als synonym zu „Sichbeziehen" anzunehmen sein. Meistentheils ist diese Beziehung qualitativer Natur: doch fehlt es nicht an Beispielen, wo dieselbe ins quantitative Gebiet hineingehört. Zum Belege führe ich Ausdrücke an, wie „verhältnissmässig mehr oder weniger," „quadratisches Verhältniss," „cubisches Verhältniss." Also nichts steht dem entgegen, dass dem Sprachgebrauche die bestimmte Richtung gegeben werde, welche der mathematische Begriff des Verhältnisses fordert. Während bisher hauptsächlich nur diejenige Wendung, welche die Gleichheit zweier Verhältnisse ausspricht, sich eingebürgert hat — $A : B = C : D$ d. h. A verhält sich zu B wie C zu D oder das Verhältniss von A zu B ist gleich dem Verhältnisse von $C : D$ — handelt es sich besonders darum, unsere Schüler an Ausdrücke zu gewöhnen, welche das Verhältniss zweier Grössen als etwas für sich Bestehendes erkennen lassen oder den quantitativen Charakter desselben schärfer heraussetzen, wie z. B. „das Verhältniss von 8 zu 4 ist gleich 2 ($8 : 4 = 2$) oder das Verhältniss von 8 zu 4 ist kleiner als das Verhältniss von $9 : 3$ ($8 : 4 < 9 : 3$).

Nach der Meinung des Herrn **Bardey** soll es keineswegs in dem Begriffe des Verhältnisses liegen, welches Glied als Dividendus, welches als Divisor zu gelten hat, und für die Behandlung des Verhältnisses das auch gleichgültig sein, nicht aber für den Quotienten. Letzteres kommt doch wohl auf die Stellung hinaus, welche Divisor und Dividendus in Bezug auf das Divisionszeichen einnehmen. Sowie

hierin die Praxis zum Theil früher eine andere war und noch ist, als die gegenwärtig in der Wissenschaft herrschende, so hat auch die entsprechende Praxis bei dem Gebrauche von Proportionen gewechselt. Sonst wurde der bei den Verhältnissen gemeinsame Exponent durch Division von Vorderglied in Hinterglied, jetzt durch Division von Vorderglied durch Hinterglied bestimmt. Der eine wie der andere Modus berührt das Wesen der Sache nicht, welches darin besteht, dass jede Proportion auf die Gleichheit zweier Quotienten sich zurückführt, dass also das Verhältnisszeichen einerlei mit dem Divisionszeichen ist.

Herr Müller erklärt gleichfalls aus etymologischen Gründen, „das Verhältniss als ein solches Verbundensein von zweien Dingen, dass das eine seinen Halt an dem anderen hat.“ „Demnach stehen auch zwei Grössen A und B im Verhältniss, wenn die eine A bestimmt ist oder überhaupt ist, was sie ist, durch die andere B und aufhört zu sein, was sie ist, sobald die andere B aufhört zu sein, was sie ist, also die andere B sich ändert.“ — „Das quantitative Verhältniss, in welchem zwei gleichnamige Grössen A und B stehen, heisst geometrisch, wenn die eine, etwa A, als ein Vielfaches von B selbst oder von einem angebbaren Theile von B betrachtet wird.“

Der Schlusssatz dieser Erörterung, auf welchen es hier wesentlich ankommt, kann bis auf einen das irrationale Verhältniss betreffenden Einwand vollständig acceptirt werden: aber das Verhältniss desselben zu den Vordersätzen ist rein äusserlich. Letztere charakterisiren das, was Hegel Functionenverhältniss genannt hat, d. h. das Verhältniss des Werthes einer Function zu ihrer unabhängig Variablen. Im Grunde ist dies ein Verhältniss zwischen ungleichartigen Grössen: denn wenn auch beide Grössen, nämlich $y = f(x)$ und x abstracte Zahlen sind, so ist ihre Ungleichartigkeit doch dadurch gegeben, dass die eine in Abhängigkeit von der andern, diese andere aber unabhängig variirt. Deutlicher tritt eben dasselbe in den Anwendungen heraus, in denen meistens verschiedene Grössenarten, wie z. B. Kraft und Geschwindigkeit hervortreten, von denen die eine als eine Function der anderen sich darstellt.

Aehnliches gilt freilich auch von den Verhältnissen zwischen Waare und Preis, Capital und Zinsen, welche in den Anwendungen der Proportionslehre so wesentlich hervortreten, aber ganz gewiss nicht unmittelbar von dem geometrischen Verhältnisse zweier gleichartiger Grössen, wie solches Herr Müller definirt. Wenn ich die Zahlen 8 und 4 in ein Verhältniss zu einander setze und als Quotienten desselben die Zahl 2 erkenne, so ist nicht einzusehen, inwiefern von den beiden Zahlen 8 und 4 die eine an der anderen einen Halt hat, wie das Bestehen und die Aenderung beider Grössen mit einander verknüpft seien. Diese Verknüpfung wird allerdings sichtbar, wenn ich die Zahlen 8 und 4 als Specialwerthe der Formeln $2x$

und x auffasse — aber ich zweifele, ob eine solche Betrachtungsweise in die ersten Elemente gehört.

Auffallend ist es mir auch gewesen, dass Herr Müller nur ein Dividiren zulässt, welches eine Theilung des Dividendus fordert — etymologisch mit vollstem Rechte, denn dividiren heisst „theilen“ und hat nichts mit „Enthaltensein“ oder „Messen“ zu thun. Indessen pflegt man mit jenem Fremdworte nahezu allgemein beide Umkehrungen der Multiplication zu bezeichnen und ich halte es nicht für angezeigt an einer Einigung, die wenigstens in diesem Punkte fertig zu sein scheint, ohne Noth zu rütteln.

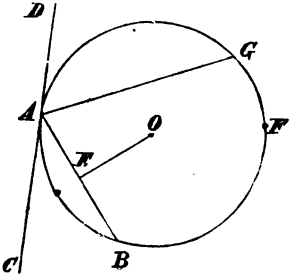
Antwort an Hrn. Bodynski VI. 381.

Von Dir. Kober.

Der fragliche Satz lässt sich einfacher beweisen. (S. Fig.!)

Man zeigt zunächst auf die gewöhnliche Weise, dass der Berührungswinkel CAB gleich dem halben Bogen AB. Daraus folgt, dass der stumpfe Berührungswinkel $BAD = 180^0 - CAB = \frac{1}{2}(360^0 - \widehat{AB}) = \frac{1}{2} AFB$.

Nun weiss ich wohl, dass manche Collegen Anstoss nehmen an dem Ausdrucke, dass der Centriwinkel gleich dem Bogen sei (d. h. Winkel und Bogen zählen gleich viel Grade); derselbe empfiehlt sich aber durch seine Kürze und kann kein Missverständniss verursachen. Und wer sich nicht scheut, gleichmässig von $\sin\frac{\pi}{6}$ und $\sin 30^0$ zu sprechen, dürfte wohl auch den genannten Ausdruck nicht für unstatthaft halten. Sagt man dagegen „der Winkel hat den Bogen zum Maass,“ so möchte das Wort „Maass“ ins Capitel der Incorrectheiten gehören.



Dies vorausgesetzt, ist mein Beweis folgender:

Seien AB und AG irgend zwei Sehnen, so ist $\angle BAG = 180^0 - CAB - DAG = \frac{1}{2}(360^0 - \widehat{AB} - \widehat{AG}) = \frac{1}{2} BFG$. Von verschiedenen Fällen kann gar keine Rede sein.

Uebrigens sei bemerkt, dass ich deswegen die gewöhnliche Entwicklungsart keineswegs verschmähe: wer die Lehrsätze und Aufgaben nur auf eine einzige Art entwickeln lässt, verzichtet auf einen sehr beträchtlichen Theil der Bildungskraft der Mathematik.

Zu den Abkürzungen der Benennungen im neuen Mass-System.

Von G. Schubring in Erfurt.

In VI, 385—386 gibt Herr Dr. Kuckuk [jetzt Kallius] in Berlin eine Zusammenstellung der Abkürzungen für die metrischen Masse und Gewichte, wie sie die Normal-Eichungscommission zu Berlin vorgeschlagen hat. Diese Abkürzungen sind leider erst ziemlich spät bekannt gemacht worden, nämlich mehr als 2 Jahre nach der obligatorischen Einführung des metrischen Systems. Vorher hatte der Verband deutscher Architekten und Ingenieure ein anderes Abkürzungsschema veröffentlicht, nämlich das folgende:

Längenmasse:

^{M} = Meile; ^{Km} = Kilometer; ^{Dm} = Dekameter; ^{m} = Meter; ^{dm} = Dezimeter; ^{zm} = Zentimeter; ^{mm} = Millimeter.

Flächenmasse:

$\square^{M}$ = Quadratmeile; ^{HA} = Hektar; ^{A} = Ar; $\square^{m}$ = Quadratmeter etc.

Körpermasse:

kb^{m} = Kubikmeter etc.; ^{Hl} = Hektoliter; ^{S} = Scheffel; ^{l} = Liter.

Gewichte:

^{T} = Tonne (1000 ^{k}); ^{Z} = Zentner (50 ^{k}); ^{k} = Kilogramm; ^{Dg} = Dekagramm; ^{g} = Gramm; ^{dg} = Dezigramm.

Mechanische Arbeit:

^{mT} = Meter-Tonne; ^{mk} = Meter-Kilogramm; ^{zmk} = Zentimeter-Kilogramm etc.

Die grossen Buchstaben für die Vielfachen (*D* = Deka u. s. w.) haben sich auch schon siemlich eingebürgert und ich habe noch nie gesehen, dass Jemand die Abkürzungen der Normal-Eichungscommission (*dk* = Deka u. s. w.) angewendet hat. Ob die Buchstaben in die Zeile oder als Exponenten geschrieben werden, scheint mir gleichgültig, da eine Verwechslung mit Exponenten nicht vorkommen kann. Die Abkürzung *zm*, überhaupt Schreibweisen wie Zentimeter, Dezigramm statt Centimeter, Decigramm erscheinen mir unzweckmässig, weil dadurch der internationale Charakter des metrischen Systems gestört wird. Die Abkürzung für Meile ist überflüssig geworden, weil dieses Entfernungsmass abgeschafft ist. Das Zeichen □ für Quadrat halte ich auch für unzweckmässig, weil es sich sehr unbequem schreibt, — ein *q* oder

Q ist viel sehneller geschrieben und sieht jedenfalls besser aus. Uebrigens halte ich es für nothwendig, dass diese Abkürzungen auch in deutsch (Fractur) gedrucken Werken mit lateinischen Lettern (Antiqua oder *Cursiv* gedruckt werden).

„Zur Maturitätsprüfung."

Mit Rücksicht auf Heft 1. S. 42.

Vom Rector R. Rudel in Bamberg.

Ich hatte bis jetzt bei 6 Absolutorial- oder Maturitätsprüfungen, an den k. Gewerbschulen zu Erlangen, Augsburg und Bamberg zu examiniren. Fünf verschiedene Ministerialcommissäre (einer kam wiederholt) befolgten gleichmässig das folgende Verfahren: Jeder Schüler wurde in jedem Prüfungsfache für sich gefragt, ohne die andern Schüler hereinzuziehen, und zwar circa 10 bis 20 Minuten lang, je nach der Raschheit, mit der die Prüfungscommission sich ein sicheres Urtheil über Wissen oder Nichtwissen bilden konnte. Am raschesten waren demnach die ganz zuverlässigen und die ganz unbrauchbaren Schüler geprüft, am längsten die zweifelhaften. Jedes Prüfungsfach wurde durch die ganze Schülerreihe auf diese Weise durchexaminirt und dann das Resultat hiefür festgesetzt. Für die Gewerbschulen Bayerns ist dieses System jedenfalls als das herrschende, allgemein befolgte zu betrachten.

„Zur Ausziehung der Cubikwurzel."

(Vgl. ds. Jahrg. Hft. 1. S. 34—39.).

Von Prof. Dr. Temme in Warendorf (Westfalen).

Im 1. Heft des VII. Jahrgangs dieser Zeitschrift findet sich eine Abhandlung mit der Ueberschrift „Kürzeste Methode für Ausziehung der Cubikwurzel." Der Verfasser, meint, es möchte wohl die von ihm mitgetheilte Methode „die kürzeste von allen nur erdenkbaren" sein. Allein nach der alten Methode lässt sich, wie nachstehende Darstellung zeigt, die S. 38 im genannten Heft ausgeführte Rechnung bei grösserer Anschaulichkeit des Zusammenhangs zwischen dem Verfahren und der zu Grunde liegenden Formel, etwas Gewandtheit im Kopfrechnen vorausgesetzt, mit 78 Ziffern

erledigen, während die angeblich kürzeste aller nur denkbaren Methoden 104 Ziffern erfordert.

$\sqrt{33\|199\|964\|344} = 3214$	
$61\|99 : 27$	
$54 \quad = 3a^2b$	
$368 = 3ab^2 + b^3$	$9 = a^2$
$4319\|64 : 3072$	$124 = 2ab + b^2$
$3072 \quad = 3(a+b)^2c$	$1024 = (a+b)^2$
$961 = 3(a+b)c^2 + c^3$	$641 = 2(a+b)c + c^2$
$1238033\|44 : 309123$	$103041 = (a+b+c)^2$
$1236492 \quad = 3(a+b+c)^2d$	
$15408 \quad = 3(a+b+c)d^2$	
$64 = d^3$	

Literarische Berichte.

A) Werke über Mathematik.

HELMES, J. (Prof. am Gymnas. zu Celle, mehrerer naturwissenschaftlicher Vereine ord. u. corresp. Mitgl.), Die Elementar-Mathematik nach den Bedürfnissen des Unterrichts streng wissenschaftlich dargestellt. Zweite Auflage. 8. Hannover 1873, 1874. Hahn'sche Hofbuchhandlung.

Erster Theil, Die Arithmetik und Algebra, I. Abtheilung. Die vier Species und die Gleichungen des ersten Grades. XII u. 336 S. Preis ? II. Abtheilung. Die Entwicklung des Potenzbegriffes; die Gleichungen, deren Auflösung auf ihnen beruht; die Reihen; die Combinationslehre. VIII u. 288 S. Preis ?

Zweiter Theil. Die Planimetrie. I. Abtheilung. Die Congruenz und die Gleichheit der Figuren. VII u. 207 S. Preis?*)

Von der ersten Auflage dieses vortrefflichen Werkes wurde nur der vierte Band, die Stereometrie und sphärische Trigonometrie enthaltend, in dieser Zeitschrift (2. Jahrg. 1871, S. 220 ff.) besprochen, da die ersten drei Bände vor Gründung derselben erschienen waren. Obzwar nun dort die Principien angegeben und gewürdigt wurden, welche dem geehrten Verfasser bei der Abfassung des gesammten Werkes massgebend waren, so glaubt der Referent doch es der Vorzüglichkeit des Werkes schuldig zu sein, im Interesse jener Lehrer, denen dasselbe noch unbekannt sein sollte, auf den Inhalt der bis nun erschienen drei Abtheilungen der neuen Auflage genauer eingehen zu sollen und zum Schlusse die Aenderungen der zweiten Auflage zu bezeichnen.

---

*) Wann endlich werden wir dahin kommen, dass die Verlagsbuchhandlungen die Preise ihrer Bücher auf die Titel drucken lassen? Soll denn ein Redacteur wegen dieses Mangels allemal in eine Buchhandlung laufen, um anzufragen? D. Red.

Wenden wir uns zunächst zu den zwei Abtheilungen des ersten Theils „Arithmetik und Algebra.“ — Der Unterricht in der Mathematik kann nur dann einen wahrhaft bildenden Einfluss üben, wenn er von dem einfachen Zahlen- und Grössenbegriffe, wie ihn das gemeine. Rechnen und das Leben bietet, ausgeht und diese Begriffe erst da erweitert, wo sich hiezu die Nöthigung ergibt. Entschieden im Irrthum sind jene Lehrer, die da glauben, dadurch, dass sie überall einen recht allgemeinen Begriff an die Spitze stellen (wie z. B. gleich beim Beginn des mathematischen Unterrichts statt des einfachen Zahlenbegriffes den der Zahlenlinie), auf die Schüler bildend einzuwirken, sie zu allgemeineren, höheren Standpunkten zu erheben. Ein solcher Standpunkt gleicht dem in einem Luftballon, auf dem man mit verbundenen Augen emporgehoben wurde; man verliert den Zusammenhang mit dem festen Boden. Auch ich will, dass der Schüler diesen Standpunkt erreiche, aber vom festen Boden aufsteigend, unter steter Um- und Rückschau.

Dass der Verf. diesen Grundsatz fast tadellos durchgeführt, ist zwar nicht der einzige, aber der bedeutendste Vorzug seines Werkes, durch den allein es unter den vorzüglichsten Lehrbüchern für Mathematik einen hervorragenden Platz einnehmen würde. Eine gedrängte Angabe des im Werke eingeschlagenen Ganges wird dies nachweisen.

Nach einer kurzen Einleitung von 22 Seiten, die zugleich die Numeration (in allen Zahlsystemen) enthält, beginnt das eigentliche Werk mit dem 1. Abschnitt, „die vier Species in absoluten (ganzen und gebrochenen) Zahlen“ enthaltend. Die vier Grundrechnungsoperationen werden ohne Voraussetzung des Begriffes entgegengesetzter Grössen mit sorgfältiger Genauigkeit durchgeführt. Es verdient besonders hervorgehoben zu werden, dass bei den Gegensatzrechnungen (Subtraction und Division) die beiden Arten derselben (Aufsuchung des ersten oder zweiten Summanden — die eintheilende und messende Division) sorgfältig auseinander gehalten werden. Bei der Einführung in eine neue Species wird nach deren Erklärung gezeigt, welche Aufgaben nothwendig gelöst werden müssen, so dass die einzelnen Sätze sich nicht als ein zufällig aufgefundenes und willkürlich zusammengestelltes Aggregat von Wahrheiten herausstellen, sondern ein organisches Ganzes bilden. Der zweite Abschnitt umfasst „die vier Species in relativen (algebraischen) Zahlen.“ Hier wird nun zwar die negative Zahl als eine Differenz erklärt, deren Subtrahend grösser ist als der Minuend, wer jedoch §§ 107—110 liest, wird sich mit der Darstellung einverstanden erklären. Hier wird nicht leichtfertig über diese Begriffserweiterung als selbstverständlich hinweggegangen, sondern der Gedankenprocess, der diese Erweiterung zu Folge hatte, sorgfältig klar gelegt.

Gegen einige Punkte in diesem Abschnitt haben wir jedoch didaktische Bedenken. Nachdem in §. 101. (S. 87) auseinandergesetzt wird, dass man

$$a - a = b - b = \ldots\ldots = n - n$$

mit 0 bezeichnet, werden im nächsten Paragraphen folgende Folgerungen gezogen:

1. $a \pm 0 = a$
2. $0 + a = a$
3. $0 \cdot a = a \cdot 0 = 0 \cdot b = b \cdot 0 = 0$
4. $\frac{0}{a} = 0$
5. $\frac{0}{0} = a = b =$ jeder beliebigen Zahl
6. $\frac{a}{0}$ ist nach dem Begriffe der Division und nach Folgesatz 3. nicht angebbar.
7. $a^0 = a^{n-n} = \frac{a^n}{a^n} = 1 = b^0 = c^0 = \ldots\ldots$

Der Folgesatz 5 kann nun sehr leicht missverstanden werden. Der Studirende kann ihn leicht so deuten, als ob $\frac{0}{0}$ in jedem Falle jede beliebige Zahl bedeute, um so mehr als ja ebenso $a - a = b - b = \ldots\ldots$ im vorhergehenden Paragraphen, wie auch Folgesatz 7. in jedem Falle gilt. Ueberdies dürften gerade mathematische Köpfe fragen, unter welchen Voraussetzungen man zu einer Division $\frac{0}{0}$ gelange? Wir würden also Folgesatz 5 entweder weglassen oder auf das Vorkommen dieses Symbols in den höheren Theilen des Calcüls etwa in der Weise vorbereiten, wie dies in dieser Zeitschrift (VI. Jahrg., Hft. 2, S. 123) angedeutet ist.

Den Folgesatz 7, $a^0 = 1$, halten wir für angezeigter, bis zur Lehre von den Potenzen aufzuschieben.

Noch schwerer wiegend sind die Bedenken gegen das zweite Capitel dieses Abschnitts, das die Multiplication (und Division) algebraischer Zahlen behandelt.

Da heisst es in § 116.: „$(-a)m = (-a) + (-a) + (-a)\ldots\ldots = -(a + a + a\ldots\ldots) = -am$."

In § 117.: „Da nun auch $(+a)m = +am$, so folgt aus der Zusammenstellung beider Resultate $(\pm a)(+m) = \pm am$. Veranschaulichendes Beispiel: Das Vielfache eines Gewinnes ist ein Gewinn, das Vielfache eines Verlustes ist ein Verlust." Dieser Folgesatz § 117. zeigt nun recht auffällig, wie der Multiplicator $(+m)$ statt des absoluten m ohne Begründung eingesetzt wurde, denn die Beweise (§ 116.) wurden ja nur für ein absolutes m geführt.

In dem § 118. wird bewiesen, dass $(\pm a)(-m) = (\mp a)m = \mp am$, weil $(\pm a)(-m) = (\pm a)(0 - m)$ u. s. w. und im Folgesatz § 119. gesagt: „Aus $(\pm a)(-m) = \mp am$ folgt die Regel: hat der Multiplicator das Vorzeichen „—“, so hat das Product das entgegengesetzte Zeichen des Multiplicands“ und als Anmerkung: „Man hüte sich vor dem ganz unstatthaften Versuche, den negativen Multiplicator durch eine verschiedene Einheitsbenennung, Verlust, Schulden, Mangel etc., veranschaulichen zu wollen, da es eine Grundforderung für den Multiplicator ist, dass er keine Benennung hat.“

Man sieht es diesen Paragraphen wohl an, dass sie auch dem Verfasser nicht genügten. Wie, wird der denkende Schüler sagen, wird denn der Multiplicator $(-m)$ schon deshalb eine unbenannte Zahl, dass ich mich hüte, sein „—“ mit Schulden etc. zu benennen? Wenn der Multiplicator überhaupt nur eine absolute Zahl sein darf, dann gibt es ja gar keine Multiplication mit „—“. Und weiter, warum fehlt gerade hier bei dem schwierigsten Falle ein „veranschaulichendes“ Beispiel? Ja, er wird sich sagen müssen, dass auch das „veranschaulichende Beispiel“ zu § 117. keines sei, da ja mit eben demselben Grunde gesagt werden müsse, man hüte sich, den Multiplicator $(+m)$ mit Vermögen etc. zu bezeichnen.

Trotz diesen, wie wir glauben, wesentlichen Bemängelungen bleibt auch dieser Abschnitt noch immer den Darstellungen anderer Lehrbücher weit überlegen; man lese z. B. den § 126., wo von dem Uebergang ins Negative durch das Unendliche die Rede ist.

Der dritte Abschnitt behandelt die Theilbarkeit der Zahlen. Im 3. Cap. wird bei Gelegenheit des gemeinschaftlichen Masses der Begriff incommensurabler Grössen entwickelt. — Dass der Verf. die Gesetze der Theilbarkeit nicht an dem allgemeinen Ausdruck der dekadischen Zahl entwickelt, ist etwas befremdend. Wir halten gerade diese Partie für eine sehr leichte und instructive Anwendung des algebraischen Calcüls.

Der vierte Abschnitt, die Lehre von den Brüchen, von der in der zweiten Auflage die ersten vier Paragraphen in das Capitel von der Division aufgenommen sind, wird durch eine sehr lesens- und beherzigenswerthe Vorbemerkung eingeleitet. Ebenso beherzigenswerth ist jene zu § 174. Der Lehrer mag aus diesen Vorbemerkungen die Mahnung herauslesen, dass er bei Behandlung der Brüche die beiden Bedeutungen „Quotient und Anzahl aliquoter Theile“ sorglich auseinanderhalte. — Die beiden nächsten Abschnitte enthalten in klarer Darstellung die Lehre von den Decimal- und Kettenbrüchen.

Der siebente Abschnitt „Die Algebra. Die Gleichungen des ersten Grades“ zeichnet sich durch grosse Klarheit, durch sorgfältiges Einbeziehen alles Hiehergehörigen aus. Unter den „Musterbeispielen“ werden die Gesellschaftsrechnung (wir hätten hiebei auch den Fall

berücksichtigt gewünscht, wo die Zahl in umgekehrtem Verhältniss der Verhältnisszahlen zu theilen ist), die Allegationsrechnung, die Aufgaben über gleichförmige Bewegung, die Procenten- und Interessenrechnung klar auseinandergesetzt und einige Beispiele mit negativen Resultaten und deren Deutung einleuchtend erörtert. Gleiches Lob verdient die Ausführlichkeit, womit die Gleichungen mit mehreren Unbekannten und die diophantischen Gleichungen abgehandelt werden.

Nachdem im nächsten Abschnitt die Verhältnisse und Proportionen kurz erörtert werden, enthält der neunte Abschnitt, mit dem die erste Abtheilung schliesst, zwei Anhänge: das Quadriren und Cubiren, sowie die Quadrat- und Cubikwurzelausziehung und die ersten Hauptsätze über die Auflösung der quadratischen Gleichungen mit einer Unbekannten, während die ausführliche Behandlung der quadratischen Gleichungen der zweiten Abtheilung vorbehalten bleibt.

Die zweite Abtheilung (zweiter Band) beginnt mit dem zehnten Abschnitt „Das Potenzieren und Radizieren.“ Derselbe ist mit gleicher Sorgfältigkeit wie die früheren ausgeführt. Die Erweiterung des Potenzbegriffes durch Einführung von negativen und Bruchexponenten wird in einem eigenen Capitel klar und ausführlich erörtert, das Rechnen mit imaginären Grössen mit der nöthigen Umsicht behandelt und vor Trugschlüssen gewarnt.

Der elfte Abschnitt „Logarithmen“ entspricht nicht nur, was Wissenschaftlichkeit, Gründlichkeit und Klarheit anbelangt, vollkommen, sondern gibt auch eine ausführliche Anleitung zum praktischen Rechnen mit Logarithmen und zum Gebrauch der Tafeln. Den Schluss bilden Exponentialgleichungen. Gut gewählt ist die Methode auf elementarem Wege die Logarithmen der Zahlen zu berechnen. Es wird eine Tafel gegeben, welche die continuirlichen Quadratwurzeln der Basis 10 (also die Quadratwurzel aus 10, die Wurzel dieser Wurzel u. s. w.) so weit enthält, bis der Wurzelexponent von 10 innerhalb der Grenzen der verlangten Genauigkeit unter ,1 der letzten Decimale fällt, dort bei neunstelligen Decimalen bis auf $10^{(0\cdot 5)^{30}} = 10^{0\cdot 000000001} = 1\cdot 000000002$. Mit Hülfe dieser Tafel bringt man durch Division die Zahl N, deren Logarithmus gesucht wird, auf die Form $N = 10^\alpha \cdot 10^\beta \cdot 10^\gamma \cdot 10^\delta \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot 10^\nu \cdot n$, also

$$\log N = \alpha + \beta + \gamma + \delta + \cdots \nu + \log n,$$

da aber $\log n$ innerhalb der Grenzen $= 0$ ist, also

$$\log N = \alpha + \beta + \gamma + \delta + \cdots\cdot \nu.$$

Der zwölfte Abschnitt „Die quadratischen Gleichungen“ ist eine ebenso sorgfältige und klare Arbeit, wie der Abschnitt über Gleichungen des esten Grades; wir heben also blos, um Wiederholungen zu vermeiden, hervor, dass überall sämmtliche Werthe der Unbekannten

berücksichtigt werden, dass namentlich bei den Gleichungen mit mehreren Unbekannten untersucht wird, ob die für die eine und die andere Unbekannte gefundenen Werthe unbedingt combinirt werden können oder nicht. Capitel 4 dieses Abschnitts behandelt die diophantischen Gleichungen zweiten Grades, so weit sie elementar lösbar sind.

Der dreizehnte Abschnitt „Die Lehre von den Progressionen" erstreckt die Untersuchung auch auf Interpolation, auf die Bedeutung der gebrochenen Gliederzahl und die harmonische Reihe. Der nächste fünfzehnte Abschnitt umfasst die Anwendung des vorhergehenden auf Zinseszins- und Rentenrechnung.

Der fünfzehnte Abschnitt „Die Combinationslehre" löst bei den Permutationen auch die Frage, die wievielte Permutation irgend eine sei, und die Umkehrung dieser Aufgabe (die wievielte Permutationsform ist „ut tensio sic vis" von „*ceiiinossssttuv*" und wie heisst die 4008 Permutationsform von „*acdensu*"), behandelt den binomischen und polynomischen Lehrsatz, jedoch nur für ganze Exponenten und die Wahrscheinlichkeitsrechnung, letztere namentlich in so ansprechender und klarer Weise, wie unseres Wissens in keinem Lehrbuche der Elementarmathematik.

Die beiden folgenden Abschnitte „der sechszehnte und siebzehnte" enthalten eine lichtvolle Behandlung der arithmetischen Reihen höherer Ordnung und die cubischen und biquadratischen Gleichungen, mit denen der erste Theil „Arithmetik und Algebra" schliesst.

Der zweite Theil, von dem bisher in zweiter Auflage nur die 1. Abtheilung „die Congruenz und Gleichheit der Figuren" erschienen, ist in gleichem Geiste wie der erste behandelt. Nach einer allgemeinen Einleitung von sieben Paragraphen beginnt die Planimetrie mit dem ersten Abschnitt „Die gerade Linie und der Winkel oder Länge und Lage der geraden Linie." Der Winkel wird als Unterschied der Richtung zweier von demselben Punkte ausgehenden Geraden, gemessen durch die Grösse der Drehung, aufgefasst und schon mit § 18. (noch vor der Parallelentheorie) der Kreis insoweit in Betrachtung gezogen als nöthig, um ihn zum Winkelmessen benützen zu können. Hierauf folgen die Sätze über Neben- und Scheitelwinkel. Mit § 32. wird zur Betrachtung der gegenseitigen Lage zweier Geraden mit Hilfe der Winkel, die eine dritte (Transversale) bildet, übergegangen. Linien, welche mit der Transversalen gleiche Winkel bilden, werden gleichgerichtete genannt. § 35. lautet: Wenn ein Paar correspondirender Winkel gleich ist, so ist es auch jedes andere Paar, wenn ein Paar innere oder äussere Wechselwinkel gleich ist, so ist es auch jedes andere Paar, endlich wenn ein Paar innere oder äussere Gegenwinkel gleich ist 2 R, so ist es auch jedes andere Paar. § 36. beweist, dass, wenn eine der drei Bedingungen:

1. Gleichheit der correspondirenden Winkel,
2. Gleichheit der innern Wechselwinkel,
3. Summe der innern Gegenwinkel = 2 R

erfüllt sind, auch die beiden andern erfüllt sind, worauf mit § 37. die Parallelentheorie beginnt. Parallel werden Linien genannt, welche, ins Unendliche verlängert, sich nicht schneiden. Zum Behuf des Beweises des eilften Euklidischen Axioms wird in § 39. als Grundsatz eingeschaltet, dass, wenn von drei Geraden derselben Ebene zwei der dritten parallel sind, sie es auch unter sich sind. Einige Folgerungen beschliessen den Abschnitt.

Der zweite Abschnitt behandelt das Dreieck. Der Satz von der Winkelsumme eines Dreieckes wird in üblicher Weise mit Hilfe einer parallelen Hilfslinie bewiesen. In einer Anmerkung wird jedoch auch der sehr empfehlenswerthe Beweis gegeben, dass die Aussenwinkel eines Dreieckes (wie jeder Figur) immer eine ganze Umdrehung, einen Vollwinkel, 4 R ausmachen, weil man nach drei partiellen Drehungen wieder in die ursprüngliche Richtung kommt. Hieraus folgt umgekehrt als Summe der innere Winkel 2 R. Diese Deduction sollte in keinem Lehrbuche fehlen, weil sie nicht blos zeigt, dass, sondern auch warum es so sei. Nun folgen die Sätze über die gegenseitige Lage der grösseren Winkel und Seiten in einem Dreiecke, zu welchem Behufe der Satz von der Gleichheit der Winkel an der Basis des gleichschenkeligen Dreieckes und seine Umkehrung eingeschaltet wird, dann die Sätze über Summe und Differenz zweier Seiten im Vergleich zur dritten u. s. w. Das zweite Capitel dieses Abschnitts umfasst die Congruenzlehre. Die Congruenzsätze folgen unmittelbar auf einander, nur der Satz der drei gleichen Seiten wird zum Behufe seines Beweises (Zurückführung auf den zweiten Congruenzsatz, zwei Seiten und eingeschlossener Winkel) durch den eingeschobenen Satz getrennt, dass in zwei Dreiecken mit zwei wechselweise gleichen Seiten, jedoch ungleichem eingeschlossenen Winkel, dem grössern Winkel die grössere Seite und umgekehrt gegenüberliegt. Die Sätze vom Loth und den Schrägen und die Untersuchung, ob und wieviel Dreiecke aus zwei gegebenen Seiten und einem gegenüberliegenden Winkel möglich sind, ergänzen die Congruenzlehre. Das dritte Capitel gibt weitere Folgerungen aus den Congruenzsätzen, zunächst für das rechtwinklige, dann gleichschenklige und gleichseitige, endlich das Dreieck überhaupt und schliesst mit den beiden ersten s. g. merkwürdigen Punkten des Dreieckes (Durchschnittspunkt der drei Senkrechten aus [besser wohl: in] den Mitten der Seiten und der drei Halbirungslinien der Winkel) und der Einführung des Begriffes der geometrischen Oerter.

Der dritte Abschnitt beschäftigt sich mit der Auflösung von Aufgaben durch Construction; Capitel 1. lehrt die Grundconstructionen, Capitel 2. die Theorie und Praxis der geometrischen Analyse.

Der vierte Abschnitt führt Die Ueberschrift „das Parallelogramm,“ enthält aber unter der Einleitung „Das Viereck überhaupt“ auch noch das Trapez und die ersten Sätze von den parallelen Transversalen. Hier hat sich nun, und zwar nur in der neuen Auflage, merkwürdiger Weise ein falscher Satz eingeschlichen. § 151a. (S. 114) beweist nämlich den richtigen Satz: „Wenn ein System paralleler Linien auf irgend einer durch sie hindurch gelegten geraden Linie (Transversalen) gleiche Stücke abschneidet, so schneidet dasselbe auch auf jeder andern durch sie hindurch gelegten geraden Linie gleiche Stücke ab.“ In § 153a. (S. 116) lautet nun die Umkehrung dieses Satzes wie folgt: „Wenn man zwei beliebige Gerade der Ebene, jede für sich in lauter gleiche Theile theilt und die entsprechenden Theilpunkte durch Transversalen verbindet, so sind alle diese Transversalen zu einander parallel. Denn jede derselben ist anzusehen als Mittellinie zweier Seiten eines Dreieckes oder als Mittellinie eines Trapezes.“ Es ist selbstverständlich, dass der Satz nur gilt, wenn die beiden, in gleiche Theile getheilten Linien sich schneiden und die Auftragung der gleichen Theile vom Scheitelpunkte aus geschieht, in andern Fällen aber nicht. Der Beweis ist aber selbst für den richtigen Fall nicht zutreffend, weil sich nicht jede der Parallelen als Mittellinie ansehen lässt. — Die Sätze über die zwei andern merkwürdigen Punkte des Dreieckes (Durchschnittspunkt der Höhen und Schwerpunkt) und ein Anhang: „Auflösung einiger Aufgaben mit Hilfe der geometrischen Analyse auf Grund der vorangegangenen Sätze“ bilden den Schluss des Abschnitts.

Der fünfte Abschnitt „Die Gleichheit des Flächeninhalts bei Dreiecken und Parallelogrammen“ umfasst nur zwei Capitel. Das erste „Der pythagoreische Lehrsatz“ behandelt die Gleichheit des Flächeninhalts (nicht die Flächeninhaltsbestimmungen) bei Parallelogrammen und Dreiecken und den pythagoreischen Lehrsatz; das zweite die Verwandlung und Theilung der Dreiecke und Parallelogramme. Auch der sechste Abschnitt „Von den Vielecken überhaupt“ besteht nur aus zwei Capiteln: 1. die allgemeinsten Sätze über das Vieleck, 2. die Verwandlung und Theilung der Vielecke. Im ersten Capitel werden die Sätze über Zahl der Diagonalen, Zahl der Dreiecke, in welche sich ein Polygon durch Diagonalen zerlegen lässt, Summe der inneren und der äusseren Winkel zuerst auf den Fall eingeschränkt, wenn das Polygon lauter halbe Winkel hat, und hierauf eine allgemeine Ableitung derselben Sätze für jedes beliebige Polygon gegeben. Es wird nämlich zunächst gezeigt, dass, wenn man ein Polygon um eine Seite vermehrt, dadurch, dass man über einer Polygonseite als Basis ein Dreieck errichtet, die Summe der inneren Polygonwinkel um 2 R zunimmt, gleichviel ob man das Dreieck nach aussen legt, wodurch ein hohler, oder nach innen, wodurch ein erhabener Polygonwinkel entsteht, dass also immer

$\Sigma(n) = \Sigma(n-1) + 2R$ ist. Hieraus ergibt sich als Zahl der Dreiecke, in welche durch Diagonalen ein Polygon zerfällt, aus der Gleichung

$$x \cdot 2R = (n-2)\,2R, \text{ also }$$

Zahl der Dreiecke $= n - 2$. — Die Anzahl der Diagonalen y bestimmt sich nun hieraus wie folgt: die $n - 2$ Dreiecke haben $3(n-2)$ Seiten, von denen jedoch die Diagonalen zu je zwei Dreiecken gehören, also doppelt, die Seiten des Polygons, einfach gezählt, sind, also $2y + n = 3(n-2)$, woraus $y = n - 3$.

Der siebente und letzte Abschnitt „Die Lehre vom Kreise" zerfällt in 4 Capitel. Das erste „Von den Sehnen und Tangenten" umfasst die Sätze über die Lage gleicher und ungleicher Sehnen zum Mittelpunkte und die ersten Sätze über Tangenten; das zweite „Von den Winkeln der geraden Linien am Kreise" behandelt die excentrischen Winkel. Als Peripheriewinkel wird der Winkel erklärt, dessen Scheitelpunkt an der Peripherie liegt, gleichviel ob die Schenkel Sehnen oder Tangenten oder beides sind. So wird der Satz, dass der Peripheriewinkel (im gewöhnlichen Sinne) und der Berührungswinkel (Winkel zwischen Tangente und Sehne) dem halben Centriwinkel über demselben Bogen gleich sei, in einen Paragraphen zusammengezogen. Hierauf werden die andern excentrischen Winkel behandelt und in einer Schlussnote gezeigt, dass sich die drei Arten excentrischer Winkel (innerhalb des Kreises, an der Peripherie und ausserhalb des Kreises) unter einem Gesichtspunkte ansehen lassen und dass die Formel $\sphericalangle P = \frac{1}{2}\left\{\text{Centr.} \sphericalangle (AB) + \text{Centr.} \sphericalangle (CD)\right\}$ allgemein gelte, wo dann Bogen CD für den Peripheriewinkel 0, für den ausserhalb des Kreises negativ wird. Das 3. Capitel „die um- und eingeschriebenen Vielecke" betrachtet zuerst dieses Problem in Bezug auf Dreieck und Viereck, bei ersterm auch in Bezug auf die angeschriebenen Kreise, d. h. jene, die eine Seite von aussen, die beiden andern in der Verlängerung von innen berühren (Sätze, die in der 1. Auflage fehlen), hierauf in Bezug auf regelmässige Polygone. Von den eingeschriebenen Polygonen konnte das regelmässige Zehn- und Fünfeck hier nicht in Betracht gezogen werden, da die Lehre von der Aehnlichkeit der Figuren, welche der zweiten Abtheilung der Planimetrie vorbehalten ist, nicht vorausgesetzt werden kann. Das dritte Capitel bespricht die Lage zweier Kreise zu einander. Ein Anhang „Auflösungen einiger Aufgaben auf Grund der Sätze dieses Abschnitts zur weiteren Uebung in der Analyse" ist eine Bereicherung der neuen Auflage.

Zu jedem Abschnitt der Arithmetik wie der Geometrie ist eine Anzahl sorgfältig ausgewählter Uebungsbeispiele beigegeben, die theils zur Einübung dienen sollen, theils, namentlich in der Geometrie, den Lehrstoff erweitern, vor Allem aber praktische Anwendungen ent-

halten. Nur selten — in der Geometrie nie — wird der Lehrer genöthigt sein, ihre Zahl zu vermehren.

Sehr beachtenswerth sind die zahlreichen Noten, auf welche wir schon früher hingewiesen und die theils zur wissenschaftlichen Orientirung dienen, theils didaktische Winke enthalten, theils geschichtlichen Inhalts sind. Letztere — in der Arithmetik leider spärlicher als in der Geometrie — sind ein besonderer Vorzug des Werkes.

Was nun die im Ganzen nicht sehr bedeutenden Aenderungen der neuen Auflage anlangt, so sind die wesentlichsten folgende. In der Arithmetik: das Einbeziehen des Bruchbegriffes (der vier ersten Paragraphen aus dem Capitel von den Brüchen) in die Division; ein ganzes Capitel über die Multiplication und Division der Polygone insbesondere; ein Anhang über das Rechnen mit genäherten Zahlen, eine längere Anmerkung in dem Capitel über Primzahlen, worin das sog. Sieb des Eratosthenes (wir vermissen in diesem Capitel den Satz, dass eine Zahl eine Primzahl sei, wenn sie durch keinen Divisor theilbar ist, der kleiner als ihre Quadratwurzel ist). Ferner in der zweiten Abtheilung eine Erweiterung der Sätze über imaginäre Grössen (die in der 1. Auflage gegebene Erklärung der imaginären Grössen als laterale an der bekannten Figur ist in der zweiten Auflage, wir glauben mit Unrecht, ausgefallen); eine Erweiterung des Capitels über die Wahrscheinlichkeitsrechnung und zum Schluss die Auflösung der biquadratischen Gleichungen. In der Planimetrie sind die wesentlichsten Aenderungen schon oben angedeutet, die bedeutendste ist der Anhang zum letzten Abschnitt.

Zum Schlusse sei noch bemerkt, dass die Fortsetzung der zweiten Auflage sich, wie wir aus verlässlicher Quelle wissen, deshalb so sehr verzögert, weil der Verf. in der zweiten Abtheilung der Planimetrie die Resultate der sog. neuen Geometrie in ausgedehntem Masse berücksichtigen und verwerthen will.

Wir glauben durch die hier gegebene Skizzirung des Inhalts am besten die Vorzüglichkeit des Werkes charakterisirt und gezeigt zu haben, dass der geehrte Verf. dem, was er, und mit ihm jeder denkende Lehrer als Hauptaufgabe eines mathematischen Lehrbuchs und des mathematischen Unterrichts ansieht: „die Forderung strengster Wissenschaftlichkeit mit den Forderungen grösstmöglichster Fasslichkeit für die Jugend zu vereinen, den Inhalt des Unterrichts aber auch möglichst brauchbar fürs Leben zu machen“ (s. die sehr lesenswerthe Vorrede), gerecht geworden. So möge denn diese zweite Auflage sich der Anerkennung und Verbreitung erfreuen, die das Werk verdient. Es ist im Interesse des mathematischen Unterrichts unser lebhafter Wunsch, hiezu ein Schärflein beizutragen.

Döbling (Wien). Dr. A. J. Pick.



BROCKMANN, F. J. (Oberlehrer am kgl. Gymnasium zu Cleve), Lehrbuch der elementaren Geometrie. Zweiter Theil: Stereometrie. Mit 84 in den Text gedruckten Figuren. Leipzig 1875. B. G. Teubner. 128 S. Preis ?

Inhalt: Einleitung. I. Cap.: Gerade und Ebene in Verbindung mit einander. (A. Eine Ebene in Verbindung mit Geraden; B. Zwei Ebenen; C. Drei und mehr Ebenen; Ecke.) II. Cap.: Die Polyeder. III. Cap.: Die krummen Körper. IV. Cap.: Oberfläche der Polyeder. V. Cap.: Oberfläche der krummen Körper. VI. Cap.: Volumen der Polyeder. VII. Cap.: Volumen der krummen Körper. VIII. Cap.: Uebungssätze und Aufgaben.

Das Buch ist die Fortsetzung der in Bd. III, S. 285 dieser Zeitschrift besprochenen Planimetrie und trägt daher denselben Charakter.

Mit Vergnügen bemerke ich zunächst, dass verschiedene Ausstellungen, die ich damals machte, berücksichtigt worden sind; so z. B. sind Seiten-Ueberschriften eingeführt, Aufgaben und Uebungssätze sind deutlicher gesondert und zwar ans Ende des Werks, aber nach Capiteln geordnet, zusammengestellt; der Verf. schreibt richtig „der umgeschriebene Kreis.“ Der Text der Lehrsätze ist cursiv gedruckt, statt wie sonst gesperrt, ein Gewinn für Raumersparniss und Deutlichkeit.

Es sei darauf hingewiesen, dass auch die Capitel 2, 4 und 6 und andererseits 3, 5 und 7 hätten zusammengestellt werden können; doch will ich damit nicht sagen, dass diese Anordnung vorzuziehen sei: es hat jede ihre Licht- und Schattenseiten. Schattenseiten der vom Verf. vorgezogenen sind z. B., dass die Betrachtung der Rotation zweimal auftritt, dass die Volumenberechnung der regelmässigen Körper von der ihrer Oberflächen weit entfernt wird, vielleicht auch, dass vom prismatischen und pyramidalen Raume nirgends die Rede ist, während Cylinder- und Kegelmantel, die ursprünglich als unbegrenzt aufgefasst sind, aus Prisma und Pyramide abgeleitet werden.

Der Verf. beginnt (fast wie Euklid) mit dem bekannten Satze Euklid XI, 4.

Die Auswahl, Auffassung und Zusammenstellung der Lehrsätze ist im Ganzen durchaus zu billigen. Von solchen Sätzen, die sich nicht in allen Lehrbüchern finden, seien erwähnt die über Volumen und Oberfläche eines „Ringes,“ die Oberflächen- und Volumenberechnung der regelmässigen Körper, die Sätze über Prismastumpf, Prismatoid und Obelisk, z. B. der mittlere Durchschnitt und die Ergänzung eines Obelisken sind zusammen der halben Summe seiner Grundflächen gleich, ein dreiseitiger Prismastumpf ist der Summe dreier Pyramiden gleich etc., ein Prismatoid ist gleich der Summe zweier Pyramiden etc. Diese Sätze könnten zum Theil als Uebungs-

sätze gelten, da ihr Inhalt weder für das Folgende noch für die Praxis Verwendung findet; wegwünschen möchten wir sie aber nicht, da sie durch ihren Inhalt und noch mehr durch ihre lehrreiche Beweisführung Interesse bieten.

Der Eulersche Satz wird durch Zusammensetzung der Polyeder aus „Tetraedern“ bewiesen. — Die Sätze über die Ecke sind im ersten Capitel entwickelt, natürlich kommen sie dann zum zweiteu Male in der Sphärik vor ohne Beweise, nur unter Berufung auf die früheren Beweise. Die dreifach rechtwinklige Ecke ist nur in einem Zusatze erwähnt, das dreifach rechtwinklige sphärische Dreieck gar nicht.

Nicht billigen kann ich, dass die Sätze, die das Volumen angeben, nur als Zusätze auftreten, z. B. der Satz: „Ein dreiseitiges Prisma ist gleich dem Producte aus Grundfläche und Höhe“ als Zusatz zu „Das Parallelepiped wird durch eine Diagonalebene in zwei gleiche dreiseitige Prismen zerlegt,“ oder „Das Volumen eines Parallelepipeds ist gleich dem Producte aus Grundfläche und Höhe“ als Zusatz zu „Parallelepipede von gleicher Grundfläche und Höhe sind gleich.“ Ich kann nicht begreifen, warum man das Capitel nicht mit dem so leicht entwickelbaren Satze beginnt, dass das rechtwinklige Parallelepiped gleich dem Producte der drei Kanten ist, darauf folgen lässt den Satz, dass jedes Parallelepiped gleich dem Producte aus Grundfläche und Höhe, weil sich dasselbe in ein rechtwinkliges verwandeln lässt; es kommt mir vor, als sei man so in das Princip allmäliger Entwicklung verstrickt, dass man den nächsten und ebensten geraden Weg verschmähen zu müssen glaubt.

Die Ausdrucksweise ist weniger auf Kürze und Durchsichtigkeit, als auf Correctheit bedacht, aber wohl gerade wegen dieses Strebens hie und da etwas schwerfällig, an einzelnen Stellen nicht leicht verständlich; so dürfte z. B. § 74. kaum von einem Schüler verstanden werden.

Verschiedene Auffassungen desselben Satzes kommen kaum vor: wie es scheint, soll die höchst nützliche Arbeit, eine und dieselbe Sache von verschiedenen Seiten zu beleuchten, ganz dem Lehrer überlassen bleiben.

Im Ganzen sei auch dieser Theil bestens empfohlen.

J. Kober.

Reidt, Dr. Fr., Elemente der Mathematik. Vierter Theil: Trigonometrie. 2. Aufl. Berlin 1875. Grotesche Verlagsbuchhandlung. Preis ?

Diese zweite Auflage ist vielfach umgearbeitet, durch bessern Druck und Hervorhebung des Wesentlichen durch fettere Lettern für den Gebrauch wesentlich verbessert worden. Indessen stimmen

die §§ mit denen der ersten Auflage überein, so dass beide Auflagen recht wohl neben einander gebraucht werden können. In wie weit nun die vorgenommenen Aenderuugen wirkliche Verbesserungen sind, mögen folgende aus der Vergleichung beider Auflagen hervorgegangene Bemerkungen zeigen.

Die am rechtwinkligen Dreieck definirten trigonometrischen Functionen sind unverändert geblieben; es sind nur drei neue Uebungsbeispiele, an denen das Werk überhaupt sehr reich ist, hinzugekommen. Die Darstellung der Functionen durch Linien und die Erweiterung der Definitionen hat eine bessere und ausführlichere Auseinandersetzung erfahren. Uns würde es noch mehr zugesagt haben, wenn der Verf. die Functionen als Verhältnisse rechtwinkliger Coordinaten dargestellt hätte. Die Functionen der Winkel verschiedener Quadranten und negativer Winkel sind in zweckmässigerer Anordnung zusammengestellt. Die Entwickelung der Functionen der Summe und Differenz zweier Winkel und der Folgerungen daraus ist ebenfalls unverändert geblieben, die Hauptresultate sind nur durch fetteren Druck sogleich in die Augen fallend, einige neue Uebungsaufgaben sind hinzugefügt und statt einigen weniger guten sind zweckmässigere gewählt. In der Erläuterung des Gebrauchs der Tafeln sind einige praktische Winke hinzugefügt, die man überhaupt auch in der eigentlichen Trigonometrie an passenden Stellen vielfach findet. Höher rechnen wir besonders die vollständig ausgerechneten Zahlenbeispiele, die als Schemata dem Schüler gegeben werden müssen, um ihn an eine wohlgeordnete Aufstellung der Rechnung zu gewöhnen. Mehrfach sind auch Aufgaben aus der Krystallographie hinzugekommen, die dem Verf. vom Herrn Dir. Dr. Krumme in Remscheid mitgetheilt worden sind. Die Tafel pythagoräischer Dreiecke ist gekürzt worden, wogegen durchaus nichts einzuwenden ist; es sind noch reichlich viele vorhanden! Dafür ist Raum gewonnen zu einer grössern Zahl sogenannter eingekleideter Aufgaben für das rechtwinklige Dreieck.

Der Sinussatz ist in seiner zweckmässigen Form $\frac{a}{\sin\alpha}$ u. s. w. geschrieben; der Projectionssatz hat in einer Anmerkung Platz gefunden. Neben der gewöhnlichen Form des allgemeinen pythagoräischen Lehrsatzes hätten wir ausser

$$a^2 = (b+c)^2 - 4\,bc\,\overline{\cos\tfrac{1}{2}\alpha}^2$$

und

$$a^2 = (b-c)^2 + 4\,bc\,\overline{\sin\tfrac{1}{2}\alpha}^2$$

auch noch die zweckmässigste Form

$$a^2 = \left[(b+c)\sin\tfrac{1}{2}\,\alpha\right]^2 + \left[(b-c)\cos\tfrac{1}{2}\,\alpha\right]^2$$

gesehen, welche sich aus den beiden vorigen leicht dadurch herleiten lässt, dass man die erste mit $\overline{\sin\frac{1}{2}\alpha}^2$, die zweite mit $\overline{\cos\frac{1}{2}\alpha}^2$ multi-

plicirt und dann beide addirt. Gerade diese Form ist zur Berechnung der dritten Seite und der andern Winkel die geeignetste. In § 19. sind mehrere Systemaufgaben weggelassen und dafür 5 eingekleidete Aufgaben gesetzt worden, was nur zu billigen ist. Dasselbe ist auch später an andern Stellen geschehen. Neu aufgenommen sind ferner die Mollweideschen Gleichungen und die sogenannte separirte Tangentenformel, und ist in einer Anmerkung darauf hingewiesen, dass diese Formel weniger geeignet ist zur Berechnung eines Winkels, aber behufs Substitution in andern Gleichungen öfters zweckmässige Verwendung findet, wo die Bequemlichkeit für logarithmische Rechnung nicht ins Gewicht fällt. In einem Anhang ist eine grössere Reihe eingekleideter Aufgaben eingefügt worden. Die Tafel schiefwinkliger Dreiecke ist gekürzt. Neu und sehr gut bearbeitet sind die als Muster anzusehenden Lösungen schwierigerer zusammengesetzter Aufgaben mittelst trigonometrischer Analysis.

In der sphärischen Trigonometrie sind die Fundamentalgleichungen für das rechtwinklige Dreieck in zweckmässigerer Form gegeben und ist auf das Zieglersche Complementardreieck hingewiesen. Der § über den Flächeninhalt des sphärischen Dreiecks ist ganz umgeändert und hat eine zweckmässigere Form erhalten.

In einem besondern Heftchen sind die Resultate der Rechnungsaufgaben verzeichnet.

Ueberblicken wir nun das Ganze, so müssen wir das Werkchen als ein für den Unterricht sehr geeignetes Buch erklären. Der Verf. hat die bei Besprechung anderer Werke über Trigonometrie, namentlich auch in dieser Zeitschrift, gemachten Bemerkungen wohl berücksichtigt und zum Besten seines Buchs verwandt. Einen Wunsch für eine dritte Auflage möchten wir zum Schluss noch aussprechen. Die §§ sind grossen Theils recht lang, indem sie verschiedene Anmerkungen und Anhänge enthalten; darum ist das Auffinden eines § beim Zurückschlagen oft recht mühsam. Diesem Uebelstande, der sich besonders recht fühlbar macht, wenn man im Resultatenhefte das Resultat aufsuchen will, wäre abzuhelfen, wenn in den Ueberschriften der Seiten die Paragraphenzahl und was dazu gehört angegeben wäre, wie es im Resultatenhefte geschehen ist.

Chr. Scherling.

Briefliche Meinungsäusserung über Dr. L. Matthiessens Werke.

Hochverehrter Herr! „Die algebraischen Methoden der Auflösung der literalen quadratischen, cubischen und biquadratischen Gleichungen, nach ihren Principien und ihrem innern Zusammenhange dargestellt*) von Dr. Lud-

*) Diese Schrift blieb uns unbekannt. D. Red.

wig Matthiessen," aus der Verlagshandlung von Teubner in Leipzig, sind für Lehrer und Studirende ein ausgezeichnetes Hülfsmittel in der Pflege der mathematischen Wissenschaften. Man findet hier auf 46 Seiten, was man in vielen Lehrbüchern umsonst suchen würde. Die scharfsinnigen Methoden, welche Ampère, Bring, Grunert, Hulbe, Schlömilch und viele andere Algebristen bei der Auflösung der Gleichungen angewendet haben, und welche in vielen Zeitschriften zerstreut sind, hat der Verfasser mit vieler Umsicht und grossem Fleisse zusammengestellt. Es ist sehr zu bedauern, dass nur die erste Serie, d. h. die Substitutions-Methoden bis jetzt erschienen sind. Höchst wünschenswerth wäre auch die zweite Serie mit den Combinations-Methoden. Immerhin ist das bis jetzt gelieferte Material so reichhaltig und die Darstellung im Allgemeinen so lichtvoll, dass diese Broschüre einen ehrenvollen Platz in der Reihe der mathematischen Lehrbücher einnimmt. In dem Capitel von den Reducenten der Gleichungen sind skizzenartig die Fortschritte der Algebra auf dem Gebiete der Gleichungen zusammengestellt, und viele neue, von Matthiessen selbst erfundene Methoden angedeutet. Viele Reducenten hat der Verfasser in Wurzeltypen verwandelt, ohne anzugeben, nach welchen Principien diese Verwandlung vorgenommen werde, desshalb ist dieser Theil seiner Schrift nicht verständlich genug. Aufschluss hierüber sucht man auch umsonst in dem „Schlüssel zur Sammlung von Beispielen und Aufgaben aus der allgemeinen Arithmetik und Algebra von Dr. E. Heis"*) desselben Verfassers. Matthiessen betitelt dieses sein Werk „praktischer Leitfaden für Lehrer und Studirende," und ein solcher ist es auch im vollsten Sinne des Wortes. Die Beispielsammlung von Heis ist von der österreichischen Regierung als Hülfsbuch anempfohlen und wird in den Gymnasien zum Unterrichte verwendet; desshalb sollte der „Schlüssel" von Matthiessen in allen Händen sich befinden. Der Lehrer findet darin eine grosse Zahl historischer Bemerkungen, die seinem Vortrage Anmuth und Reiz verleihen; der Studirende wird darin mit einer Menge neuer Auflösungen bekannt, die seinen Gesichtskreis erweitern und ein tieferes Eindringen in das Wesen der Mathematik erleichtern. Die grosse Zahl missliebiger Druckfehler wird hoffentlich in einer zweiten Auflage verschwinden.

Mit aller Hochachtung verbleibe ich Ihr ergebenster

Mariaschein (Böhmen). J. Vervaet.

---

*) Dieses Werk wird von einem unserer Mitarbeiter im nächsten Hefte besprochen werden. D. Red.

B) Naturwissenschaftliche und geographische Werke.

Oberlaender, Dr. H., der geographische Unterricht nach den Grundsätzen der Ritterschen Schule historisch und methodologisch beleuchtet.*) 2. Aufl. Grimma 1875. 260 S. Preis?

Wenn das „in magnis voluisse sat est" für Bücher Anwendung finden dürfte, welche Originalarbeit nicht zu geben beanspruchen, so muss das Urtheil über das vorliegende Werk ein durchaus günstiges sein. Von der aufrichtigen Begeisterung für die Geographie im Allgemeinen, für Ritters Person und sein Streben, für eine Umgestaltung des geographischen Unterrichts an unsern Schulen getragen, nimmt der Verfasser das schwierigste Problem, welches — nicht der Geographie als Wissenschaft, wohl aber der Behandlung dieser Wissenschaft als Wissensdisciplin vorliegt, und sucht es zu einer gewissen Lösung zu führen. Trotz des äusserst Gewagten dieses Schrittes, trotzdem der Verfasser durch manche Aeusserungen zeigt, dass er der Aufgabe wohl nicht ganz gewachsen ist und nicht das nöthige Detailstudium angestellt hat, muss der Versuch mit Freude begrüsst, dem Streben des Autors die Anerkennung gezollt werden. Dem Mangel an solchen zusammenfassenden, in das Wesen der Ritterschen Ideen einführenden Schriften ist es wohl zuzuschreiben, dass bereits die erste Auflage des vorliegenden Werkes eine „sehr günstige" Aufnahme gefunden hat, wie uns das Vorwort sagt. Diese Beachtung der ersten Auflage war unverdient, sobald man einen andern Massstab anlegte, als den jetzt leider noch möglichen, der uns nämlich durch die Erwägung an die Hand gegeben wird, dass Ritters Schriften selbst sehr wenig gelesen und studirt werden, dass man ihn mehr aus Schriften über ihn kennen lernen will, als ihm in seine dickleibigen Bände folgen, und dass daher derjenige, welcher auf einen grössern Kreis von Geographen oder besser Männern, welche geographischen Unterricht zu ertheilen genöthigt sind, wirken will, gleichfalls gewisse prägnante Dicta aus seinen und den Werken seiner „Nachfolger" zusammenstellen muss. Es ist daher keine Frage, dass die Lectüre dieses Buches auf die meisten, welche sich für Geographie interessiren, anregend wirken wird, dass es zu wünschen ist, es möge vielfach gelesen werden und — zu weiterem Studium anregen.

---

*) Die Redaction bringt die Besprechung dieses in Lehrerkreisen angesehenen methodologischen Buchs leider erst jetzt und nach Erscheinen der 2. Auflage. Aber der Wunsch, das Werk nur von einem der competentesten Berichterstatter besprochen zu sehen und unerwartet eingetretene Verhinderungen desselben mögen die Verspätung entschuldigen. D. Red.



Das aber ist die Gefahr solcher Bücher, dass ein grosser Kreis von Lehrern glaubt hiemit mit leichter Mühe sich nun das alles angeeignet zu haben, was die „neuere vergleichende“ Geographie zu Tage gefördert hat, und weiteres Studium nicht die Folge der Lectüre ist. Daraus resultirt weiter eine enorme Verantwortung für den Verf., der sich sagen muss, dass sein Publicum alle, oder fast alle seine Aussprüche, Urtheile und Auszüge aus den Werken Anderer für unbedingt richtig hält, und der deshalb aufs Aeusserste gewissenhaft zu Wege gehen muss. Unseres Erachtens darf ein solches Buch daher strenggenommen nur eine wirkliche Autorität schreiben, die zugleich eine umfassende Sach- und Literaturkenntniss besitzt und die ungeheure Menge des Stoffs wirklich erst in sich verarbeitet, nicht mosaikartig zusammensetzt, um gleichsam jeden seiner Aussprüche durch einen Gewährsmann erst zu decken.

Eine solche Autorität ist nun der Herr Verf. kaum, und so anregend die meisten Theile seines Buches auch geschrieben sind, so zeigt sich doch zu häufig, dass er nicht bis zu den Urquellen vorgedrungen, sondern meist nur aus abgeleiteten geschöpft hat. Vor allem die „historische Beleuchtung“ seines Gegenstandes, die schliesslich in eine ziemlich öde Nomenclatur einzelner Büchertitel ausartet, bekundet, dass seine Literaturkenntniss älterer wie neuerer Zeit nicht umfassend genug ist. Nicht, dass wir diesem Theil eine grössere Ausdehnung gewünscht hätten — es hätte manches wegbleiben können — aber will der Verf. durch die Nichterwähnung einer Reihe von Werken, die jeder Fachmann vermissen wird, sagen, dass sie auch keiner Erwähnung werth sind? Geradezu unbegreiflich ist die Zusammenstellung unter dem Titel „Monographieen über einzelne Erdräume,“ wo die wichtigsten Werke fehlen, andere sehr mässige genannt sind. Eben durch solche Blössen zeigt der Herr Verf., dass er viele der citirten Werke gar nicht selbst gelesen und studirt hat und dass er die bereits vorhandenen zahlreichen Zusammenstellungen zur Vervollständigung seiner Uebersichten benutzt hat. Darf man ihm das nicht mit Recht vorwerfen?

Wir wenden uns zum zweiten Punkt, der pädagogischen Seite des Buches, und können nur unsere fast vollständige Uebereinstimmung mit allem aussprechen, was er über die nöthige Umgestaltung des geographischen Unterrichts sagt. Auch geben wir ihm völlig Recht, dass gewisse Wechselbeziehungen zwischen Configuration von Landmassen — im weitesten Sinn genommen — und Bewohnern selbst auf der untersten Stufe des Unterrichts, also auch in der Volksschule, schon zur Geltung gebracht, d. h. der Unterricht selbst hier schon vergeistigt werden kann, aber freilich muss dabei mit äusserster Vorsicht und grosser Sachkenntniss vorgegangen werden. Und so liegt in der Behandlung des Stoffs ein weiterer Mangel des Buchs. Es wird nirgends angedeutet, was aus den

zahlreich mitgetheilten Wechselbeziehungen für diese und jene Stufe sich eignet. Das hätte nicht fehlen dürfen in einer methodologischen Schrift. Der ersten Auflage war eine solche Probe einer vergleichenden Erdbeschreibung beigefügt, ohne dass gesagt war, für welche Stufe sie bestimmt sei. Ref. kann nur der Ansicht seiner Fachgenossen beipflichten, dass der Versuch kein glücklicher war, und vom Herrn Verf. ist er denn auch über Bord geworfen.

Was nun den eigentlichen Haupttheil „die Beleuchtung des Wesens der vergleichenden Erdkunde“ und die den ganzen zweiten Theil bildenden „Grundzüge der vergleichenden Erdkunde“ betrifft, so ist der Versuch, die Sache in ein System zu bringen, gewisse Kategorien aufzustellen, nach denen ein Erdraum betrachtet werden kann, wie geographische Lage, horizontale Gliederung, geologischer Bau etc. und nun eine grosse Reihe von Thatsachen zusammenzustellen, welche die Wechselbeziehungen zwischen diesen Momenten und der Gestalt oder den Eigenthümlichkeiten des betreffenden Erdraumes beleuchten, gleichfalls ein sehr beachtenswerther. Freilich ist die Ausführung auch oft gar zu abstract, und namentlich die Paragraphen, welche eine Kenntniss der sog. mathematischen Geographie voraussetzen, zeigen — wenn nicht eine nur oberflächliche Kenntniss der Thatsachen —, so doch eine gewisse Unerfahrenheit in der pädagogischen Verwerthung derselben. Auch bedingt die systematische Eintheilung oft ein Zerreissen der Objecte, das Unerfahrene zu Missverständnissen führen kann.

In den folgenden Capiteln stützt sich der Verf. nun grösstentheils auf Peschels geistreiche Aperçus, und es ist sicher ein Verdienst, Andere mit denselben bekannt zu machen. Aber es ist gewagt, die im zweiten Theil zusammengestellten mannigfachen interessanten Thatsachen zu „Gesetzen“ zusammenfassen zu wollen, wie der Verf. dies in §. 4. thut. So weit sind wir noch keineswegs und es gehört noch eine gewaltige geistige Arbeit dazu, bis eine grosse Reihe der Beobachtungen, welche der Verf. bereits „Gesetze“ nennt, als solche „geographische Gesetze“ im wissenschaftlichen Sinne erwiesen sind. Wollen wir ganz aufrichtig sein, so liegt dem Verfahren des Verf. eine Erscheinung zu Grunde, die sich nicht eben nur auf geographischem, sondern vielmehr auf naturwissenschaftlichem Gebiet bekundet und entschieden zu bedauern ist, wir meinen die verfrühte Popularisirung wissenschaftlicher Errungenschaften, die einerseits der Halbbildung so sehr Vorschub leistet, andererseits in derselben aber auch ihren Ursprung hat. Wir möchten mit diesem Ausdruck nicht gern verletzen, aber worin anders besteht die wissenschaftliche Durchbildung, im Gegensatz zu einer noch so anerkennenswerthen Aneignung ohne die gründlichste Vorschule, als darin, dass man die zeitigen von den unreifen Früchten am Baum der Erkenntniss unterscheiden lernt. Es ist unmöglich, durch

ein zeitweiliges Nebenstudium, wie es dem Verfasser nach seiner eigenen Angabe nur gestattet war, zu solcher Durchbildung zu gelangen, und manche Aussprüche im zweiten Theil bekunden zu deutlich, dass er die Bemerkungen stets nicht den Urquellen, sondern den Schriften derjenigen entnommen hat, die jene zur Unterstützung ihrer Ideen benutzten und nicht immer ganz richtig verstanden haben.

Halten wir also fest, dass der Verf. eben dieser Verhältnisse wegen nicht das leisten konnte, was ihm vorschwebte, da er mehr Enthusiast für Geographie als Geograph von Fach ist, so lässt sich doch nicht leugnen, dass es ihm gelungen ist eine grosse Reihe von höchst interessanten Bemerkungen, die die Beziehungen zwischen Physik der Erde und Menschen illustriren, zusammenzustellen. Nur irrt er sich, wenn er dieselben glaubt sämmtlich im Schulunterricht — und ginge derselbe auch bis in die obersten Classen herauf — verwerthen zu können. Ein grosser Theil der von ihm angeführten Thatsachen kann eben seiner problematischen Natur wegen nur in akademischen Vorlesungen Erörterung finden. Nur ein Beispiel. Vom „Kampf ums Dasein" in Thier- und Pflanzenwelt kann doch im Unterricht erst die Rede sein, wenn man die Kenntniss einiger Formen, welche „da sind," voraussetzen darf. Ferner haben alle die Thatsachen, welche sich noch nicht auf ein allgemeines leicht und fassbar auszusprechendes Gesetz zurückführen lassen, pädagogisch nur indirecten Werth, sie regen zwar an, beleben den Unterricht, haften aber durchaus nicht im Gedächtniss und im Verstande der Schüler.

Wenn wir den Verf. noch nicht zu den „Geographen" rechnen zu dürfen glauben, so begründen wir dies aus der sehr auffallenden Nichtbeachtung von „Karten" in seinem Werke. Er lernt die Geographie nur aus Büchern, das ist ein Fehler, an dem heute viele Freunde der Erdkunde leiden. Geographen, welchen die Karte nicht die erste Grundlage ihres Studiums ist, können mit dem Zoologen, der keinen Thierkörper zu seciren, dem Botaniker, welcher keine Pflanze zu bestimmen vermag, verglichen werden, sie stehen doch noch nicht in der Wissenschaft trotz reicher Kenntnisse.

Möchte der Herr Verf. bei einer neuen Auflage, die sein Werk bei dem erwachenden Interesse für Geographie ohne Zweifel finden wird, einige der oben angedeuteten Winke beherzigen und überzeugt sein, dass nur das Interesse an der Sache uns zu einer etwas scharfen Kritik veranlasst hat.

Königsberg. Prof. Dr. H. Wagner.

WUENSCHE, Dr. Otto (Oberlehrer am Gymnasium zu Zwickau), Die Kryptogamen Deutschlands: Die höheren Kryptogamen. Leipzig 1875. B. G. Teubner. (36 und 127 S.)

Ein nettes kleines Buch nach der Manier von des Verf. Schul- und Excursionsflora*) bearbeitet, so dass es als zweiter Theil derselben zu betrachten ist. Es enthält die Stengelkryptogamen, nämlich Laub- und Lebermoose, Schachtelhalme, Farne und Bärlappe. Analytische und synthetische Methode sind auch hier vereint, indem auf die Tabellen eine vollständige Charakteristik der Familien, Gattungen, Arten folgt: ein Vorzug, den ich schon an den früheren Werken des Verf. gerühmt habe. Die Schwierigkeiten der Kryptogamen-Bestimmung sind theils durch klare Auffassung und Ausdrucksweise, theils dadurch überwunden, dass ausser der systematischen Tabelle für Familie und Gattung nebenbei noch eine sehr umfängliche nach augenfälligen Merkmalen, darunter auch nach den Standorten, gegliederte Tabelle aufgestellt ist.

Zum Schluss ist auf 1½ Seite eine „Erklärung der terminologischen Ausdrücke" beigefügt.

Wir empfehlen das Werkchen angelegentlichst.

J. KOBER.

Zum Repertorium neuer Entdeckungen und Erfindungen.

A) Mathematik.

(Fortsetzung von VI, 489.)

Von Dr. S. Günther.

Das Princip der reciproken Radien. Unter den Transformationsmethoden, von welchen die neuere Geometrie einen so ausgedehnten Gebrauch macht, nimmt das sogenannte „Princip der reciproken Radien" eine der ersten Stellen ein. Auch in der mathematischen Physik spielt dasselbe eine wichtige Rolle, wie denn besonders gewisse schwierige Probleme der Elektrostatik durch eine solche Umformung auf andere minder complicirte zurückgeführt werden können. Trotzdem schweigen die Lehrbücher fast sämmtlich über diesen Gegenstand, und es war deshalb ein sehr verdienstliches Unternehmen von Affolter, die hauptsächlichsten Eigenschaften dieser Transformation in elementarer Behandlung zusammenzustellen.

Haben zwei Punkte vom Mittelpunkt eines Kreises des Halbmessers P bezüglich die Distanzen x_1 und x_2, und besteht zwischen diesen drei Grössen die Relation

$$P^2 = x_1 x_2,$$

so sagt man, diese beiden Punkte seien in Bezug auf den Kreis einander „polar reciprok." Denken wir uns nun eine willkürliche Figur in der Ebene dieses Kreises, und construiren zu jedem ihrer Punkte den polar reciproken, so entsteht eine zweite Figur, von welcher man sagt, sie sei aus der ersten nach dem Princip der reciproken Radien transformirt. Es gelten dann viele merkwürdige Sätze, von denen einige hier angeführt werden mögen.

*) Vrgl. I, 158. und III, 178. D. Red.

Die transformirte Figur eines Kreises ist wieder ein Kreis.

Ein Kreis transformirt sich in sich selbst, sobald er den Transformationskreis zum Orthogonalkreis besitzt.

Die Transformation einer Geraden ist ein Kreis, der durch das Transformationscentrum hindurchgeht und umgekehrt.

Jeder durch das Transformationscentrum gehende Kreis transformirt sich in eine Gerade.

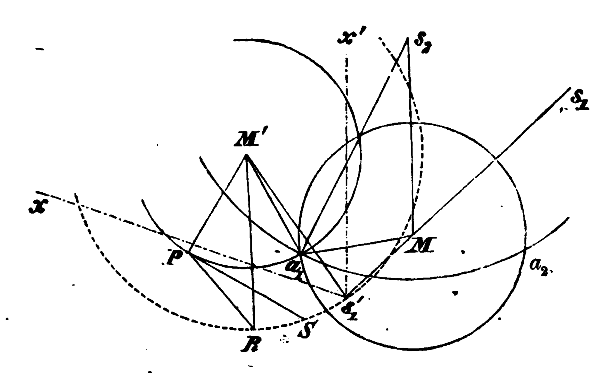
Nach dem Princip der reciproken Radien wird ein System von Kreisen in ein anderes System von Kreisen transformirt, und zwar schneiden sich die Transformationskreise unter demselben Winkel, wie die Originalkreise.

Alle diese Theoreme gestatten einen äusserst einfachen Beweis. Von Corollarien dieser allgemeinen Wahrheiten führen wir die folgenden an:

In der Ebene zweier Kreise, die sich nicht schneiden, gibt es immer zwei Punkte, die, als Transformationscentren aufgefasst, jene beiden in concentrische Kreise transformiren.

Legt man durch zwei Punkte alle die unendlich vielen Kreise, welche es gibt, so gibt es darunter einen bestimmten Kreis, welcher einen willkürlichen, nicht der Schaar angehörigen Kreis rechwinklig schneidet. Ausserdem gibt es zwei Kreise der Schaar, welche diesen neuen Kreis unter gleichen Winkeln schneiden. Diese zwei Kreise schneiden auch den rechtwinklig schneidenden Kreis gleichwinkelig und besitzen ihn deshalb resp. zum orthogonalen Potenzkreis.

Aus diesem Satze und einigen sich daran anschliessenden leitet Affolter eine höchst einfache Lösung der früher für schwierig gehaltenen Aufgabe her: Durch zwei Punkte (s_1, s_2) einen Kreis zu legen, der einen gegebenen Kreis (M) unter einem gegebenen Winkel (α) schneide. Ihrer Eleganz halber möge diese Methode hier eine Stelle finden, indem wir nur einige vom Verfasser kurz angedeutete Constructionen in der gewöhnlichen Sprache der Elementargeometrie ausdrücken.



Man ziehe $s_2 M$ und beschreibe um s_2 mit willkürlichem Halbmesser einen Kreis, welcher M in a_1 und a_2 schneidet; hierauf ziehe man $a_1 M$ und $a_1 s_2$, mache $\angle s_2 a_1 M' = \angle M a_1 s_2$ und $a_1 M' = a_1 M$; um den so erhaltenen Punkt M' beschreibe man mit $a_1 M'$ als Halbmesser einen neuen Kreis. Hierauf ziehe man $s_1 M$, suche zu dieser Strecke und $a_1 M$ die dritte geometrische Proportionallinie und trage dieselbe auf der verlängerten $s_1 M$ ab, so dass s_1 und s_1' polar reciproke Punkte werden. Dann nehme man in der Peripherie des um M' beschriebenen Kreises einen beliebigen Punkt P, ziehe die Tangente PS und mache $\angle SPR = \alpha$; ein um M' mit $M's_1'$ als Radius gezogener Kreis schneidet die PR in R.

Schliesslich ziehe man $M's_1'$, $M'R$ und mache $\angle xs_1'M' = \angle M's_1'x' = \angle PRM'$. Die beiden Geraden $s_1'x$ und $s_1'x'$, nach der Methode der reciproken Radien transformirt, ergeben die gesuchten Kreise.

Auf den sonst in der Abhandlung sich findenden Reichthum an grossentheils neuen Sätzen können wir hier nicht näher eingehen.

(Archiv der Mathematik und Physik. 57. Band, S. 31.)

Die Verdienste der Araber um die Theorie der pythagorischen Dreiecke. In seiner Abhandlung über die „rationalen Dreiecke" hat Rath eine Reihe zahlentheoretischer Sätze über diese Gebilde aufgestellt, welche nach seiner und wohl auch nach vieler Anderer Meinung neu waren. Nun hat aber Curtze durch sorgfältige Analyse einer von dem um die Geschichte der Mathematik so hoch verdienten F. Wöpcke übersetzten arabischen Schrift dargethan, dass dem nicht so sei. Der unbekannte Autor kannte bereits folgende Sätze:

Kein pythagorisches Dreieck kann gleichschenkelig sein.

Jede Hypotenusenzahl ist ungerade und kann in die Summe zweier Quadratzahlen zerlegt werden.

Sind a, b, c bezüglich Hypotenuse, erste und zweite Kathete, m und n beliebige Zahlen, so ist

$$a = m^2 + n^2,\ b = 2mn,\ c = m^2 - n^2.$$

Von besonderem Interesse ist der Umstand, dass der Araber eine gewisse Bestimmung präciser formulirt, als sein deutscher Nachfolger. Nach Rath hat nämlich jede Hypotenusenzahl die Form

$$4n + 1.$$

Allein für den speciellen Fall $n = 3m + 2$ bekommen wir hieraus

$$12m + 9 = 3\,(4m + 3),$$

während, wie man leicht sieht, eine Hypotenusenzahl nie gleich 3 sein kann. Dieser Fall muss somit ausgeschlossen bleiben, und dies geschieht, wenn man statt der von Rath gegebenen Form die beiden aus dem 10. Jahrhundert unserer Zeitrechnung stammenden Ausdrücke

$$12m + 1,\ 12m + 5$$

benützt. Umkehren lässt sich übrigens dieser Satz keineswegs.

(Archiv der Mathematik und Physik, 57. Band. S. 216.)

B) Meteorologie.

(Interimistisch bearbeitet von Dr. S. Günther.)

Die Temperaturverhältnisse der höheren Luftschichten. Dass die höheren Luftschichten durchschnittlich wärmer sind als die tiefer gelegenen, ist bekannt; Mendelejeff hat es nun aber unternommen, nicht nur die eigentliche Ursache dieses Factums genauer zu erklären, sondern auch direct mathematisch die Temperaturzunahme der Luft nach oben hin zu discutiren.

Es sei z die Höhe über der Meeresfläche, H die Spannkraft der in der Cubikeinheit enthaltenen Luftmasse, f*) diejenige des der Luft beigemischten Wasserdampfes, Δ die Dichte, α der Ausdehnungscoëfficient der Luft, t die Temperatur; dann bestehen die beiden Differentialgleichungen

$$-dz = \frac{\text{Const.}\ (1 + \alpha t)}{H}\, dH = \frac{\text{Const.}\ (1 + \alpha t)}{\Delta f}\, df.$$

*) Im Originale heisst es in Folge eines Druckfehlers F statt f.

Ist dann H_0 und H_1 der Druck der Luft (die Expansionskraft) im Niveau und in einer gewissen Höhe, f_0 und f_1 das gleiche für den Wasserdampf, so findet man durch Integration zwischen den Grenzen H_0 und H_1, f_0 und f_1

$$f_1 = f_0 \frac{H_1 + nH_1}{H_0 + nH_0}, \quad n = \frac{1 - \Delta}{1 + \Delta},$$

also jedenfalls

$$f_1 \overset{=}{<} f_0 \frac{H_1}{H_0}.$$

Es ergibt sich hieraus, dass die mit grösserer Spannkraft ausgestatteten Wasserdämpfe der unteren Schichten rasch in die Höhe steigen müssen, und schon dieser Bewegungsact bedingt theilweise die höhere Temperatur der oberen Partieen. Allein abgesehen hiervon, dehnen sich die Dämpfe aus, scheiden tropfbar flüssiges Wasser ab, und hierbei wird latent gewesene Wärme frei. Die betreffende Wärmemenge, welche demnach bei jeder Wolkenbildung auftritt, glaubt nun der Verfasser berechnen zu können; er nimmt zu diesem Ende die ganze Atmosphäre als mit Feuchtigkeit gesättigt an, indem sich der durch diese Annahme entstehende Fehler dadurch compensirt, dass nach Angabe der Luftschiffer der Procentgehalt der Luft an Wasserdampf zwar anfänglich steigt, dann aber successive abnimmt. Der Temperatur t, entspricht die Höhe Z_1, die Spannung H_1; dQ ist die Wärmeerhöhung der im Einheitswürfel enthaltenen Luft, dH die entsprechende Zunahme der Spannkraft. Bezeichnet man dann noch durch C und c die specifische Wärme der Luft bei resp. gleichem Druck und Volumen und setzt $\tau = \frac{1}{\alpha} + t$, so ist

$$dQ = Cd\tau - (C - c) \frac{H}{\tau} dH.$$

Denkt man sich ferner die Dämpfe mit einem Male in Wasser verwandelt, so entwickelt sich die Wärmequantität R; man hat $dQ = - dR$. Ist p das specifische Gewicht, r die latente Wärme der Dämpfe, so hat man weiter

$$R = pr, p = \frac{\Delta f}{H - (1 - \Delta) f},$$

oder annäherungsweise

$$p \doteq 0,629 \frac{f}{H}; \; R = \frac{C\varphi(\tau)}{H}; \quad \varphi(\tau) = \frac{0,629\, fr.}{C}.$$

Differentiirt man die zweite dieser drei Gleichungen, so kommt

$$dR = \frac{C}{H} \varphi'_{(\tau)}\, d\tau - \frac{C\varphi(\tau)}{H^2} dH,$$

und hieraus

$$\frac{dH}{d\tau} = \frac{H + \varphi_\tau'}{0,291\, \tau + \frac{\varphi_\tau}{H}}.$$

Diese Grösse $\frac{dH}{d\tau}$ gibt also an, wie sich die Spannkraft einer absolut feuchten Luftmasse vermindert, wenn die darin herrschende Temperatur — ohne Zuführung irgend welcher Luft von der Seite her — um einen Centigrad steigt, und umgekehrt kann man aus bekannten Aenderungen des Expansionsvermögens einen Rückschluss auf die Wärmeverhältnisse

machen. Nachdem der Verfasser schliesslich noch an einigen numerischen Beispielen die praktische Verwendbarkeit seines Verfahrens dargethan hat, sagt er: „On voit donc que l'équation, sans être intégrée, permet de calculer les températures t, des couches supérieures, ou la pression H est donnée, en partant des données initiales H_0, t_0."

(Comptes rendues de l'acad. franç., Tome LXXXI. S. 1182 ff.)

Zur Theorie der Wirbelstürme. Die allgemeine Ansicht über die Entstehung und Fortpflanzung der sogenannten Cyklone, denen man bekanntlich, was den Charakter der Erscheinung anlangt, auch die Stürme unserer Breiten beizählen darf, lässt sich bekanntlich so formuliren. In den oberen Regionen der Luft kämpfen zwei Windrichtungen, die nicht direct einander entgegen wirken, z. B. die beiden Passatwinde; das solchergestalt sich ergebende Kräftepaar muss eine kreisförmige Bewegung der Luftschichten veranlassen, und hiermit ist die Ursache eines Sturmes gegeben. Um aber die gewaltige lebendige Kraft, mit welcher sich derselbe äussert, erklären zu können, muss man nach Espy auf die ältere Brandes'sche Sturmtheorie zurückgreifen; es steigt wärmere Luft in die Höhe, gibt ihren Wasserdampf ab, durch dessen Tropfbarwerden die bisher gebundene Wärme frei wird, und in den so an der Erdoberfläche entstehenden leeren Raum dringen allseitig und mit grosser Gewalt Luftmassen ein, welche bereits eine drehende Bewegung besitzen, und so entsteht dann der eigentliche Drehsturm.

An Stelle dieses letzteren Factums glaubt nun Murphy wenigstens theilweise ein anderes bisher unbeachtet gebliebenes in Betracht ziehen zu müssen, indem er die Reibung der unteren Luftschichten an der Erdoberfläche als Hauptmotiv betrachtet; wir unsererseits möchten noch folgenden Zusatz anfügen. Die eigenthümlich-stereotype Richtung der Passatwinde erklärt sich bekanntlich dadurch, dass die ursprünglich in gerader Linie fortgehenden Luftmassen fortwährend an Orte von grösserer Rotationsgeschwindigkeit gelangen, und auf gleiche Weise glaubt man auch das bekannte v. Baer'sche Gesetz deuten zu können, welchem zufolge das eine Ufer der in der Richtung eines Meridianes fliessenden Ströme besonders stark mitgenommen wird. Der Cyklon wird nun mit relativ grosser Geschwindigkeit die unteren Luftschichten mit Orten in Berührung bringen, deren Rotationsgeschwindigkeit grösser oder geringer (auf der nördlichen Halbkugel gewöhnlich letzteres) ist als diejenige des Entstehungsortes, und es wird so nach Murphy's und unserer Meinung die entstehende und durch Reibung beförderte Retardation eine immer intensivere Drehung des bewegten Luftcylinders in ein und demselben Sinne bewirken müssen. — Principiell wird man die Berechtigung der hier erörterten Auffassung nicht wohl leugnen können.

(Nature vom 8. Juli 1875; auszugsweise Zeitschr. d. österr. Gesellsch. f. Meteorologie, 11. Jahrg., S. 335 ff.)

Die Eisverhältnisse der Polarmeere. Bereits vor langer Zeit suchte der berühmte Turiner Mathematiker Plana durch directe Berechnung des der Erde von der Sonne unter verschiedenen Umständen zugesandten Wärmequantums den Beweis zu führen, dass rings um die beiden Pole je ein offenes Meer sich ausbreiten müsse; später aufgefundene Rechnungsfehler machten dieses Resultat illusorisch. Bekanntlich hat dann Petermann, gleichfalls von theoretischen Motiven geleitet, die Hypothese eines eisfreien Polarmeeres verfochten, und an die praktische Erkenntniss dieser Idee haben die verschiedensten Nationen ihre pecuniären und scientifischen Kräfte gesetzt, bis in neuester Zeit die Rede des ortskundigen Weyprecht vor der Grazer Naturforscherversammlung eine neue Art von Nordpolexpeditionen in Anregung brachte. Im Gegensatz zu Koldewey-Weyprecht

vertheidigt aber ebenfalls in neuester Zeit Charles Grad das offene Circumpolarmeer mit physikalischen Gründen, welche für die physische Geographie von hohem Interesse zu sein scheinen.

Grad nimmt an, dass die Eisdecke in der Nähe des Poles gegen Ende des Sommers wenigstens an einer ganzen Reihe von zusammenhängenden Stellen völlig verschwinden müsse. Von einer fixen Grenze des Polareises kann seiner Meinung zufolge nur in dem Sinne die Rede sein, wie man im Gebirge von einer Schneegrenze spricht; allein so wenig ausgedehnte Felsmassen, welche absolut schneefrei doch noch Tausende von Metern über letztere sich erheben, den Begriff zu alteriren vermögen, ebensowenig kann auch die Existenz offener Stellen jenseits der Eisgrenze an sich geleugnet werden. Wie aber solche Stellen sich bilden können, erörtert Grad ausführlicher, indem er sich auf seine eigenen Gletscherstudien beruft. Er glaubt durch Beobachtung festgestellt zu haben, dass bei einer zwischen 3 und 8 Grad Celsius variirenden durchschnittlichen Sommertemperatur ein in der Höhe von 2—3000^{m} gelegener Ferner eine Eisschicht von 3 bis 4^{m} Dicke durch Schmelzung einbüsse. Andererseits kann man aus theoretischen Gründen schliessen, dass nicht am Pol, sondern in der Gegend des 80. Breitegrades das niedrigste Temperaturmittel anzutreffen sei; auch weiss man aus den Einzelbeobachtungen von Nordenskjöld, Tobiesen, Mac Clintock, Kane und Hayes, dass die durchschnittliche Sommertemperatur der Polarländer eher höher ist als die des St.-Theodulpasses im Kanton Wallis, wo gleichwohl die Sonnenwärme im Verlaufe nur zweier Monate eine Gletscherschicht von 1400^{mm} Mächtigkeit wegzuschmelzen im Stande war. Nimmt man dazu, dass auf jener Passhöhe das Wärmemittel nur 2° C. betrug, dass die gewöhnliche Dicke des Polareises 2^{m} nicht übersteigt, dass in jenen Gegenden eine sehr intensive Insolation den Sommer über zu herrschen pflegt, und dass auch die nachweisbar vorhandenen warmen Meeresströmungen das Auflösungswerk der Sonne unterstützen können — von Japan geht z. B. eine solche Drift gegen den Smith-Sund, von Westindien gegen Spitzbergen — so wird Grad's Ansicht einen immerhin plausiblen Eindruck machen. Seiner Aussage nach constatirt auch der Wiener Meteorolog Chavanne eine beträchtliche jährliche Verschiebung der Gletscher-Grenzen im hohen Norden, wie denn auch zoologische Belege und die Angaben von Hayes, der das offene Meer selbst erblickt haben will, zur Bestätigung dienen müssen. Der Autor schliesst mit den Worten: „Bref, si les marins arrêtés par les glaces au milieu des circonstances défavorables ont parlé de l'existence d'une barrière infranchissable autour du pôle, une étude attentive des conditions physiques de cette région nous permet de prévoir et d'affirmer, pour un avenir prochain, la conquête du pôle par les passes navigables ouvertes à travers les glaces."

Angesichts der neuesten Ocular-Ergebnisse Payer's, welche das Innere des grönländischen Continentes als ein absolut vergletschertes Hochgebirg kennen gelehrt haben, dürfte den lockendsten rein wissenschaftlichen Schlüssen über jene Länder nur eine akademische, an sich freilich immer noch hinlänglich hohe Bedeutung zukommen. Uebrigens scheint uns Grad auf die von Dufour neuerdings studirte Beziehung des condensirten Wasserdampfes zur Gletscheroberfläche zu wenig Gewicht zu legen.

(Bulletin de la société de géographie, Août 1875, S. 207 ff.)

Bibliographie.

November. December. 1875.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Berichte über die Lehr- und Lernmittelausstellung des deutschen Lehrervereins. Berlin. Kastner. 2,50.
Dittes, Geschichte der Erziehung und des Unterrichts. 4. Aufl. Leipzig. Klinkhardt. 3.
—, Schule der Pädagogik. Ebda. 10.
Englmann, das bayrische Volksschulwesen. München. Lindauer. 6,40.
Köhler, die Praxis des Kindergartens. Theoretisch-praktische Anleitung zum Gebrauch der Fröbel'schen Erziehungs- und Bildungsmittel in Haus und Schule. Weimar. Böhlau. 4,60.
Müller, zur Reform der höheren Unterrichtsanstalten. Berlin. Weidmann. 0,40.
Waitz's allgemeine Pädagogik und kleinere pädagogische Schriften. 2 Aufl. Herausg. von Prof. Willmann. Braunschweig. Vieweg und Sohn. 10.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Arithmetik.

Adam, 1500 Aufgaben aus der Buchstabenrechnung nnd Algebra. Neu-Ruppin. Petrenz. 4,40.
Enneper, elliptische Functionen. Theorie und Geschichte. Akademische Vorträge. Halle. Nebert. 16.
Kober, Aufgaben für den Rechenunterricht. 3. Aufl. Dresden. Höckner. 0,60.
Landmesser, methodische Anleitung zur Bildung der Quadrat- und Cubikzahlen, sowie zur Ausziehung der Quadrat- und Cubikwurzel. Bensheim. Lehrmittelanstalt. 1.
Močnik, angewandte Arithmetik. 6. Aufl. Prag. Tempsky. 1,20.
Navier, Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung. Deutsch, mit einer Abhandlung der Methode der kleinsten Quadrate vermehrt v. Wittstein. 2 Bde. 4. Aufl. Hannover. Hahn. 6.
Pahnsch, arithmetische Aufgaben. 7. Aufl. Reval. Kluge. 2.
Pfenninger, Lehrbuch der Arithmetik und Algebra. Zürich. Schulthess. 7.
Ribi, Aufgaben über die Elemente der Algebra, methodisch geordnet und in engem Anschluss an den Leitfaden von Zwicky. 3. Aufl. Bern. Dalp. 0,40.
Sachs, Auflösuugen der in Meier Hirsch, Sammlung von Aufgaben enthaltenen Gleichungen und Aufgaben. 11. Aufl. v. Valentin. Altenburg. Pierer. 5.
Stampfer, logarithmisch-trigonometrische Tafeln. 10. Aufl. Wien. Gerold. 2.
Steck und Bielmayer, Sammlung von arithmetischen Aufgaben in systematischer Ordnung. 3. Aufl. Kempten. Kösel. 1.
Tetmajer, Theorie und Gebrauch des logarithmischen Rechenschiebers. Zürich. Meyer. 2,40.
Treutlein, Geschichte unserer Zahlzeichen und Entwickelung der Ansichten über dieselben. Karlsruhe. Müller und Gräff. 1,60.

Wittstein, 5stellige logarithmisch-trig. Tafeln. 7. Aufl. Hannover. Hahn. 2.

Würth, praktisches Rechenbuch oder Aufgaben zum schriftlichen Rechnen für Schulen. 10. Aufl. des Niepoth'schen Rechenbuch. Giessen. Roth. 0,80.

2. Geometrie.

Dietzel, die Elemente der Schattenconstruction. 3. Aufl. Lpz. Gebhardt. 0,80.

Fiedler, die darstellende Geometrie in organischer Verbindung mit der Geometrie der Lage. Für Vorlesungen an technischen Hochschulen und zum Selbststudium. 2. Aufl. Lpz. Teubner. 18.

Gugler, Leitfaden für den ersten Unterricht in der descriptiven Geometrie. 2. Aufl. Stuttgart. Metzler. 2.

Hankel, die Elemente der projectivischen Geometrie in synthetischer Behandlung. Vorlesungen. Lpz. Teubner. 7.

Krause, Elemente der Geometrie. 1. Abthlg. Geometrie der Ebene. Berlin. Weidmann. 4.

Močník, geometrische Anschauungslehre für Untergymnasien. Wien. Gerold. 2,40.

—, Lehrbuch der Geometrie für die oberen Classen der Mittelschulen. 13. Aufl. Ebda. 3,60.

Schlegel, System der Raumlehre. Nach den Principien der Grassmann'schen Ausdehnungslehre. 2. Thl. Die Elemente der modernen Geometrie. Lpz. Teubner. 7.

Spieker, Lehrbuch der ebenen Geometrie mit Uebungsaufgaben für höhere Lehranstalten. 12. Aufl. Potsdam. Stein. 2,50.

Stegmann, die Grundlehren der Stereometrie. Kempten. Kösel. 1,20.

Steiners Vorlesungen über synthetische Geometrie. 1. Thl. Die Theorie der Kegelschnitte in elementarer Darstellung. Bearb. v. Geiser. Lpz. Teubner. 6.

Uth, Leitfaden für den Unterricht in der Planimetrie. Kassel. Th. Fischer.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Bessel, Bewegungen der Körper im Sonnensystem. II. Sphärische Astronomie. Lpz. Engelmann. 18.

Cantor, die römischen Agrimensoren und ihre Stellung in der Geschichte der Feldmesskunst. Eine histor.-math. Untersuchung. Lpz. Teubner. 6.

Nasmyth und Carpenter, der Mond, betrachtet als Planet, Welt und Trabant. Deutsch von Dr. H. J. Klein. Lpz. Voss. 22.

Steiner, die graphische Zusammensetzung der Kräfte. Ein Beitrag zur graph. Mechanik. Wien. Gerold. 1,60.

Wetzel, allgemeine Himmelskunde. Eine populäre Darstellung dieser Wissenschaft nach den neuesten Forschungen. 3. Aufl. Stubenrauch. 10.

Physik.

Beetz, Leitfaden der Physik. 5. Aufl. Berlin. Nauck. 3.

Bopp, 6 Wandtafeln für Mechanik. Anwendung der Naturgesetze aus dem mechanischen Theil der Naturlehre. Stuttgart. Ulmer. 9.

Bredow, Physik für Elementar-, Mittel- und gewerbliche Fortbildungsschulen, nach der 19. Aufl. von Brettner's Leitfaden f. d. Physik zusammengestellt. Stuttgart. Heitz. 0,75.

Crüger, Grundzüge der Physik mit Rücksicht auf Chemie als Leitfaden für die mittlere physikalische Lehrstufe, methodissh bearbeitet. 17. Aufl. Lpz. Körner. 2,10.
Hager, das Mikroskop und seine Anwendung. Berlin. Springer. 4.
Heussi, der physikalische Apparat. Anschaffung, Behandlung und Gebrauch desselben. Lpz. Frohberg. 10.
Jahrbuch der Erfindungen und Fortschritte auf den Gebieten der Physik und Chemie etc. Herausgegeben von Prof. Gretschel und Prof. Wunder. II. Jahrgang: 1875. Lpz. Quandt und Händel. 5,60.
Kahl, über magnetische Declination und Inclination. Dresden. 0,40.
Kaselowski, Handbuch der Galvanoplastik. 2. Aufl. Stuttgart. Rieger. 4,80.
Lommel, über die Interferenz des gebeugten Lichtes. Erlangen. Besold. 2,30.
Menzel, Wandtafeln für den physikalischen Unterricht in 24 Blättern. Mit Text. Breslau. Morgenstern. 19,20.
Netoliczka, Lehrbuch der Physik und Chemie für Bürgerschulen. 2. Aufl. Wien. Pichler. 3 Stufen à 0,80.
Neumann, Vorlesungen über die mechanische Theorie der Wärme. Lpz. Teubner. 7,20.
Pisco, Lehrbuch der Physik für Untergymnasien. 5. Aufl. Wien. Gerold. 2,80.
Riemann, Schwere, Elektricität und Magnetismus. Nach d. Vorlesnngen bearb. v. Hattendorff. Hannover. Rümpler. 8.
Rühlmann, Handbuch der mechanischen Wärmetheoric. Nach E. Verdet's théorie mécanique de la chaleur bearb. Braunschweig. Vieweg. 8.
Sohncke, über Stürme und Sturmwarnungen. Vortrag. Berlin. Lüderitz 1,20.
Ulffers, Leitfaden für den Unterricht in der Physik. Ein systematischer Unterricht der wichtigsten physikalischen Lehren zum Zweck erleichterter Repetition zusammengestellt. 2. Aufl. Brieg. Bänder. 0,75.
Vierordt, die quantitative Spektralanalyse in ihrer Anwendung auf Physiologie, Physik, Chemie und Technologie. Tübingen. Laupp. 6.
Waltenhofen, Grundriss der allgemeinen mechanischen Physik. Die wichtigsten Lehrsätze der Mechanik fester, flüssiger und gasf. Körper, der mechanischen Wärmetheorie und der Potentialtheorie. Lpz. Teubner. 8.
Wüllner, Lehrbuch der Experimentalphysik. 4. Bd. Magnetismus und Elektricität. Lpz. Teubner. 14.
Zech, das Spektrum und die Spektralanalyse. München. Oldenburg. 3.

Chemie.

Arendt, Grundriss der anorganischen Chemie. Für mittlere und höhere Schulen und für Lehrerseminare. Mit zahlreichen Repetitionsfragen und stöchiometrischen Aufgaben. Lpz. Voss. 5.
—, Auflösungen zu den stöchiometrischen Aufg. 0,80.
Gorup-Besanez, Lehrbuch der Chemie. 2. Bd. Organische Chemie. 5. Aufl. Braunschweig. Vieweg. 13,60.
Handl, kleines Lehrbuch der Chemie. Teschen. Prochaska. 2,40.
Lampert, Leitfaden der unorganischen Chemie. Brieg Bender. 1,25.
Liebig, die Chemie in ihrer Anwendung auf Agricultur und Physiologie. 9. Aufl. Hersg. v. Prof. Zöller. Braunschweig. Vieweg. 6.
Mayer, Lehrbuch der Agriculturchemie in 40 Vorlesungen. 2. Aufl. Heidelberg. Winter. 12.

Neubauer, die gährungshemmende Wirkung der Salicylsäure. Lpz. Barth. 1,40.

Ule, die Chemie der Küche oder die Lehre von der Ernährung und den Nahrungsmitteln und ihren chemischen Veränderungen durch die Küche. Halle. Schwetschke. 2,40.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

van Beneden, die Schmarotzer des Thierreichs. 18. Bd. der internationalen wissenschaftlichen Bibliothek. Lpz. Brockhaus. 5.

Brühl, Zootomie aller Thierclassen. Mit 4000 nach der Natur gez. Fig. Atlas in 50 Lfg. zu 4 Taf. Wien. Hölder. à 4.

Dressler, Lehrbuch der Anthropologie zum Unterricht an höheren Schulen. 1. Bd. Anatomie. Lpz. Klinkhardt. 3,20.

Häckel, Ziele und Wege der heutigen Entwickelungsgeschichte. Jena. Dufft. 2,40.

Hayek, Grundriss der Zoologie. Wien. Gerold. 5,20.

Keller, die äussere Haut. Nach den besten Mustern für Schulen bearb. Chromolith. auf Leinwand. Karlsruhe. Kreuzbauer. 6.

—, das Skelet des Menschen. Ebda. 6.

—, die Leber mit Blutgefässen und Gallengängen. Ebda. 6.

Knauer, Beobachtungen an Reptilien und Amphibien in der Gefangenschaft. Ein kleiner Breitrag zur näheren Kenntniss des Lebens dieser Thiere. Wien. Hölder. 1,60.

Kummer, die Mutterliebe der Thiere. Lpz. Hirt und Sohn. 3,50.

Lamarck, zoologische Philosophie. Aus dem Franz. v. Lang. Jena. Deistung. 10.

Leydig, über die allgemeinen Bedeckungen der Amphibien. Bonn. Cohenn. 3.

Moleschott, der Kreislauf des Lebens. 5. Aufl. Mainz. Zabern. 3.

Pokorny, illustrirte Naturgeschichte des Thierreichs. 13. Aufl. Prag. Tempsky. 2.

Ramann, der Schmetterlings-Sammler, eine praktische Anleitung für Schmetterlingsfang und Zucht. Berlin. Voigt. 9.

Ratzeburg, die Waldverderber und ihre Feinde. 7. Aufl. in vollst. neuer Bearbeitung von Judeich. Berlin. Nicolai. 15.

Rütimeyer, die Veränderungen der Thierwelt in der Schweiz seit Anwesenheit des Menschen. Basel. Schweighauser. 2.

Selenka, Taschenbuch für zoologische Vorlesungen und Uebungen. Erlangen. Besold. 2.

2. Botanik.

Bliche, der kleine Botaniker. Phanerogamen. Nach dem Linné'schen System bearbeitet. 2. Aufl. Langensalza. 2,50.

Cohn, Beiträge zur Biologie der Pflanzen. Breslau. Kern. 11.

—, Kryptogamenflora von Schlesien. 1. Gefässkryptogamen, bearb. v. Stenzel. Laub- und Lebermoose, bearb. v. Limpricht. Characeen bearb. v. Braun. Breslau. Kern. 11.

Hallier, Reform der Pilzforschung. Offenes Sendschreiben an Herrn Prof. De Bary zu Strassburg. Jena. Dufft. 0,50.

Hochstetter, populäre Botanik. 4. Aufl. Stuttgart. Schickhardt. 6.

Hoffmann, Lehrbuch der praktischen Pflanzenkunde in Wort und Bild. 20 Lfgn. Stuttgart. Hofmann. à 1,50.
Leitgeb, Untersuchungen über die Lebermoose. Jena. Deistung. 16.

3. Mineralogie.

Falb, Gedanken und Studien über den Vulcanismus. Graz. Leykam. 8.
Fellöcker, Anschauungsunterricht in der Mineralogie. 3. Aufl. Wien. Gerold. 0,80.
Fuchs, Vulkane und Erdbeben. Lpz. Brockhaus. 6.
Groth, physikalische Krystallographie und Einleitung in die krystallographische Kenntniss der wichtigeren Substanzen. Lpz. Engelmann. 16.
Klein, Einleitung in die Krystallberechnung. Stuttg. Schweizerbart. 12.
Möller, Naturgeschichtsbilder. Ein Hilfsbuch für Real-, Elementar- etc. Lehrer. 3. Thl. Die Vertreter des Mineralreichs. Lpz. Teubner. 1,20.
Nies, aphoristische Studien über den Verwitterungsprocess der Gesteine. Stuttgart. Lindemann. 1,50.
Rammelsberg, Handbuch der Mineralchemie. 2. Aufl. Lpz. Engelmann. 16.
Rossmässler, die Geschichte der Erde. 3. Aufl. Heilbronn. Henninger. 6,50.
—, das Wasser. 3. Aufl. Lpz. Brandstetter. 10.
Schleiden, das Salz. Seine Geschichte, seine Symbolik und seine Bedeutung im Menschenleben. Eine monographische Skizze. Lpz. Engelmann. 6.

Geographie.

Baltzer, über Bergstürze in den Alpen. Zürich. Schabelitz. 1,60.
Issleib, neuester Repetitionsatlas, ein Hülfsmittel beim geogr. Unterricht mit bes. Rücksicht auf Amthor und Issleib's Volksatlas. 5 Curse. Gera. Issleib. 3,50.
Kozenn's geographischer Schulatlas für Gymnasien, Real- und Handelsschulen. 20. Aufl. Wien. Hölder. In 36 Karten: 5,60, in 48 Karten: 7.
Löher, griechische Küstenfahrten. Bielefeld. Velhagen. 5.
Müller, Wandkarte von Frankreich. Weimar. Photolith. Inst. 9.
—, Wandkarte von Grossbritannien. Ebda. 8.
Payer, die österreichisch-ungarische Nordpolexpedition in den Jahren 1872—74. Wien. Hölder. 24 Lfgn. à 0,50.
Rohlfs, Beiträge zur Entdeckung und Erforschung Afrika's. Lpz. Dürr. 4,50.
Schlagintweit, Rob., die Prairien des amerikan. Westens. Lpz. Mayer. 3,60.
Stieler, Handatlas über alle Theile der Erde. Neue Bearbeitgn. aus dem J. 1875. 1. Abth. 10 Karten. Gotha. Perthes. 5 Einzelne Blätter. 0,80.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Von der Naturforscher-Versammlung in Graz (September 1875).

Rede gehalten am 21. Septbr. von Dr. S. Günther aus München über das Thema:

Die Ziele und Resultate der neueren mathematisch-historischen Forschung.*)

Hochgeehrte Versammlung!

Nicht ohne Kühnheit ist das Unternehmen, einer Versammlung von Beförderern und Freunden der Naturwissenschaften im allgemeinsten Sinne des Wortes Bericht über die Leistungen einer Disciplin abzustatten, welche man als sehr speciellen Theil einer ohnehin specielle Zwecke verfolgenden Wissenschaft zu betrachten gewohnt ist. Und um so gewagter muss unser Vorhaben erscheinen, wenn wir uns vergegenwärtigen, dass selbst ein grosser Theil der engeren Fachgenossen nur allzu geneigt sein wird, die Beschäftigung mit solchen Fragen als etwas Exoterisches zur Sache gar nicht eigentlich Gehöriges und für die Theorie Gleichgiltiges anzusehen. Allein gerade darum dürfte es an der Zeit sein, aus dem engeren Kreise der Wissenschaft hinaus in die Oeffentlichkeit zu treten, mit kurzen Zügen eine Reihe der durch den unermüdlichen Sammelfleiss der Forscher zu Tage geförderten Thatsachen dem Publicum vorzulegen und direct an den besser zu unterrichtenden Gerichtshof zu appelliren.

Die geschichtliche Behandlung von Fachfragen bildet in allen anderen Branchen eo ipso einen integrirenden Bestandtheil der Wissenschaft. Eine Theologie ohne Kirchen- und Dogmengeschichte, eine Jurisprudenz ohne Rechtsgeschichte vermögen wir uns nicht zu denken; die Philosophie räumt der Charakterisirung längst vergangener Lehrmeinungen eine ehrenvolle Stelle in ihrem Systeme ein, und selbst die in unseren Tagen so hoch ausgebildete militairische Wissenschaft gibt dem lebendigen Studium der Kriegsgeschichte den Vorzug vor den systematischen Disciplinen der Taktik und Strategie. Anders in den Naturwissenschaften, denen wir — schon dem von altersher bei den Naturforscher-Versammlungen herrschenden Usus zufolge — doch auch die Mathematik beizählen dürfen.

Nicht immer war es so. Fast möchte man, wenn man aufmerksamen Blickes die Entwickelung des gewaltigen Complexes von Disciplinen verfolgt, welche man heutzutage mit dem Gesammtnamen der scientia naturalis zu belegen pflegt, zu der Ansicht kommen, dass in dem Masse als Wissens-

---

*) Abdruck aus dem Tageblatt der Naturforscher-Versammlung zu Graz S. 130.

erweiterung und Verbreiterung zunahm, auch der historische Sinn abhanden kam. Greifen wir, um ein Exempel vor Augen zu haben, aus dem vorigen Jahrhundert die Periode heraus, welcher Albrecht v. Haller den Stempel seines Geistes aufgedrückt hat, so dürfen wir dreist behaupten, dass es damals keinen Botaniker gab, der nicht seinen Plinius, keinen Mediciner, der nicht seinen Hippokrates, keinen Mathematiker, der nicht seinen Euklid von innen und aussen kannte. Und doch waren damals die Hilfsmittel einer rationell-historischen Forschung noch äusserst dürftige, noch durfte der Beistand, welchen die Alterthumswissenschaft für die Erkenntniss antiker und mittelalterlicher Leistungen anbieten konnte, nur gering angeschlagen werden. Und heute, wo die Methode sich so unendlich vervollkommnet hat, wo eine Disciplin der anderen in die Hand zu arbeiten vermag, heute hat sich dieses Verhältniss so ganz geändert, dem Studirenden bleibt die Vergangenheit seiner Specialwissenschaft eine terra incognita, und man darf noch froh sein, wenn er geschichtliche Studien nur als überflüssig, nicht auch als geradezu schädlich zu betrachten gelernt hat.

Freilich gibt es der Erklärungsgründe für diese an sich gewiss nicht erfreuliche Erscheinung genug. Um das Jahr 1775 mochte es noch Polyhistren geben, welche eine ganze Anzahl von Wissenschaften nach damaligem Zuschnitt, Vergangenheit und Gegenwart in Einem Kopfe unterzubringen im Stande waren — diese Zeit ist unwiederbringlich dahin. Mit Recht kann man sagen, dass nur das Bewältigen des momentanen status quo für unsere Epoche die Arbeitskraft des Einzelnen hinlänglich absorbire, dass selbst bei Specialfächern von mässigem Umfang der so immens nach innen vertiefte Inhalt mit Aufgebot aller Kräfte gewonnen werden wolle. Und zu diesem reellen Abhaltungsgrunde tritt dann die freilich schon mehr banale Ausrede hinzu: Von jenen Alten liesse sich doch nichts Neues lernen, eine Kenntnissnahme vergangener Irrthümer aber biete höchstens ein psychologisches, keineswegs ein wirklich scientifisches Interesse.

Es ist nicht unsere Aufgabe, die Paralogismen zu widerlegen, dies ist theils durch das Wort, theils durch die That von Männern gethan worden, deren Nennung schon ihrem Bestreben Achtung verschaffen muss. Für die Mathematik hat Lagrange, für das Gesammtgebiet der kosmisch-tellurischen Disciplinen Alexander v. Humboldt, für die beschreibende Naturwissenschaft Cuvier den Nachweis erbracht, dass nur durch historische Rückblicke die einzelnen Probleme unter einander in Verbindung gesetzt, überhaupt klar in ihrer Stellung zum grossen Ganzen erfasst werden können. Und dies Bewusstsein haben bis in die neueste Zeit herein die erleuchtetsten Geister stets zum Ausdruck gebracht; es genüge an Dubois-Reymond's diesen Gegenstand behandelnde Broschüre zu erinnern.

Und in der That, nur zwei Mittel gibt es, den gerade jetzt fortgesetzter Arbeitstheilung gegenüber so nothwendig werdenden Zusammenhang selbst innerhalb einer einzelnen Disciplin aufrechtzuerhalten, philosophische Systematisirung und geschichtliche Deduction des Ursprungs aus ein und derselben Quelle. Da aber durch eigene Schuld der systematische Theil der Philosophie für die Naturforschung mehr oder weniger sich unmöglich gemacht hat, so gewinnt das historische Bindeglied eine um so erhöhtere Bedeutung.

Die Mathematik hat mit den übrigen inductiven Wissenschaften — und diesem Begriffe dürfen in der Neuzeit doch alle naturwissenschaftlichen Disciplinen mehr und mehr subsumirt werden — das gemein, dass sie, ganz abgesehen von allen sachlichen Vortheilen, einen directen pädagogischen Nutzen aus der geschichtlichen Forschung ziehen kann. Gar Viele werden sich des halb verblüffenden, halb komischen Eindrucks erinnern, den in ihrem eigenen geometrischen Studium der berühmte magister matheseos, der pythagoreische Lehrsatz, machte, als er vor ihnen auftauchte; neun-

undneunzig Schüler unter hundert ergreift Verwunderung über dieses seltsame Gebilde menschlicher Einbildungskraft, welches ihrer Meinung zufolge doch nur der baroken Idee eines Stubengelehrten seine Entstehung verdanken konnte. Und nicht ganz unrecht wird man dieser Auffassung geben können, wenn man das isolirte Theorem eingeschnürt in die spanischen Stiefeln des Euklidischen Systems den jungen Geistern vorführt. Wie anders jetzt, wenn man auf dem didaktisch richtigeren genetischen Wege den Nachweis führt, wie theils auf algebraisch-geometrische Versuche der Addition von Zahlenreihen, theils auf einfache und in die Augen springende Flächensätze sich stützend, der berühmte Mathematiker durch einen ganz naturgemässen Denkprocess auf eine Wahrheit hingeführt wurde, deren Beweis a posteriori freilich auf solchen Entdeckungsweg nicht schliessen lässt. Und auch jeder Lehrer der irrthümlich so genannten höheren Mathematik wird zugestehen müssen, dass die Elemente der Differential- und Integralrechnung selbst bei Neulingen ein ganz anderes Ansehen gewinnen, wenn ihnen zuvor in kurzen Zügen die Maximumprobleme des siebzehnten Jahrhunderts und die metrischen Bestrebungen des Archimedes vorgeführt worden sind.

Aber noch in einer anderen, und zwar für das allgemeine Interesse bedeutungsvolleren Beziehung stellt sich uns die Geschichte der mathematischen Wissenschaften dar, und diese Seite vornehmlich ist es, deren Beleuchtung wir uns an diesem Orte zur Aufgabe gesetzt haben. Eine bekannte und von Jedermann anerkannte Thatsache ist es, dass der Stand, welchen die Wissenschaften im Allgemeinen in irgend einem Zeitalter behaupteten, ein vorzügliches Mittel zur Erkenntniss des damals herrschenden geistigen Lebens darbietet, dass die engste Beziehung zwischen wissenschaftlicher und Culturgeschichte obwaltet. Darauf aber scheint weniger geachtet worden zu sein, dass nicht eine Sparte so gut zu diesem Dienste sich eignet, wie diese oder jene andere; was wir behaupten, ist, dass aus dem Studium früherer Phasen keiner anderen Wissenschaft so reiche Streiflichter auf die Geschichte des menschlichen Geistes selbst fallen, als aus dem der Mathematik, eingerechnet ihren Kreis von Unter-Disciplinen. Vorzugsweise gilt dies für die Zeit des Alterthums und Mittelalters, und wenn man, wie dies jetzt öfter geschieht, den dieses Feld bebauenden Männern den Vorwurf gemacht sieht, sie beschränkten sich zu exclusiv auf jene. sterilen Perioden und vernachlässigten darüber die Jetztzeit, so hat man übersehen, dass gerade dort für die Einsicht in den Menschen und Völker beseelenden Geist unendlich viel zu holen ist. Selbst der nicht mathematische Geschichtschreiber wird sich diesem Bewusstsein nicht entziehen können und gerade bei den ausgezeichnetsten Repräsentanten dieser höheren Geschichts-Auffassung, bei Buckle z. B., können wir bereits die Spuren der Mitberücksichtigung solcher Elemente wahrnehmen, die den Männern der Routine unendlich fremdartig und heterogen dünken.

Führen wir jetzt einige Beispiele vor, die als Beleg der soeben formulirten Auffassung dienen mögen. So lange mathematisch-historische Forschung mit wirklichem Ernste getrieben wurde, also etwa seit dem Ende des siebzehnten Jahrhunderts, dauert ununterbrochen, wenn auch hie und da Jahrzehnte hindurch pausirend, der Streit um die Entstehung des so unendlich geistreich construirten Zahlensystemes, welches die Culturvölker des Occidents seit langer Zeit in ererbtem Besitze halten. Heftig ward hier für den griechisch-römischen, dort für den orientalischen Ursprung des ebenso einfach, wie künstlich angelegten Rechenmechanismus gefochten, dessen Wesen nur der wahrhaft würdigen kann, der weiss, mit welcher Mühe die bedeutendsten Köpfe der Vorzeit Aufgaben kaum zu lösen vermochten, deren Erledigung dem Elementarschüler unserer Tage im Kopfe gelingt. Man erkennt leicht, dass eine solche Streitfrage allseitig in die

verschiedenartigsten Gebiete hinübergreifen, dass sie von der politischen und socialen Geschichte die mannigfachsten Hilfsmittel borgen musste, dafür aber auch diesen Disciplinen wieder mächtige Anregung gewährte. Und als endlich ganz neuerlich durch die Riesenleistungen eines deutschen Gelehrten, des in seinem Vaterlande freilich kaum anerkannten Franz Wöpcke, die Hauptfrage entschieden war, als nur noch von einer indischen Entstehung unserer Rechnungsmethoden und Zahlzeichen die Rede sein konnte, da erhob sich ein neuer heftigerer Streit über die Art der Uebermittlung. Noch ist derselbe nicht ausgetragen, noch hat keine endgiltige Gewissheit die zahlreichen, mit mehr oder weniger Geist aufgestellten Hypothesen annullirt oder bestätigt, und doch darf schon in dem eben jetzt erreichten Stadium des Kampfes mit Sicherheit behauptet werden, dass eine Menge der wichtigsten Fragen bezüglich des geistigen und materiellen Wechselverkehrs der verschiedenen Culturvölker durch ihn ihre Lösung oder doch beträchtliche Förderung erfahren haben. Es genüge zur Bekräftigung dieses Urtheils die Bemerkung, dass nach der einen Ansicht eine directe Transferirung indischer Kenntnisse nach Griechenland ohne Vermittelung anderer Ostvölker statthatte, eine Transferirung, über deren Zeitalter von Pythagoras bis zu den Alexandrinern der byzantinischen Periode die Meinungen schwanken, dass dagegen Andere dem auch in so vielen anderen Beziehungen das Medium bildenden arabischen Volk die Rolle der Aufnahme und Weiterverbreitung jener Erfindung zuweisen. Es erhellt, dass solchergestalt so ziemlich alle Länder der griechich-mittelalterlichen Weltanschauung mit hereingezogen werden, dass also für deren interne Verhältnisse gar manches interessante Factum klargelegt wird, dessen Aufhellung der Geschichte von Schlachten und Bündnissen gewiss nicht gelungen wäre. Um auch hier wieder auf Einzelheiten hinzuweisen, sei des tiefgehenden Unterschiedes gedacht, welchen mathematisch-historische Forschung in den beiden Hälften des arabischen Weltreiches aufgedeckt hat. Denn tiefer als die sonst wohl bekannte Thatsache, dass den Osten das alte Chalifat Bagdad mit seinen souveränen Ländern bedeckte, während im Westen die marokkanischen und spanischen Mauren selbständige Reiche gegründet hatten, greift doch wohl der Umstand, dass beide Volkstheile dem Aussehen nach total verschiedene Ziffern bei ihrem Calcul zu Grunde legten. Und während die im Mutterland verwandten Zahlzeichen geradezu ihren indischen Ursprung verrathen, schienen jene anderen, die in der Geschichte der Mathematik berühmt und fast berüchtigt gewordenen Gobarziffern dem Boden, auf welchem sie gebraucht wurden, selbst entwachsen zu sein. Noch freilich sind nicht alle Detailfragen erschöpft, welche sich an diese merkwürdige Erscheinung knüpfen lassen, die Sache selbst aber steht unzweifelhaft fest und scheint berufen, für gar manche nicht eben unmittelbar damit zusammenhängende Probleme den Schlüssel an die Hand geben zu sollen.

Das so eben erörterte Beispiel bezog sich auf einen mathematischen Gegenstand, dessen Wesen von der sachlichen Seite aus wohl Jeder kennt oder doch zu kennen glaubt; überdies gewinnen diese historischen Vorarbeiten gegenwärtig ein um so höheres Interesse, als das durch sie in seinen Grundzügen dargelegte Zehnersystem seine Allgewalt über die verschiedensten Zweige des Mass- und Verkehrswesens auszudehnen beginnt. Ganz ebenso aber, wie die Anfänge der Arithmetik hat auch der Urzustand der Geometrie neuerdings die Aufmerksamkeit der Historiker auf sich gezogen, und wenn auch die Ergebnisse auf diesem Gebiete noch weniger in die Augen fallen, als auf jenem ersten, so sind sie doch in ihrer Eigenartigkeit nicht minder bedeutsam.

Schon der alte völkerkundige Herodot weist auf Egypten als das Mutterland des Raumlehre hin und stützt seine Erzählung durch die be-

kannten Ueberschwemmungsverhältnisse des langgestreckten Stromthales. Seine Mittheilungen trugen nichts Unwahrscheinliches an sich, und da man überdies genau wusste, dass gar viele der älteren griechischen Denker, ein Thales, ein Pythagoras und manch Andere die Elemente ihres mathematisch-astronomischen Wissens aus jenem Lande herübergeholt hatte, so war man auf's Höchste gespannt, über Umfang und Wesen jener egyptischen Wissenschaft Genaueres in Erfahrung zu bringen — der vorwiegend geometrische Charakter derselben ward im Gegensatze zu der babylonisch-phönizischen Vorliebe für Rechnung auch von anderen Autoren ausdrücklich hervorgehoben. Lange wartete man vergebens, da führte ein glückliches Ungefähr einem englischen Aegyptologen einen Papyrus in die Hände, welcher gleich dem ersten Augenscheine mathematischen Inhaltes zu sein schien. Durch eine zweite Schicksalsgunst fiel die wissenschaftliche Ausbeutung des herrlichen Fundes zwei deutschen Gelehrten zu, die in den beiden hier zur Verwerthung kommenden Fächern, Geschichte der Mathematik und Hieroglyphenkunde, zu den Ersten zählen; gegenwärtig liegt der Inhalt des Papyrus erschlossen da, und in kurzer Zeit haben wir eine Publication zu erwarten, die für Jedermann, möchte man sagen, das höchste Interesse bieten muss. Und für den die wissenschaftlichen Zustände des Nil-Landes studirenden Forscher steigert sich das Interesse, wenn er vernimmt, dass wir hier kein gelehrtes, für die höheren Kasten berechnetes Lehrbuch, sondern lediglich ein handwerksmässiges Vademecum der gewerblichen Rechenkunst und Geometrie vor uns haben, wie es wohl der handwerksmässige, nicht dem Priesterstande angehörige Feldmesser seinen praktischen Verrichtungen im Alltagsleben zu Grunde zu legen pflegte. Dem Fachmanne selbst sind die durch dieses Büchlein, durch diese Eselsbrücke gebotenen Thatsachen unschätzbar; die Form der egyptischen Bruchrechnung wird uns aus einer Reihe völlig durchgerechneter Exempel klar, die Ausmessung selbst complicirterer Flächenformen tritt uns vor Augen und, was vielleicht sachlich am wichtigsten ist, die ersten schüchternen Anfänge trigonometrischer Rechnung sind zu erkennen. Gerade hier aber stellt sich uns wiederum ein merkwürdiger Contact zwischen mathematischer und allgemeiner Culturgeschichte dar, denn die Figur, deren Discussion eben eine Art goniometrischer Functionen erfordert, ist nichts anderes, als der Durchschnitt einer Pyramide; die Genese dieses Wortes galt bisher für unerklärbar, sie ist dies nicht mehr, wenn wir berücksichtigen, dass eine der ausgezeichneten Linien jener Beispielsfigur den Terminus technicus pyr-em-us führt. Und auch aus dem kurzen Abriss der praktischen Stereometrie, den die Handschrift mittheilt, lässt sich ein eigenthümlicher Schluss auf die häuslichen Verhältnisse der alten Aegypter von nun mehr 4000 Jahren ziehen. Denn die darin gegebene Regel zur Inhaltsbestimmung der Hohlmasse weicht so weit von der für unsere Formen giltigen ab, dass an einen mathematischen Fehler gar nicht gedacht werden kann; vielmehr scheinen die gewöhnlichen Gefässe der Aegypter nicht die cylindrische Form besessen zu haben, welche bei uns für selbstverständlich gilt.

Hiermit ist aber die Bedeutung des Papyrus nicht abgeschlossen. Mit einer an's Unglaubliche grenzenden Constanz finden sich die in ihm niedergelegten Verfahrungsweisen durch das ganze Mittelalter hindurch wieder und geben so Gelegenheit, die Unzerstörbarkeit geistiger Errungenschaften klar hervortreten zu lassen.

Werfen wir jetzt noch einen kurzen Blick auf eine Nachtseite unseres Gebietes. In lichtvoller Weise hat vor Kurzem Professor Rollet uns die so eigenthümliche Doppelnatur des grossen Deutschen gekennzeichnet, der, mit dem einen Fusse noch in mittelalterlichen Begriffen und Vorstellungen wurzelnd, auf der anderen Seite der exacten Forschung neue ungeahnte

Bahnen erschloss. Dieser Mann, Johannes Kepler, kann so recht als Prototyp einer wissenschaftlichen Richtung gelten, welche in die Tiefen mystisch-theologischer Speculationen über das Wechselverhältniss guter und böser Geister mathematisch-astronomische Elemente hineinzutragen bestrebt war und so einen neuen ausgedehnten Wissenszweig begündete, den man nicht unpassend mit dem Namen der „Dämonologie“ bezeichnen könnte. Als charakteristisch hierfür mag man das Studium jener Gebilde nennen, welche wir Sternvielecke nennen, wie denn schon in dem Worte Trudenfuss für das durch Goethe's „Faust“ berühmt gewordene Pentagramma die Nebenbedeutung durchblickt. Ein tiefes psychologisches Interesse gewährt es, denselben Gelehrten, der soeben in streng wissenschaftlicher Weise über die Seiten und Winkel solcher Figuren seine Betrachtungen anstellte, vielleicht auf der nächsten Seite seines Werkes die Verwendung derselben zu Amuleten und Beschwörungen auseinandersetzen zu sehen. Was in der Geometrie der Trudenfuss, dies ist in der Arithmetik das magische Quadrat, jene sonderbare Zusammensetzung von Zahlen, welche auf Dürer's bekanntem Stiche „die Melancholie“ als Symbol mathematischen Grübelns auftritt; von ihrem Wesen möge dem Fernerstehenden beifolgende Figur Kenntniss geben:

	3	20	7	24	11	65
	16	8	25	12	4	65
	9	21	13	5	17	65
	22	14	1	18	10	65
	15	2	19	6	23	65
65	65	65	65	65	65	65

Auch hier gewährt es dem Forscher hohe Befriedigung, in einem Gegenstande, welcher bei den alten Arabern lediglich eine mystische Bedeutung zu haben schien, ein interessantes Problem eines der feinsten Zweige der Mathematik, der sogenannten Zahlentheorie zu erkennen und zu untersuchen, wie halb mit Bewusstsein, halb auch ahnungslos alle späteren Mathematiker und Kryptographen aus ein und derselben Quelle, einem byzantinischen Manuscripte des dreizehnten Jahrhunderts, herleiten. Die angeführten Proben mögen zur Begründung und Illustrirung der obigen Thesen ausreichen. Nur mit wenigen Worten aber möge auf einen Gewinn hingewiesen werden, welcher der allgemein-philosophischen Erkenntniss aus den Resultaten mathematisch-historischer Arbeit erwächst. Scharfsinnig und klar wie stets, hat vor Allem der unvergessliche Hankel auf die Moral aufmerksam gemacht, welche aus der Entwicklungsgeschichte der Mathematik mit Bezug auf das bekannte Sprichwort „Man soll den Stier nicht bei den Hörnern packen“ hervorgeht.

Unendlich viel Mühe hat seit Jahrhunderten der menschliche Geist auf die beiden Probleme der Kreisquadratur und des Perpetuum mobile gewendet, ohne bei diesen directen Bohrversuchen wesentlich tiefer gelangt zu sein; gegenwärtig sind beide Fragen erledigt, freilich in einem andern als dem Sinne der ursprünglichen Problemsteller. Und noch klarer tritt jene Wahrheit für den eigentlichen Fachmann an's Licht, wenn er sich der so zahlreichen fruchtlosen Versuche, durch Bestimmung des die Primzahlen beherrschenden Gesetzes der Lehre von den Zahlen eine ganz neue Seite abzugewinnen, erinnert, wo dann endlich von einer scheinbar ganz entlegenen Seite her durch Riemann die Spur

entdeckt wurde, deren Verfolgung höchst wahrscheinlich zu dem ersehnten Ziele leitet.

Hiermit schliesst unser Versuch, auch allgemeines Interesse auf einen der schönsten Zweige wissenschaftlicher Bestrebung hinzulenken. Möge man allseitig die Ueberzeugung gewinnen, dass zum Verständniss der Völker- und Menschenseele in ihrer Verschiedenheit nach Raum und Zeit die Geschichte der Mathematik keinen unwesentlichen Factor bilde. (Stürmischer Beifall.)

Nekrologie.

1875.

Dr. Nolte, Prof. der Botanik, Director des botanischen Gartens in Kiel, * Hamburg 24. XII. 1791, † 13. II.

Dr. Fr. Wilh. August Argelander, Prof. der Astronomie zu Bonn, * 22. III. 1799 zu Memel, † 17. II. A. war bis 1825 Gehülfe unter Bessel an der Königsberger Sternwarte, dann Director der Sternwarte zu Abo und Helsingfors, und leitete seit 1837 die Sternwarte Bonn. Berühmt sind seine Untersuchungen über die Bahn des grossen Kometen von 1811, seine Uranometria nova etc., Darstellung der im mittleren Europa mit blossen Augen sichtbaren Sterne und sein kürzlich vollendeter Himmelsatlas, der sämmtliche Sterne 1.—9,5. Grösse umfasst.

Sir Charles Lyell, der berühmte englische Geolog, Dr. jur., Mitglied der royal und geol. Society, * 14. X. 1797 zu Kinnordy, Forfarshire (Schottland), † 23. II. in London. L. war der Sohn des 1849 verstorbenen Botanikers Charles L., ursprünglich Jurist in Oxford, dann Privatmann in London, 1832 auch geologische Vorlesungen am Kings College daselbst haltend. Machte häufig geologische Reisen nach Deutschland, Frankreich, Italien, Schweden, Amerika etc. Ausser seinen Hauptwerken: Principles of geology, Elements of geology, Travels in N.-America, with geol. obs., veröffentlichte er eine grosse Reihe von Aufsätzen in den Philos. trans. und im quaterly Journal of the geol. Soc. of London.

Dr. John Edward Gray, ein unermüdlicher Forscher auf dem Gebiet der Naturwissenschaften, * 1800 zu Walsall in Staffordshire, † 7. III. Er veröffentlichte sein erstes Werk 1828 und seitdem sind nahezu 130 längere oder kürzere Arbeiten aus seiner Feder geflossen. Er war bis vor kurzem im brittischen Museum angestellt, für dessen zool. Sammlungen er Unschätzbares geleistet hat.

Peter Andreas Christian Heiberg, Verfasser des conspectus criticus diatomacearum danicarum (1863), von 1866—68 Redacteur der Botanisk Tidsskrift, † 20. III.

Daniel Hanbury, * 11. IX. 25, † 24. III. auf seinem Landsitz in Clapham. Er hat sich einen Namen erworben durch seine botanischen Forschungen, namentlich über pharmaceutische Pflanzen; über Abstammung des Styrax, des Weihrauchs, des Gummigutt, der seltneren Cardamomensorten, der Pareira brava, der Ratanhia von Savanilla. Erst er entdeckte die Pflanze, welche die seit 10 Jahrh. bekannte Drogue Galgant (Galanga) liefert.

Dr. Friedrich Julius Richelot, Professor der Mathematik an der Universität Königsberg, * 6. XI. 1808, † 1. IV. Seine mathematischen Arbeiten finden sich vorzugsweise in Crelle's Journal und in den Astron. Nachrichten.

Dr. Johann Gottlieb, Prof. der Chemie und Rector magnificus der technischen Hochschule zu Graz, * 15. II. 1815 zu Brünn, † 4. IV. Einer der hervorragendsten Chemiker Oesterreichs. Am bekanntesten dürften seine Untersuchungen über die Fettsäuren sein, denn diese machten s. Z. in ihren Ergebnissen allgemeines Aufsehen; die letzten Jahre über beschäftigte er sich vorwiegend mit Untersuchungen über die Citrakonsäure und deren Derivate (vergl. Liebigs Annalen). Von seinen Büchern ist das bedeutendste sein grosses Lehrbuch der reinen und technischen Chemie.

Claude Louis Matthieu, der franz. Astronom und Chemiker, * 25. XI. 1783 als Sohn eines Schreiners in Mâcon, † 6. IV. Er kam 1801 nach Paris, und trat, nachdem er seine Studien in der polytechnischen Schule zurückgelegt, 1806 an Stelle seines Freundes Arago, der eben für die Verlängerung des franz. Meridians nach Spanien geschickt worden war, bei der Sternwarte ein. In Folge von Messungsarbeiten, die er mit Biot ausführte, erhielt er von der Akademie der Wissenschaften mehrere Preise, und wurde im Jahre 1817 an Stelle Meissier's ihr Mitglied. Dann wirkte er im Bureau des longitudes, als Prof. der Analysis und Mechanik in der polytechn. Schule etc. Er hat auch eine politische Laufbahn hinter sich, indem er zu wiederholten Malen in die Volksvertretung gewählt wurde, in welcher er auf der äussersten Linken sass. M. hat sich auch um die definitive Einführung des metrischen Decimalsystems sehr verdient gemacht. Die Gattin M.'s war eine Schwester François Arago's.

Samuel Heinrich Schwabe, Hofrath, Apotheker in Dessau, * 25. X. 1789, † 10. IV. Entdeckte am 17. XII. 1827 auf seiner Privatsternwarte die Excentricität des Saturnrings und später, dass derselbe nicht dem Aequator parallel liegt. Seit 1826 machte er ununterbrochene Beobachtungen der Sonnenflecke.

Dr. Anton Schrötter, Ritter v. Crystelli, Prof. am Polytechnikum in Wien, Generalsecretär der Akademie der Wissenschaften, * 26. X. 1802 in Olmütz, † 15. IV. Veröffentlichte über 100 Abhandlungen in Poggend Ann., den medicin. Jahrb. des österr. Kaiserstaates, sowie in den Sitzungsberichten der Wiener Akademie.

Johann Wenzel Sekera, Apotheker, † 21. IV. in Münchengrätz in vorgerückten Jahren. Seit 40 Jahren hat derselbe die Erforschung der böhmischen Flora zu seiner Lebensaufgabe gemacht. Seine Erfahrungen sind grösstentheils in Skofitz's österr. botan. Zeitschrift niedergelegt.

Dr. Phil. Georg Ludwig Carius, Prof. der Chemie in Marburg, * 1829 zu Barbis in der Provinz Hannover, † 24. IV.

M. Winwood-Reade, renommirter Afrikareisender, † April, 37 Jahre alt, in London.

Dr. Emil Stahlberger, Prof. der Physik an der k. k. Marine-Akademie zu Fiume, † 3. V., 40 Jahre alt.

Gustav Ad. Thuret, Botaniker, Mitglied der Pariser Akademie, * 23. V. 1817, † 17. V. Er war ein Schüler Decaisne's, machte im J. 1839 botanische Studien im Orient und wurde im folgenden Jahre Attaché der franz. Gesandtschaft in Constantinopel.

Dr. Heinrich Ludw. Friedr. Schrön, Prof. der Astronomie an der Universität Jena, * 17. II. 1799, † 18. V. Er war Herausgeber der meteorologischen Jahrb. und der vielfach eingeführten 7 stell. Logarithmentafeln (1875: 14. Ster.-Ausg. Braunschweig. Vieweg).

Dr. Carl Gustav Reuschle, Prof. der Mathematik und Geographie am Gymnasium zu Stuttgart, früher Docent an der Tübinger Universität, * 26. XII. 1812 zu Mehrstetten in Württemberg, † 22. V. Er gab heraus: ein Lehrbuch der Arithmetik, Kosmos für Schüler und Laien, Schularithmetik, Lehrbuch der Geographie; schrieb Abhandlungen in mehreren Schulprogrammen und in Crelles Journal und Grunerts Archiv.

Dr. Johann Gottfried Friedlein*), * 5. I. 28. als Sohn eines Bäckermeisters zu Regensburg, † 31. V. Er wurde am 1. X. 1862 Prof. der Mathematik am Gymnasium in Ansbach, 16. März 1868 Director des Gymnasiums in Hof. 1867 gab er den lateinischen Text der Schriften des Boetius über Math. und Musik heraus, 1869 Zahlzeichen der Griechen und Römer, 1873 Commentar des Prokles zum I. Buch des Euklid, ausserdem mehrere Abhandlungen und Recensionen über Geschichte der Mathematik in Schlömilch's und dieser Zeitschr. Er war mit W. Baur Herausgeber der Blätter für das bayerische Gymnasial- und Realschulwesen.

M. Gérard Paul Deshayes, Prof. am Muséum d'histoire naturelle in Paris, * 1796, † 9. VI. zu Boran (Oise). Er war ein berühmter Forscher im Reiche der Schalthiere.

Heinrich Louis d'Arrest, Prof. der Astronomie an der Universität zu Kopenhagen, Director der Sternwarte daselbst, * 13. VII. 1823 zu Berlin, † 13. VI. Erst Gehülfe an der Sternwarte zu Berlin, dann Prof. an der Universität Leipzig, folgte er 1857 einem Rufe nach Kopenhagen. Er entdeckte den nach ihm benannten Kometen und gab für eine beträchtliche Anzahl von Nebelflecken in Leipzig, wiein Kopenhagen sehr scharfe Ortsbestimmungen (cf. Abhandlgn. der k. sächs. Gesellsch. der Wissensch. Bd. V).

Wilhelm Bauer, Submarineingenieur, † 18. VI.

Dr. Axel Gabriel Theorell, Erfinder des elektrischen selbstregistrirenden, selbstdruckenden, Meteorographs, * 10. VI. 1834 in Westergötland, Prof. in Upsala, † 2. VII. in der Nähe von Sköfde. (Beschreibung des Apparates in Zeitschr. der österr. Gesellschaft für Meteorologie 1875. Nr. 6.)

Dr. C. J. A. Theod. Scheerer, Prof. der Chemie an der Bergakademie in Freiberg, Mitglied der k. sächs. Akademie der Wissensch., * 28. VIII. 1813 in Berlin, † 18. VII. War von 1833—39 Hüttenmeister auf der Blaufarbenfabrik zu Modum in Norwegen, dann 41—47 Leiter der Mineralogie etc. an der Universität zu Christiania und seit 1848 in Freiberg. Verfasser einer Metallurgie, eines Löthrohrbuchs etc. und einer grossen Anzahl von Abhandlungen in Liebig's Handwörterbuch, Leonhard's Jahrbüchern, Pogg. Ann., Erdmann's Journal, Liebig's Annalen, auch einer math. Abhandlung in Crelle's Journal (VI. 1830).

Dr. Carl Andree, der verdienstvolle Herausgeber des Globus, † 10. VIII. im Bade Wildungen nach längerem Leiden, 67 Jahr alt. Nekrolog in Illustr. Zeitung S. 212.

Heiler, Pfarrer, Botaniker in Ansbach, † Ende August.

Richard Bluhme, preuss. Oberbergrath, † 4. IX. in Bonn.

Dr. Rudolf v. Willemoes-Suhm, Privatdocent der Zoologie in München, † 13. IX. auf einer Reise um die Erde und zwar auf der Fahrt von Sandwich nach Tahiti am Bord des Challenger, 27 J. alt.

Dr. Joh. Heinr. Jakob Müller, Hofrath, Prof. der Physik an der Universität zu Freiburg, * 30. IV. 1809 zu Kassel, † 3. X. War von 1837—44 Lehrer an der Realschule in Giessen. Gab heraus: Darstellung des Galvanismus, Elemente der ebenen Geometrie, der Trigonometrie,

*) Ueber diesen unsern Mitarbeiter gedenken wir noch einen ausführlichen Nekrolog zu bringen. D. Red.



Lehrbuch der Physik und Meteorologie, den bekannten Müller-Pouillet, Grundzüge der Krystallographie und veröffentlichte viele physikalische Abh. in Pogg. Ann.

Sir Charles Wheatstone, ursprünglich Verfertiger musikalischer Instrumente, von 1834 an Prof. der Physik am Kings College und Mitglied der Royal Society zu London, * 1802 zu Gloucester, † 19. X. Er ist der Erfinder des Stereoskops und ihm gebührt wesentlich das Verdienst der praktischen Einführung des elektromagnetischen Telegraphen. Seine zahlreichen Arbeiten veröffentlichte er besonders in den Phil. Trans., in den Proceed. Roy. Soc. und im Report of the Brit. Assoc.

Dr. Georg Lohse, Pflanzenphysiolog, kurz vor seiner Abreise nach der deutschen Station Chinchoao in Westafrika gestorben am 19. X. in Teplitz.

Dr. Bardling, Hofrath und Professor der Botanik in Göttingen, * 9. XII. 1798 in Hannover, † 20. X.

Baron von Gumpach, deutscher Mathematiker, Mitte October † in Shangai.

Josef Carl Weber, Maler, Herausgeber der „Alpenpflanzen Deutschlands“ und der „Flora Bayerns,“ † Ende October in München.

Dr. Kopp, Professor der Chemie am Züricher Polytechnikum, † 30. XI.

Sedillot, Secretär des Collége de France, † 2. XII. zu Paris, 67 Jahre alt, berühmt durch seine Arbeiten über die Astronomie und Mathematik der Araber.

Werner Munzinger, der berühmte Afrikaforscher, * 1832 zu Olten, in Abessynien ermordet. Im J. 1872 war er zum Oberbefehlshaber der für Abessynien bestimmten ägyptischen Invasionsarmee und mit den Titel Pascha zum Gouverneur deises Landes ernannt worden. A.

Schulgemässe Behandlung der Symmetrielehre.*)

Von Dr. Hubert Müller in Metz.

(Mit 8 Fig. in Text.)

I.

Die vorliegende Arbeit sucht die Symmetrielehre in den Unterrichtsstoff der beiden ersten Classen, in welchen die Geometrie als Lehrgegenstand eintritt, einzuflechten.

Die Bedeutung der Symmetrielehre für das Studium von Natur und Kunst und die hieraus sich ergebende Wichtigkeit dieser Lehre für die Schule ist schon vielfach hervorgehoben worden und gewiss selten mit mehr Liebe zu Wissenschaft und Schule als von Christoph Paulus in dem Vorwort und der Einleitung zu seiner „zeichnenden Geometrie".

Wenn nun im Gegensatze hierzu die meisten Lehrbücher die Symmetrielehre vollständig bei Seite liegen lassen, so ist der Grund dieser Erscheinung nicht sowohl in der Missachtung des Gegenstandes, als in der Befürchtung zu suchen, dass durch die Anfügung von vielerlei wenngleich wissenswerthen Dingen, das Pensum überlastet werde. Die folgende Darstellung sucht nun dies Bedenken zu beseitigen und eine rege Verbindung der Symmetrielehre mit denjenigen Sätzen, welche in den Capiteln über die Congruenz der Dreiecke und über die Parallelogramme abgehandelt werden, herzustellen. Nur die beiden letzten Paragraphen behandeln die Lehre der axialen und centrischen Symmetrie mit mehr Selbstständigkeit und sind als Ergänzungen zu betrachten, welche nach dem Vorhergegangenen selbst einem Anfänger wenig Schwierigkeiten bieten werden.

---

*) Der Herausgeber d. Z. darf auf die Wichtigkeit dieses Themas um so mehr aufmerksam machen, als er selbst die hierbei angewandte Bewegung der geometr. Gebilde (bes. Umlegen od. Umklappen u. Umdrehen in d. Ebene) in seiner Vorschule d. Geometrie (Halle 1874) als einer der ersten beim geometr. Unterricht zur Geltung gebracht hat.

§. 1. Congruenz und Symmetrie.

a) Zwei ebene Figuren werden congruent genannt, wenn man sie so auf einander legen kann, dass sie sich decken. Diejenigen Punkte, Linien, Winkel, Strecken, welche dabei zur Deckung kommen, heissen entsprechend.

b) Wenn insbesondere die congruenten Figuren in derselben Ebene liegen und ihre Deckung dadurch hergestellt werden kann, dass man die eine um eine Gerade (Symmetrieaxe) umwendet, so nennt man die Figuren symmetrisch entsprechend in Bezug auf jene Gerade (axiale Symmetrie).

Wenn ferner die beiden Figuren in einer Ebene liegen und Deckung dadurch hergestellt werden kann, dass man eine derselben die Drehung*) von 180° um einen Punkt (Centrum der Symmetrie) ausführen lässt, so nennt man die Figuren symmetrisch entsprechend in Bezug auf jenen Punkt (centrische Symmetrie).

Punkte und Gerade, welche sich symmetrisch entsprechen.

1. Axiale Symmetrie.

c) Wenn man die eine Hälfte eines Winkels um seine Halbirungslinie umwendet, so decken sich die Schenkel des Winkels. — Die Schenkel eines Winkels entsprechen sich symmetrisch in Bezug auf die Halbirungslinie desselben.

d) Wenn man den einen Theil der Ebene um die Mittelsenkrechte einer Strecke umwendet, so decken sich die Endpunkte der Strecke. — Die Endpunkte einer Strecke entsprechen sich symmetrisch in Bezug auf die Mittelsenkrechte derselben.

Beweis zu d). Die rechten Winkel am Mittelpunkt der Strecke kommen durch dies Umwenden nach c) paarweise zur Deckung. Die Hälften der Strecke kommen dadurch in denselben Winkelschenkel zu liegen und die Endpunkte decken sich als Punkte dieses Schenkels, welche vom Scheitel gleichen Abstand haben.

2. Centrische Symmetrie.

e) Wenn man die eine Hälfte einer Strecke die Drehung von 180° um den Mittelpunkt der Strecke beschreiben lässt, so

*) Bei dieser Drehung bleibe die Figur fortwährend in ihrer Ebene.

decken sich die Endpunkte der Strecke. — Die Endpunkte einer Strecke entsprechen sich symmetrisch in Bezug auf den Mittelpunkt derselben.

f) Wenn man die eine von zwei parallelen Geraden die Drehung von 180° um einen Punkt (M) beschreiben lässt, welcher von beiden Geraden gleichen (senkrechten) Abstand hat, so decken sich diese Geraden. — Zwei parallele Gerade entsprechen sich symmetrisch in Bezug auf einen Punkt, der von beiden Linien gleiche Abstände hat.

Beweis zu f). Eine Gerade, welche durch M senkrecht auf die eine der Parallelen gefällt ist, enthält die beiden senkrechten Abstände, welche nach e) durch die Drehung zur Deckung kommen. Dann decken sich die beiden Geraden als Senkrechte, welche auf derselben Strecke im Endpunkte errichtet sind.

Alsdann fallen die entsprechenden Seiten mit entsprechenden Endpunkten auf einander.

§ 2. Lagen congruenter Dreiecke.

Man denke sich zwei congruente Dreiecke in Deckung. Wenn man das eine Dreieck beliebig in der Ebene verschiebt oder dreht, so entstehen Lagen, in welchen man wie in der ursprünglichen Lage der Deckung die Figuren als „Dreiecke gleichen Sinnes“ bezeichnet.

b) Wendet man aber eines der Dreiecke um, so erhält man „Dreiecke von verschiedenem Sinne.“

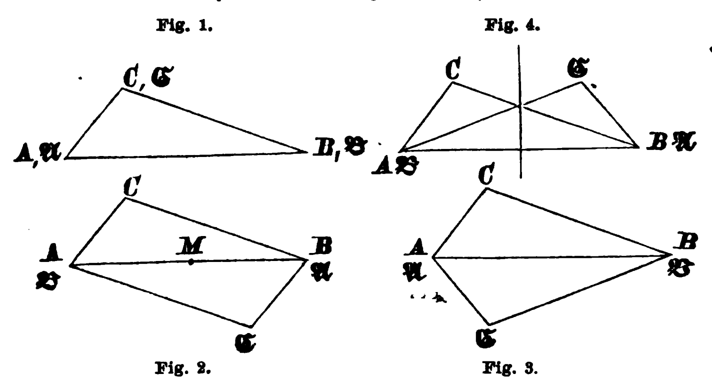
Wenn man Modelle congruenter Dreiecke fertigt und ihnen auf beiden Seiten verschiedene Farben in der Art gibt, dass beide Dreiecke in der Lage der Deckung einerlei Farbe nach derselben Seite kehren, so sind die Dreiecke gleichen oder verschiedenen Sinnes, je nachdem sie dem Beobachter gleiche oder verschiedene Farben zeigen.

Die congruenten Dreiecke können folgende bemerkenswerthe Lagen annehmen.

1. Dreiecke gleichen Sinnes.

c) Wenn man congruente Dreiecke gleichen Sinnes so legt, dass zwei entsprechende Seiten mit entsprechenden Endpunkten auf einander fallen, so decken sich die Dreiecke, denn sie sind in die anfängliche Lage (a) zurückgekommen.

d) Wenn man congruente Dreiecke gleichen Sinnes so legt, dass entsprechende Seiten sich mit verwechselten Endpunkten decken, so sind die Dreiecke Theile eines Vierecks und entsprechen sich symmetrisch in Bezug auf den Mittelpunkt der gemeinsamen Seite (Centrische Symmetrie).



Beweis zu d). Wenn man in Fig. 2 das untere Dreieck eine halbe Umdrehung um den Mittelpunkt M der gemeinsamen Seite beschreiben lässt, so fällt nach § 1, e 𝔄 auf A und 𝔅 auf B. Da hierbei die Dreiecke von gleichem Sinne bleiben, so folgt die Behauptung aus c).

Anmerkung. Man fasst auch das Viereck in Fig. 2 als eine einzige centrisch symmetrische Figur auf. Wenn man dieselbe um das Centrum eine halbe Umdrehung beschreiben lässt, so kommt jedes der beiden Dreiecke in die frühere Lage des anderen. Dasselbe ist mit entsprechenden Stücken beider Dreiecke der Fall. In diesem Sinne bezeichnet man die gegenüberliegenden Eckpunkte und Seiten der Figur als Paare entsprechender Elemente. Uebrigens erkennt man aus der Gleichheit der Wechselwinkel, dass das Viereck ein Parallelogramm ist.

2. Dreiecke verschiedenen Sinnes.

e) Wenn man Dreiecke verschiedenen Sinnes so legt, dass entsprechende Seiten sich mit entsprechenden Endpunkten decken, so sind die Dreiecke Theile eines Vierecks und entsprechen sich symmetrisch in Bezug auf die gemeinsame Seite (axiale Symmetrie).

Beweis zu e). Wenn man (Fig. 3) das eine Dreieck um die gemeinsame Seite umwendet, so werden die Dreiecke gleichen Sinnes sein und in die Lage c) kommen müssen.

Anmerkung. Auch dieses Viereck wird als eine einzige symmetrische Figur angesehen, welche die gemeinsame Seite zur Symmetrieaxe hat.

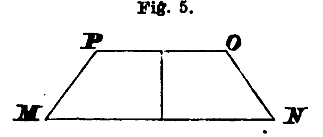
Durch Umwenden um dieselbe fällt jedes der beiden Dreiecke in die frühere Lage des andern. Die Punkte und Seiten der Figur sind paarweise entsprechend. Das entstandene Viereck hat zwei Paare gleicher Nachbarseiten und wird Deltoid genannt.

f) Wenn man Dreiecke verschiedenen Sinnes so legt, dass entsprechende Seiten sich mit verwechselten Endpunkten decken, so entsprechen sich die Dreiecke symmetrisch in Bezug auf die Mittelsenkrechte der gemeinsamen Seite.

Beweis zu f). Wenn die Dreiecke in der angegebenen Lage sind (Fig. 4) und das Dreieck 𝔄 𝔅 ℭ um die Mittelsenkrechte der gemeinsamen Seite gedreht wird, so fallen die Punkte 𝔄 und 𝔅 bezüglich auf die Punkte A und B des andern Dreiecks. Ausserdem sind die Dreiecke dadurch gleichen Sinnes geworden und somit in die Lage c) gekommen.

Anmerkung. Auch hier bestimmen die beiden Dreiecke zusammen durch die 4 Punkte 𝔄 oder B, 𝔅 oder A, ℭ, C ein symmetrisches Viereck mit jener Mittelsenkrechten als Axe. Fig. 5 zeigt das Viereck noch einmal mit anderer Bezeichnung der Ecken. Durch das Umwenden der Figur um die Symmetrieaxe kommt jeder Eckpunkt in die frühere Lage des entsprechenden Eckpunktes. Dabei kommen die Winkel O und P M und N zur Deckung. Es ergibt sich demnach, dass die Summe der Anwinkel M und P ebenso wie die Summe von O und N zwei Rechte betragen muss oder dass die Seiten MN und PO parallel sind. Da ausserdem jede der Seiten ON und MP die frühere Lage der andern deckt, so ergibt sich auch die Gleichheit dieser Seiten und das Viereck wird als „gleichschenkliges Trapez“ erkannt.

Fig. 5.



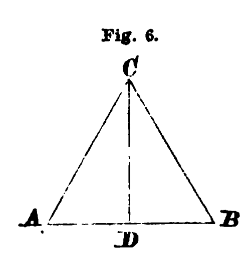
Bemerkungen. In § 2. sind die möglichen Lagen congruenter Dreiecke erörtert. Doch wäre es durchaus nicht nöthig, diese Lagenverhältnisse vollständig abzuhandeln, bevor die Paragraphen 4., 5., 6. zur Betrachtung kommen. Auch die Lagen von Punkten und Geraden, welche sich in Bezug auf einen Punkt symmetrisch entsprechen, können unbesprochen bleiben bis zur Lehre von den Parallelogrammen. Alle diese Gegenstände sind hier nur zusammengestellt um die Uebersicht zu geben. Im Unterrichte würden sie am besten zwischen den andern Stoff gelegentlich eingestreut, durch Modelle erläutert und erst zuletzt in ein Ganzes zusammengefasst.

§ 3. Das gleichschenklige Dreieck.

a) In dem gleichschenkligen Dreieck fallen folgende Transversalen in dieselben Grade:

1. die Halbirungslinie des Winkels an der Spitze;
2. die Verbindungslinie der Spitze mit dem Mittelpunkt der Grundlinie;
3. die von der Spitze auf die Grundlinie gefällte Senkrechte;
4. die Mittelsenkrechte der Grundlinie.

Fig. 6.



Beweis. CD (Fig. 6) sei die Halbirungslinie des Winkels an der Spitze. Wendet man das Dreieck ADC um die Axe CD um, so fällt die Richtung CB auf CA und es decken sich auch die Punkte B und A als Punkte desselben Winkelschenkels, welche vom Scheitel gleichen Abstand haben. Dabei fallen die Strecken DA und DB zusammen, woraus man erkennt, dass D die Mitte von AB ist.

CD stellt daher auch diejenige Gerade dar, welche die Spitze C mit der Mitte D der Grundlinie verbindet.

Ferner decken sich die Winkel bei D. Aus ihrer Gleichheit und weil sie Nebenwinkel sind, folgt, dass sie recht sein müssen.

CD stellt also auch die von der Spitze C auf die Grundlinie gefällte Senkrechte dar.

Fasst man noch einmal zusammen, dass D die Mitte von AB ist und die Winkel bei D recht sind, so erkennt man:

CD stellt auch die Mittelsenkrechte der Grundlinie dar.

b) Zusatz. Das gleichschenklige Dreieck ist eine symmetrische Figur. Diejenige Gerade, in welche die 4 Transversalen fallen, ist ihre Symmetrieaxe.

Anmerkung. Da jene 4 Transversalen zusammenfallen, so kann man jeder derselben die Eigenschaften der andern zuschreiben. Daraus ergeben sich folgende Sätze:

1. Die Halbirungslinie des Winkels an der Spitze halbirt die Grundlinie und steht senkrecht auf ihr.
2. Die Verbindungslinie der Spitze mit dem Mittelpunkt der Grundlinie steht senkrecht auf der Grundlinie und halbirt die Winkel an der Spitze u. s. w.

Bemerkungen. Die Form, in welcher a) die Eigenschaften des gleichschenkligen Dreiecks ausspricht, passt sehr gut in den Unterricht, wenn man ihn durch die Betrachtung der 4 wichtigen Transversalen einleitet, die einem Eckpunkte des ungleichseitigen Dreiecks und der Gegenseite zugehörig sind. Man lasse diese Transversalen für verschiedene Dreiecksformen construiren, woraus sich ergibt, dass dieselben im Allgemeinen nicht zusammenfallen. Hierauf folge dann der Satz a), welcher die Identität der 4 Transversalen für das gleichschenklige Dreieck nachweist. Die umgekehrten Sätze, welche zeigen, dass das Zusammenfallen zweier der genannten Transversalen die Gleichheit zweier Dreiecksseiten nach sich zieht, würden am besten als Aufgaben für die Schüler benutzt, und könnten als Material zur Einübung der Congruenzsätze in § 5. dienen. In Bezug auf die Construction von Transversalen, welche oben zur Einleitung des Satzes a) empfohlen wurde, kann es nicht als Hinderniss betrachtet werden, dass die Construction der Senkrechten mit dem Zirkel eine spätere Stelle im System einnimmt. Man lehre den Schülern das Ziehen von Senkrechten mit dem Winkeldreieck und das Halbiren von Strecken durch Probiren, indem man nach beiderseitigem Abschneiden eines der Hälfte nahe kommenden Stückes den übrig bleibenden Abstand nach dem Augenmasse halbirt und die Probe macht. Solche Fertigkeiten sollten aus praktischen Gründen besonders auf Gymnasien nicht ganz ausgelassen werden, weil am Gymnasium nicht immer ein Unterricht im gebundenen Zeichnen neben dem mathematischen Unterricht hergeht. Aber auch aus pädagogischen Gründen ist es gut, wenn der systematische Unterricht durch Constructionen schon eingeleitet und begleitet wird, bevor man die Beweise der auf den Eigenschaften des gleichschenkligen Dreiecks beruhenden Constructionen geben kann.

§ 4. Das Deltoid.

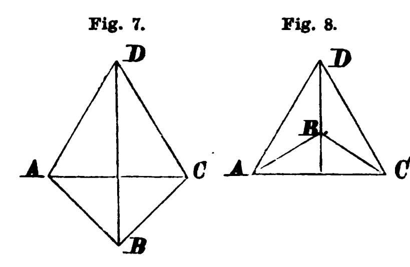
Erklärungen. Ein Viereck mit 2 Paaren gleicher Nachbarseiten wird Deltoid genannt. Unter diesem Namen begreift man auch Vierecke mit erhabenem Winkel, wie Fig. 8.

Diejenige Diagonale, welche mit den Viereckseiten zwei gleichschenklige Dreiecke bildet, heisst Querdiagonale. Die

andere Diagonale (Längendiagonale) verbindet die Spitzen dieser beiden gleichschenkligen Dreiecke.

a) **Lehrsatz.** In einem Deltoid fallen folgende Transversalen mit der Längendiagonale zusammen:

1. die Halbirungslinien der von gleichen Seiten eingeschlossenen Winkel;
2. die Senkrechten, welche von den Scheiteln dieser Winkel auf die Querdiagonale gefällt sind;
3. die Mittelsenkrechte der Querdiagonale.



Beweis. Da die Querdiagonale gemeinsame Grundlinie zweier gleichschenkligen Dreiecke ist, so fällt sie nach § 3 a mit den Halbirungslinien an den Spitzen B und D dieser Dreiecke und mit den von B und D auf AC gefällten Senkrechten zusammen. Alsdann muss aber auch diese Mittelsenkrechte von AC mit der Längendiagonale zusammenfallen, denn sie geht nach dem eben Bewiesenen durch B und D.

Anmerkung. Da die Längendiagonale und die drei andern Transversalen zusammenfallen, so kann man jeder derselben die Eigenschaften der übrigen zuschreiben. Dies gibt folgende Sätze:

1. Die Längendiagonale halbirt die Querdiagonale senkrecht und halbirt auch die Winkel, deren Scheitel sie verbindet.
2. Die Halbirungslinie eines von gleichen Seiten eingeschlossenen Winkels halbirt die Querdiagonale senkrecht, geht durch den gegenüberliegenden Eckpunkt und halbirt den Winkel daselbst. u. s. w.

b) **Zusätze.** Die Dreiecke, in welche das Viereck durch die Längendiagonale getheilt wird, entsprechen sich symmetrisch in Bezug auf diese Längendiagonale. — Das Deltoid ist eine symmetrische Figur.

Beweis. Da die Winkel bei B und D durch die Längendiagonale halbirt werden, so müssen beim Umwenden des Dreiecks BAD um die Axe BD die Geraden BA und DA bezüglich auf die Geraden BC und DC zu liegen kommen. Die Dreiecke decken sich also, weil ihre Seiten paarweise in dieselben Geraden fallen.

Erklärung. Wenn man zwei congruente gleichschenklige Dreiecke verschiedenen Sinnes so legt, dass die Grundlinien mit entsprechenden Ecken auf einander fallen, so ist ein Viereck mit 4 gleichen Seiten entstanden. Jedes Viereck, welches 4 gleiche Seiten hat, heisst Rhombus.

c) Lehrsatz. Ein Rhombus kann in doppelter Weise als Deltoid angesehen werden. Jede Diagonale ist die Mittelsenkrechte der andern und halbirt die Winkel, deren Scheitel sie verbindet.

d) Lehrsatz. Wenn in einem Viereck zwei Nachbarseiten und die an ihnen liegenden Gegenwinkel gleich sind, so ist das Viereck ein Deltoid.

Beweis. Man wende die Figur 6 oder 7 um und lege sie so, dass jeder der Winkelschenkel DA und DC in die frühere Lage des andern kommt. Wenn die Strecken DA und DC gleich sind, so deckt jeder der Punkte A und C die frühere Lage des andern. Dasselbe ist für die Geraden AB und CB der Fall, sobald die Winkel DAB und DCB gleich sind. Alsdann deckt das Viereck seine frühere Lage, und da hierbei die Seiten BA und BC wechselseitig zur Deckung kommen, so sind sie gleich.

Bemerkungen. Wenn hier der Rhombus, welcher sonst erst bei der Lehre von den Parallelogrammen auftritt, mit dem gleichschenkligen Dreieck und Deltoid zusammen behandelt wird, so hat dies eben darin seinen Grund, dass der Rhombus nicht nur ein Centrum der Symmetrie, sondern auch Symmetrieaxen hat. Die Betrachtung des Rhombus in diesem Gebiete ist aber auch von erheblichem Nutzen. Die Beweise für die Constructionen der Mittelsenkrechten einer Strecke, der Halbirungslinie eines Winkels und so weiter werden am besten durch die Bemerkung geführt, dass die entstandene Figur ein Rhombus ist und dass daher der Satz c) dieses Paragraphen Anwendung findet.

Auch der Satz d) ist von besonderem Nutzen für die Untersuchung der Figuren und hat hier nicht etwa seinen Platz nur darum gefunden, weil er zum Beweise des einen Falles in § 5 a benutzt wird. Es soll nur ein Beispiel angeführt werden. Zwei Radien eines Kreises bilden mit den Tangenten, die durch ihre Endpunkte gezogen sind, ein Viereck mit zwei gleichen Seiten

(Radien), in welchem die an diesen Seiten gelegenen Gegenwinkel als rechte ebenfalls gleich sind. Das Viereck ist also nach Satz d) ein Deltoid und nun folgen aus Satz a) diejenigen Eigenschaften der Figur mit einem Schlage, welche man sonst durch mehrere Sätze mit besonderen Beweisen zusammensucht. Solche Sätze sind:

1. Die von dem Kreismittelpunkt auf eine Sehne gefällte Senkrechte halbirt die Sehne und den zugehörigen Centriwinkel. Dieselbe Senkrechte geht durch den Schnittpunkt der beiden Tangenten, welche in den Endpunkten der Sehne gezogen sind und halbirt den Winkel dieser Tangenten.
2. Die Mittelsenkrechte einer Sehne geht durch den Mittelpunkt des Kreises und den Schnittpunkt der durch die Endpunkte der Sehne gezogenen Tangenten. Sowohl der Centriwinkel als der Tangentenwinkel werden halbirt.
3. Die Halbirungslinie eines Tangentenwinkels halbirt die zugehörige Halbirungssehne senkrecht und geht durch den Kreismittelpunkt.
4. Die Verbindungslinie des Mittelpunktes mit dem Schnittpunkte zweier Tangenten halbirt den Tangentenwinkel.
5. Die Tangentenabschnitte, welche von den Berührungspunkten bis zum Schnittpunkte zweier Tangenten reichen, sind gleich lang.

Aehnliche Vortheile bringt der Satz d) in Verbindung mit Satz a) über die Eigenschaften des Deltoids noch in andern Theilen des geometrischen Lehrstoffes.

(Fortsetzung folgt.)

Ueber Ziele und Methoden der Schul-Geometrie.

Von V. Schlegel in Waren (Mecklenburg).

Dass die reine Geometrie im Schulunterricht, namentlich in den oberen Classen, immer mehr Boden verliert, ist eine (noch kürzlich von Hrn. Reidt, S. 12 d. Jahrgangs hervorgehobene) bedauerliche Thatsache, unter deren nachtheiligen Folgen mir eine der beachtenswerthesten die zu sein scheint, dass die Geometrie der Schule auch noch den Rest von Zusammenhang, der zwischen ihr und derjenigen der Universität besteht, zu verlieren im Begriff ist. Wenn in vergangenen Jahrzehnten in den Vorlesungen die analytische Geometrie mit ihrem schwerfälligen Coordinaten-Apparate dominirte, während die ihr schroff gegenüberstehende reine Geometrie Steiners sich erst allmälig den Boden erobern musste, so ist neuerdings zwischen beiden Zweigen eine Annäherung der Methoden eingetreten, welche, da die analytischen Methoden von ihren complicirten Rechnungen befreit wurden, bewirkt hat, dass der Schwerpunkt der modernen Bestrebungen in rein geometrische Betrachtungen verlegt worden ist, indem der einfache und bequem zu handhabende analytische Apparat in seine richtige Stellung als Mittel, welches dem Zweck sich unterordnet, zurückgetreten ist. Wenn demnach in früherer Zeit die rechnende Geometrie der Schule als eine Vorstufe für die analytische Geometrie der Universität angesehen werden konnte, so besteht gegenwärtig, wo die Handhabung der recht- und schiefwinkligen Coordinaten aus den meisten Lehrbüchern verschwunden ist, dieser Zusammenhang nicht mehr. — Aber nicht nur die Methoden, auch die Ziele der höheren Geometrie sind andere geworden. Ich will damit nicht sagen, dass dieser Umschwung schon überall eingetreten ist; noch befinden wir uns in einem Uebergangsstadium; aber es ist nicht zu verkennen, dass mit der alten analytischen Geometrie auch alle diejenigen

Bestrebungen, denen sie als vorzüglichstes Mittel diente, mehr und mehr — aus der Mode kommen. Zu diesen Bestrebungen rechne ich nämlich die höchst detaillirten Untersuchungen über Curven und Flächen, die, durch irgend eine specielle Gleichung gegeben, discutirt, in ihrem Verlaufe verfolgt, rectificirt und quadrirt wurden, und wobei der Rechner die beste Gelegenheit hatte, sich durch berghohe Rechnungen, in deren Vereinfachung er seine Geschicklichkeit beweisen konnte, zu zwar sehr einfachen, aber auch für den Fortschritt der Wissenschaft meist sehr gleichgiltigen Resultaten durchzuarbeiten. — An Stelle dieser extensiven Erweiterung unserer mathematischen Kenntnisse, bei welcher der Forscher nur auf längst betretenen Pfaden zu wandeln hatte, ist in neuerer Zeit mehr und mehr eine intensive Arbeit getreten, die namentlich auch auf Verbesserung der Methoden bedacht ist. Statt in der oben bezeichneten Weise sich in Einzelheiten zu versenken, sucht die moderne Geometrie Ueberblicke zu gewinnen, classificirt die Gebilde, betrachtet sie nicht einzeln, sondern gruppenweise, und lässt die Eigenschaften des Masses als weniger wichtig zurücktreten gegenüber den Eigenschaften der Lage. — Wenn wir daher die Bestrebungen der modernen Geometrie auf der Universität als einen Fortschritt betrachten, so ist die Geometrie der Schule, indem sie mehr und mehr den algebraischen Charakter herauskehrt, auf einem Rückschritte begriffen. In jedem Falle aber ist ein immer weiteres Auseinandergehen der beiderseitigen Richtungen zu constatiren. Es soll damit der rechnenden Geometrie ihre Berechtigung nicht abgesprochen werden. Für alle Zwecke der Praxis ist messen, rectificiren und quadriren wichtiger als jede noch so schöne projectivische Beziehung. Man wird daher auch auf der Schule wie im Leben die rechnende Geometrie nicht entbehren können. Fragen wir aber, ob die Beschäftigung mit rechnender, oder diejenige mit reiner Geometrie der Bildung des Geistes mehr nütze, so fällt die Antwort unzweifelhaft zu Gunsten der letzteren aus. Denn jede Lösung durch Rechnung kommt auf die mehr oder minder mechanische Anwendung einer eingelernten Methode hinaus, gleichviel ob man ein Kegel-Volumen aus gegebenen Stücken berechnet, oder ob man eine Curve mit rechtwinkligen Coordinaten discutirt. Ein freies Schaffen des Geistes ist nur möglich,

wenn sich derselbe in reinen räumlichen Anschauungen bewegt, ungehindert durch das Bleigewicht von Formeln — wohlverstanden von Formeln, die mehr sind als der unmittelbare Ausdruck dieser Anschauungen. Denn die Formelsprache überhaupt, als Ausdruck der einfachen räumlichen Anschauungen und Beziehungen, ist so wenig zu entbehren*) wie die Wortsprache als Ausdruck der complicirten übrigen Gedankenwelt.

Wenn es nun aus diesen Gründen, wie im Eingang erwähnt, bedauerlich ist, dass die reine Geometrie in der Schule an Terrain verliert, so will ich mich doch gegen die Annahme verwahren, als sei das in der Schule tractirte System des Euklid sammt den daran geknüpften sogenannten rein geometrischen Aufgaben die reine Geometrie, der ich das Wort reden möchte. Wie wenig das Euklid'sche System trotz aller seiner sachlichen Vorzüge und trotz aller seiner durch Jahrhunderte bewährten pädagogischen Kraft dem heutigen Stande der Wissenschaft entspricht, darüber herrscht wohl unter der Mehrzahl der deutschen Mathematiker keine Meinungsverschiedenheit mehr. Das Hauptgebrechen dieses Systems dürfte sich im Allgemeinen nicht besser charakterisiren lassen als mit den Worten des verstorbenen Professor Hankel:**) „So opfert die antike Geometrie zu Gunsten einer scheinbaren Einfachheit und Anschaulichkeit die wahre Einfachheit auf, welche in der Allgemeinheit der Principien, und die wahre Anschaulichkeit, welche in der Erkenntniss des Zusammenhanges geometrischer Gestalten in allem Wechsel und in aller Veränderlichkeit ihrer sinnlich verstellbaren Lage beruht.“ — Speciell kann man noch sagen, dass die Congruenzsätze als Haupt-Instrument der Forschung in die zu untersuchenden Beziehungen ein ganz fremdes Element hineinbringen, dass Betrachtungen über die Lage mit solchen über das Mass verquickt werden, und dass in Folge dieses durchgehenden Mangels einer Sonderung der Lagen- von den Massbeziehungen die ganze Richtung der auf dieses System gegründeten Forschung (u. a. das ganze Aufgaben-Material) auf die analytische Methode

*) In dem absoluten Verzicht auf eine Formelsprache ist die wenig übersichtliche, weitläufige Form begründet, in welcher die mittelst Steiner'scher Methoden geführten Untersuchungen erscheinen.

**) Die Entwickelung der Mathematik in den letzten Jahrhunderten. Tübingen 1869. S. 9.

hindrängt, weil es für rein geometrische Behandlung an genügenden Principien fehlt (abgesehen von der in der Anwendung sehr beschränkten Methode der geometrischen Oerter).

Ich kann bei dieser Gelegenheit die Bemerkung nicht unterdrücken, dass in Folge dieses Mangels eine schwierigere rein geometrische Constructionsaufgabe durchaus den Charakter eines Kunststückes hat, und dass genau derselbe (immerhin hochanzuschlagende) Nutzen für das Denken, welcher aus der auf eine solche Aufgabe gerichteten geistigen Arbeit erwächst, aus der Lösung einer schwierigeren Schachaufgabe resultirt, für welche, wie mir sachkundige Mathematiker zugeben werden, sowohl die gegebenen Voraussetzungen wie die Art der geistigen Arbeit, die Ansprüche an Scharfsinn und Combinationstalent ganz analoge sind. Wenn aber ausser den sonstigen Vorkenntnissen eine gewisse, nicht bei jedem Gebildeten vorauszusetzende, natürliche Fähigkeit zur Ueberwindung der in einer solchen Schachaufgabe entfallenen Schwierigkeiten gehört, so scheint es mir auch, als solle man die Lösung von geometrischen Aufgaben der oben bezeichneten Art nur von solchen Schülern verlangen, welche eine besondere Begabung dafür zeigen. Und die Thatsache, dass in den Abiturienten-Arbeiten diese Aufgaben unter allen am wenigsten mit Erfolg bearbeitet werden, hat ganz natürlicher Weise allmälig auf die Bevorzugung der analytischen Methode hingedrängt.

Es könnte, um zur Hauptsache zurückzukehren, in Verwunderung setzen, dass die gewaltigen Reformen Steiners so ganz spurlos an dem auf der Schule behandelten geometrischen Stoffe vorübergegangen sind, wenn man sich nicht vergegenwärtigen müsste, dass eben bisher kaum etwas geschehen ist, um den grossen Grundgedanken Steiners: die Einordnung aller geometrischen Wahrheiten in ein den Verstand befriedigendes System, auch für die Elemente der Geometrie fruchtbar zu machen.*) So sehen wir denn die Geometrie der Schule wesentlich zurückgeblieben hinter den Anforderungen der Zeit.

*) In der That wüsste ich ausser meinem eigenen „System der Raumlehre" keine Darstellung der Elemente zu nennen, welche durch Aufstellung eines neuen Systems sich von der alten Grundlage emancipirt hätte.



Während die Lehrbücher nach wie vor das alte Thema der Congruenzsätze variiren, finden die Lehren der neueren Geometrie, weil sie eben dem veralteten Rahmen unmöglich eingepasst werden können, höchstens in Anhängen eine Stelle; und vergebens ertönt der Ruf einzelner Recensenten,*) dass nur von einem vollständigen Bruch mit den alten Anschauungen und Methoden eine wissenschaftlich befriedigende Neugestaltung der Geometrie erwartet werden kann.

So nöthig daher auch eine Einigung über geometrische Grundbegriffe, und so wünschenswerth die Feststellung eines einheitlichen geometrischen Lehrbuches ist, wie Herr Director Müller (Neu-Strelitz)**) sie anstrebt, so glaube ich doch, dass die erstere nur ein einzelner, von grösseren Reformen nicht trennbarer Schritt ist, und die letztere, wenn sie auf Grund der bisherigen Anschauungen unternommen wird, schon durchführbar sein wird, weil innerhalb eines mit solchen Mängeln behafteten Systems, wie das Euklid'sche sie zeigt, in den Details für zu viele gleichberechtigte Meinungen Platz ist, eine Erscheinung, wie sie beispielsweise das auf der Höhe der Wissenschaft stehende Steiner'sche System nicht zeigt.

Dagegen wird eine auf neuen Grundlagen beruhende Darstellung der Geometrie den Unterricht voraussichtlich in dem Grade erleichtern, dass er auch die einfacheren Lehren der neueren Geometrie in gebührender Weise wird berück-

---

*) Z. B. im „Literarischen Centralblatt" von Zarncke 1872 Nr. 3, wo es in der Besprechung eines Lehrbuches der Geometrie heisst: „— und doch dürfte nur eine wesentlich von der bisherigen abweichende und dieselbe verbessernde Darstellung der Elementar-Geometrie es rechtfertigen, dass zu der grossen Zahl geom. Elementarbücher, welche die deutsche Literatur aufzuweisen hat, noch ein neues hinzukommt. Das Bedürfniss einer solchen Umgestaltung der geometrischen Elemente hat sich schon längst fühlbar gemacht. Es gilt vor allen Dingen, einen grossen Theil der Sätze, die man jetzt gewöhnlich in den Anfangsgründen der sogenannten neueren Geometrie behandelt, mit dem von Alters her üblichen Materiale zu einem einheitlichen Ganzen zu verarbeiten. Aber es ist eben eine systematische Verarbeitung dieser Lehren nöthig; es genügt nicht, nach Art unsres Verfassers und andrer Schriftsteller vor ihm, anhangsweise die Lehre von der harmonischen Theilung der polaren Beziehungen am Kreise u. dergl. m. mit aufzunehmen" etc.

**) Siehe VI, 278 u. VII, 45 ff. D. Red.



sichtigen können, ohne mehr Zeit in Anspruch zu nehmen als bisher.*)

Ich schliesse diese Betrachtungen, indem ich mir vorbehalte, gelegentlich positive Vorschläge für eine derartige Reform auf Grund der in meinem „System der Raumlehre" entwickelten Anschauungen folgen zu lassen.

---

*) Wir glauben, dass hierzu ein wichtiger Schritt gemacht worden ist durch den „Leitfaden der ebenen Geometrie" etc. von Hub. Müller in Metz, Lpz. b. Teubner, recens. v. Scherling in dieser Zeitschrift V, 449 ff. u. VII, 70 ff. D. Red.

Zum Beweis des Foucaultschen Pendelversuchs.

(Vergl. VI, 444.)

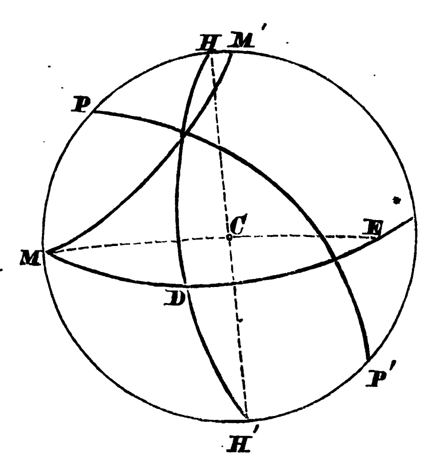
Von Dr. F. Bielmayr in Aschaffenburg.

(Mit 1 Fig. im Text.)

Da ich aus der Abhandlung von Günther (S. 444 des vorigen Jahrganges d. Zeitschrift) schliesse, dass die von dem leider so früh verstorbenen Friedlein mir mitgetheilte Ableitung der Formel

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha \sin\varphi}{\sqrt{1 - \sin 2\,\varphi^2 \sin\frac{\alpha^4}{2}}}$$

(der Factor 2 vor $\sin 2\,\varphi^2$ ist ein S. 336 des X. Bandes der Blätter für das bayerische Gymnasialschulwesen berichtigter Druckfehler) für den Foucault'schen Pendelversuch nicht weiter bekannt ist, so erlaube ich mir, dieselbe hier mitzutheilen. Diese Ableitung beruht auf demselben Principe, wie jene in Littrows „Wunder des Himmels," ist aber, da die Betrachtung von einem beliebig grossen (nicht unendlich kleinen) Winkel α ausgeht, von jenem Einwande frei, welchen Reidt (S. 47 des v. J. d. Z.) gegen letztere mit Recht erhebt.



Es wird nämlich auch nach Friedlein die Rotation der Erde um ihre Axe durch zwei gleichzeitig stattfindende Rotationen um zwei andere Axen (HH' und CE der beiliegenden Zeichnung) ersetzt, welche

aufeinander senkrecht stehen, und durch den Mittelpunkt (C) der Erde gehen. Damit nämlich der Ort M auf der Erdoberfläche die durch Rotation um die wirkliche Axe (PP') bemerkte Verschiebung nach Z erfahre (wobei $MZ = \alpha^0$), kann man auch zunächst eine Drehung um die Horizontale (astronomischer Horizont) HH' vorgenommen denken, wodurch der Punkt M nach D gelangt, und dann eine zweite Drehung um die auf HH' senkrechte Horizontale CE, wodurch er von MD nach Z gelangt. Nimmt man nun an, das Pendel schwinge in M in der Ebene des Meridians (MP), so muss es während der Uebertragung nach D dieselbe Erscheinung zeigen, welche sich für den Erdäquator ergibt, nämlich die Schwingungsebene muss fortwährend durch die Pole H und H' des Kreises MD gehen, im Punkte D selbst mit der Ebene des Kreises DZ zusammenfallen und bei der Uebertragung von DZ nach Z in dieser Ebene verbleiben, daher im Punkte Z mit dem Meridiane PZP' einen Winkel $\beta = PZH$ einschliessen.

Dieser Winkel β ist aber bestimmt durch das sphärische Dreieck PZH, in welchem also $PZH = \beta$ gesucht ist, während $PH = \varphi$ (Polhöhe von M) $ZPH = MZM' - MZ = 180^0 - \alpha$ und $PZ = PM = 90^0 - \varphi$ bekannt sind. Es ergibt sich also zunächst die Gleichung

$$\sin\beta = \frac{\sin(180^0 - \alpha)\sin\varphi}{\sin HZ}$$

und zur Bestimmung von ZH

$$\cos ZH = \cos\varphi\sin\varphi - \sin\varphi\cos\varphi\cos\alpha$$

$$= \cos\varphi\sin\varphi(1 - \cos\alpha) = \sin 2\varphi \sin\frac{\alpha^2}{2}$$

mithin

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha\sin\varphi}{\sqrt{1 - \sin 2\varphi^2 \sin\frac{\alpha^4}{2}}}$$

Weitere Bemerkungen zum Foucault'schen Pendelversuch.

Von Dr. S. Günther in München.

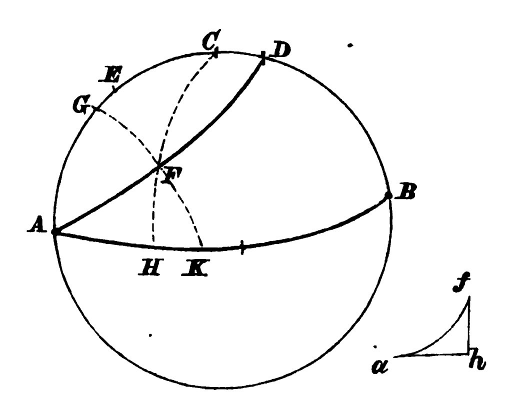
(Mit 1 Fig. im Text.)

In einer früheren Mittheilung (6. Heft des vorigen Jahrganges*)) sollte eine kurze Umschau in der bezüglich des Foucault'schen Experimentes allmählich herangewachsenen Literatur gehalten werden, und zwar ward bei dieser Gelegenheit bemerkt, dass eine gewisse von Hullmann und Friedlein aufgestellte Formel als der exacte Ausdruck jenes Gesetzes zu betrachten sei. Allerdings versagte die betreffende Relation für $\alpha = \pi$, ein Umstand, auf den, wie erwähnt, bereits von Schelle aufmerksam gemacht worden war und auf den neuerdings in einem Privatbriefe Herr Director Pick in Döbling bei Wien unsere Aufmerksamkeit hinlenkte. Wir glaubten bis vor Kurzem, diesen anscheinend allerdings paradoxen Umstand aus dem Ableitungsmodus jener Formel erklären zu können, haben uns aber bei genauerem Zusehen überzeugt, dass jener Ableitungsmodus selbst auf einem Trugschlusse beruht und dass also — weit entfernt, die grössere Allgemeinheit zu repräsentiren — der bewusste Ausdruck lediglich eine nur in sehr engem Kreise verwendbare Approximationsformel darstellt. Grösserer Deutlichkeit halber ziehen wir es vor, den Leser den ganzen Cyclus von Schlüssen mitmachen zu lassen, welcher uns zu dieser unserer neuen Ueberzeugung leitete, und zwar knüpfen wir an die vorstehend mitgetheilte Entwickelung Bielmayr's an, welche den Vorzug besitzt klar zu sein und eben deshalb den zu Grunde liegenden Fehler unverhüllt zu Tage treten zu lassen.

Wir beginnen damit, die Bewegungs-Zerlegung, welche dort den Ausgangspunkt der Betrachtung bildet, ein wenig zu analysiren. Wenn A (s. d. umstehende Figur) der Ausgangspunkt der Bewegung auf dem kleinen Kugelkreise AD vom Mittelpunkt E ist, $AECDB$ der durch A und E gelegte grösste Kreis, so construire man zunächst den in A auf ersterem senkrecht stehenden Hauptkreis AB. Will man dann den Bewegungszustand im

*) VI, 444—446. D. Red.

Punkte F kennen lernen, so zerlege man die Schwingung AF in die beiden Componenten AH und HF. Diese Ausdrucksweise ist eine abgekürzte und würde eigentlich so umzuändern sein: Man verbinde F mit den beiden Polen K und C der Hauptkreise $AECDB$ und AKB und verlängere jene Bögen, bis sie die beiden Hauptkreise resp. in H und G schneiden. Auf diese Weise hat man ein sphärisches Parallelogramm $AHFG$ hergestellt, und es ist AF in seine Seiten-Schwingungen AG und AH zerfällt.



Nehmen wir nun an, der Punkt F rücke in den Punkt D hinein, dann trift eben für unsere Formel der Fall $\alpha = \pi$ und wir bekommen das augenscheinlich falsche Ergebniss, dass für diesen Winkelwerth ein Unterschied zwischen einem der beiden Pole und irgend einem andern Orte der Erde nicht existire. Da erschiene vielleicht Manchem der im Folgenden angedeutete Ausweg plausibel. Für $\alpha = \pi$, d. h. $D \equiv F$, wird offenbar die eine Componente FG zu Null, und damit ist auch der ganze Zerlegungsvorgang illusorisch geworden, ganz ebenso wie für $\alpha = 0$, und man könnte also sagen: Die Herleitung der Formel beruht auf einer Zerlegung, welche stets, mit alleiniger Ausnahme aller Werthe

$$\alpha = \pm n\pi \ (n = 0, 1, 2 \ldots \infty),$$

statthaft ist, und demgemäss dürfen auch in die aus jener Annahme resultirende Formel jene Argument-Werthe ein für allemal nicht eingesetzt werden.

Die Geometrie bietet derartige Vorkommnisse in der That nicht selten dar, wie wir an einem naheliegenden Beispiele bethätigen können. Bei einer früheren Gelegenheit*) leiteten wir eine Regel zur Inhaltsbestimmung solcher sphärischer Polygone her, deren Umfassungslinien ausschliesslich durch Bögen kleiner

*) Günther, Ueber sphärische Curven, Archiv d. Math. u. Phys. 56. Theil, 3. Heft.

Kugelkreise gebildet werden. Benützt ward hierbei die bekannte Thatsache, dass der Inhalt einer beliebigen sphärischen Figur gleich dem um eine Constante vermehrten Umfang ihrer Polarfigur ist, und so musste natürlich die Schlussformel allsogleich versagen, sobald der sphärische Radius eines Begrenzungskreises $=\frac{\pi}{2}$ gesetzt ward. Liegt bei dem uns hier beschäftigenden Falle ein analoges Verhältniss vor? Wir glaubten dies, haben uns aber vom Gegentheile überzeugt.

Erstlich haben wir es hier nicht mit Geometrie, sondern mit Naturlehre zu thun; wir dürfen uns nicht begnügen, die mathematische Formel ohne Rücksicht auf das, was durch sie dargestellt werden soll, zu discutiren, sondern wir müssen für jede aus derselben etwa herauszulesende merkwürdige Anomalie sofort das reelle physikalische Substrat ausfindig machen. Dies wird aber hier absolut unmöglich sein. Für $\alpha = \pi \pm \varepsilon$, unter ε eine beliebige kleine Grösse verstanden, erscheint der Ausdruck richtig; denken wir uns also die α als Abscissen, die β als Ordinaten aufgetragen, so erhalten wir als Verbindungslinie der Endpunkte dieser letzteren eine Curve, welche für $\alpha = \pi$ plötzlich die Abnormität einer zu π oder 0 gewordenen Ordinate aufweist. Für diese Unterbrechung der Stetigkeit sehen wir uns aber ganz umsonst nach einer physikalischen Ursache um. Die Bewegung des Pendels wird in D sich genau ebenso vollziehen müssen, wie in einem um ein Paar Grade nach Ost oder West entfernten Punkte, und so nehmen wir keinen Anstand zu behaupten:

Jede Formel, welche für einen willkürlichen Punkt des Parallelkreises ein unbrauchbares Resultat liefert, kann von vornherein nicht als der adäquate Ausdruck der hier in Frage kommenden Naturgesetze angesehen werden.

Die Formel muss also unrichtig sein, und es erwächst uns die zweite Frage, ihre wissenschaftlichen Prämissen zu prüfen. Da stossen wir denn sofort auf das Factum, dass die in dem Bogen AF vor sich gehende Bewegung durch zwei andere ersetzt wird, während AF einem kleinen, AH und HF einem grössten Kreise der Sphäre angehören. Nun ist es aber offenbar unmöglich in der Ebene eine Kreisbewegung af durch zwei zu einander senkrechte geradlinige zu ersetzen, wie z. B. durch ah und hf.

Dem Kreise der Ebene entspricht nun aber der kleine, der Geraden der grösste Kugelkreis, und wir erkennen so, dass es unstatthaft war, die Bewegung AF in der angegebenen Weise zu zerlegen. Einzig und allein für den durch die beiden Punkte A und F hindurchgelegten Hauptkreis würde dieselbe zu Recht bestehen, allein damit wäre für unseren Zweck nichts geleistet. Wir ziehen sonach folgenden Schluss:

Die Formel*)

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha \sin \varphi}{\sqrt{1 - \sin^2 2\varphi \sin^4 \frac{\alpha}{2}}}$$

kann nur in dem Bereiche für richtig gelten, innerhalb dessen ein Bogen eines kleinen Kugelkreises mit dem gleichsehnigen Bogen des durch ihn bestimmten grössten Kreises verwechselt werden kann.

Man ersieht hieraus, dass die Anwendbarkeit dieser Formel durch zwei Umstände bedingt ist. Jene Coïncidenz wird nämlich eine um so genauere sein, je näher erstens der Punkt A dem Erd-Aequator liegt, und je kleiner zum zweiten der Bogen AF ist. Für den Aequator selbst ist die Coïncidenz eine vollkommene, die Formel also strenge richtig, und in der That bekommen wir für $\varphi = \frac{\pi}{2}$

$$\beta = 0,$$

d. h. in jener Gegend verliert der Foucault'sche Versuch alle Bedeutung. Andererseits kann unter einer willkürlichen Breite jene Uebereinstimmung nur dann als wirklich zu Recht bestehend angesehen werden, wenn man noch den Sinus mit dem Bogen vertauschen und höhere Potenzen dieses ersteren einfach vernachlässigen kann. Dann aber ist

$$\beta = \alpha \sin \varphi,$$

d. h. wir haben die alte Relation wieder erhalten, welche eben durch eine bessere verdrängt werden sollte.

---

*) Der vor dem Subtrahenden des Nenners früher befindliche Factor 2 war, wie Bielmayr bemerkt, natürlich nur ein Druckfehler. Ehe man den Beweisgang einer solchen complicirten Betrachtung kennt, kann man dem Endresultat unwesentliche Fehler nicht wohl ansehen, indem man die Prüfung doch nur durch Substitution gewisser extremer Argumentwerthe vorzunehmen pflegt, und für solche kommt das Fehlen oder Verbleiben jenes Coëfficienten nicht weiter in Betracht.



Angesichts dieses Ergebnisses stehen wir nicht an, unsere bereits in jener früheren Notiz aufgestellte Ansicht, man müsse an jener alten Formel festhalten, mit aller Energie zu betonen. Damals glaubten wir dies hauptsächlich aus didaktischen Gründen thun zu müssen, heute thun wir es vor allem Anderen aus principiellen. Ueberdies verschafft uns die Gefälligkeit Herrn Pick's*) die Möglichkeit, einen sehr überzeugenden Beleg für diese unsere neu gewonnene Anschauung beibringen zu können. Ihm zufolge hat nämlich T. G. Bunt in Bristol eine genaue Versuchsreihe in diesem Sinne angestellt und dabei gefunden, dass der Ausdruck $\alpha \sin \varphi$ wirklich den Beobachtungen am besten entspreche.

Unter denjenigen Deductionen dieses Ausdruckes, in welche wir seit Veröffentlichung jener ersten Note Einsicht zu nehmen Gelegenheit hatten, scheint uns diejenige von V. v. Lang**) den Vorzug zu verdienen. Dieselbe ist zwar ebenfalls streng kinematisch, allein der Autor hat sich dadurch einen Vortheil verschafft, dass er die allgemeine Lehre vom Zerlegen einer Rotation im Poinsot'schen Sinne bereits früher vorgetragen hat und sich nun auf anerkannte Facta berufen kann. So zieht er in der Meridian-Ebene eines Ortes den nach jenem gerichteten und den darauf senkrechten Erdhalbmesser und zerlegt dann die Rotation der Erde in zwei um diese Geraden als Axen vor sich gehende Drehungen. Das Pendel verhält sich gegen die letztere Drehung wie ein solches am Aequator, also absolut neutral, gegen die erstere reagirt es so, als wenn es sich am Pole befände, also bewegt es sich mit der Winkelgeschwindigkeit $\alpha \sin \varphi$ im entgegengesetzten Drehsinne der Erde. Vorgerückteren Gymnasial- und Realschülern wird sich diese Erklärung sehr wohl verständlich machen lassen.

Der Foucault'sche Versuch ist im Verlaufe des letzten Jahres so vielfach besprochen worden, dass es schwer hält, noch etwas

---

*) Wir hoffen, dass es Herrn Pick nicht unangenehm sein wird, seine Correspondenz, welche des Interessanten Mancherlei enthält, in dieser Weise an die Oeffentlichkeit gebracht zu sehen. Im Uebrigen machen wir alle Freunde der Pendelfrage auf eine Abhandlung jenes Gelehrten aufmerksam, welche in der neuen pädagogischen Zeitschrift für Realschulwesen in Oesterreich erscheinen und die übliche Formel exacter begründen wird.†)

**) V. v. Lang, Einleitung in die theoretische Physik, 1. Theil, Braunschweig 1867. S. 100 ff.

†) Dieselbe ist bereits der Wiener k. k. Akademie d. W. eingereicht worden. D. Red.

wirklich Neues über dies Thema auszusagen. Wir haben die Frage eingehend erörtert und dem Bedürfniss Rechnung getragen, die Irrigkeit einer früheren Ansicht darzulegen. Ob die Gründe, welche uns jenen Irrthum zu bedingen schienen, wirklich die richtigen oder die einzigen sind, wagen wir nicht zu entscheiden; wir möchten den Verfechtern der Hullmann-Friedlein'schen Formel, denen wir uns ja ehedem selbst beizählten, nur die Aufforderung nahe legen, nun auch ihrerseits sine ira et studio die Sache nochmals vorzunehmen und für oder wider sich auszusprechen.

Nachbemerkung des Dr. Pick.

Auf Wunsch des Herrn Prof. Günther und der Redaction füge ich dem Vorhergehenden folgende Bemerkung bei.

Schon im Jahre 1851 habe ich, damals Eleve des physikalischen Instituts in Wien, gegen die übliche Ableitung der Formel und gegen die Anschauungen, welche man dieser Ableitung zu Grunde legt, Bedenken erhoben, wurde aber, da die Sache damals neu war und die Gemüther bedeutend aufregte, nicht gehört, wenn auch nicht widerlegt. Die Bemerkungen Reidt's (s. d. Z. VI, 47), welche mit einem Theile meiner damaligen Einwendungen völlig übereinstimmen, regten bei mir den Gegenstand von Neuem an und ich beschloss, die Erscheinung gründlich zu studiren. Ich hielt anfangs die Formel selbst für eine Näherungsformel, bin jedoch durch eine den Erscheinungen vollkommen adäquate Ableitung zu dem Resultate gelangt, dass, wenn man Störungen (Centrifugalkraft, Luftwiderstand u. s. w.) unberücksichtigt lässt, die alte Formel

$$w = t \sin \varphi \qquad [t]$$

(wo w = der Abweichung der Pendelebene vom Meridian, t = dem Drehungswinkel der Erde, φ = der geographischen Breite) vollkommen exact ist.

Das Resultat meiner Untersuchung habe ich ohnlängst der kaiserl. Akademie der Wissenschaften vorgelegt.

Ich hielt es jedoch weiter für meine Aufgabe, sämmtliche bisher gegebene Ableitungen (mit Ausnahme derjenigen, welche das Problem im Zusammenhange mit den Pendelgesetzen überhaupt auf analytischem Wege, wie Hansen, Binet u. s. w. betrachten und welche ich einem spätern Studium vorbehalte) zu studiren und die oft sehr versteckten Fehlschüsse aufzudecken. Diese ausführliche Arbeit, in der ich namentlich auch die Hullmann-Friedlein'sche Formel eingehend beleuchte, soll demnächst in der „Zeitschrift für das Realschulwesen" erscheinen und werde ich seiner Zeit auch ein kurzes Resumé in diesen Blättern veröffentlichen. Für jetzt sei nur bemerkt, dass ich bezüglich der Hullmann-Friedlein'schen Formel zu denselben Resultaten gelangt bin wie Günther, dass diese Formel jedoch noch weitere Widersprüche für $\varphi = 45^0$ enthält. Sie gibt nämlich für diesen Parallel bei $t = 12$ Stunden für w zwei Werthe nämlich $w = \pi$ oder 0 und $w = \frac{\pi}{2}$; der erste Werth schliesst sich dem Gange der Erscheinungen auf den übrigen Parallelkreisen an, entspricht aber nicht den Erscheinungen auf dem Parallel selbst, die er sprunghaft unterbricht, der zweite schmiegt sich den Erscheinungen im Parallel wohl an, bildet aber eine unerklärliche Anomalie im Vergleich mit den Erscheinungen auf den andern Parallelkreisen, wo die Abweichung für $t = 12$ Stunden durchgehends 0 wird.

Proportionen und Kettensatz.

Von Dr. Pick.

Der sehr zeitgemässe Artikel „die Proportionen und die Schlussrechnung von Dr. J. van Bebber“ (Jahrg. V. Heft 4 S. 257), dem ich aus voller Ueberzeugung beistimme, veranlasst mich zu folgender Notiz. Es ist unbegreiflich und zeigt, wie langsam sich richtige Anschauungen Bahn brechen, dass die Lehre von den Proportionen selbst im Volksschulunterrichte noch immer in hohem Ansehen steht, während doch schon in „Diesterweg's Wegweiser zur Bildung für deutsche Lehrer“ zu lesen ist: „für einen Unterricht, bei dem die Kinder nichts lernen sollen, ist eine ausführliche Theorie der Proportionen besonders zu empfehlen.“ Meiner Ansicht nach sollten Proportionen an Volksschulen überhaupt nicht, in den unteren Klassen der Mittelschulen nur insofern behandelt werden, als sie für die Aehnlichkeitslehre nothwendig sind, weshalb ich sie auch in meinem für die Unterclassen der Mittelschulen bestimmten Lehrbuche principiell ausschloss, obzwar in demselben die Regel-de-tri, Interessen- und Gesellschaftsrechnung abgehandelt wird. Der Lehrer macht leicht die Erfahrung, dass der Begriff des Verhältnissmässigen den Schülern eben nicht schwer klar zu machen ist, ja dass sie ihn mehr oder weniger rein aus dem Leben mitbringen; wie man aber mit Proportionen manipulirt, wird selbst bei der sorgfältigsten Behandlung von Seite des Lehrers für die Mehrzahl der Schüler alles verschwommen und unsicher. Wie sehr Reife des Urtheils dazu gehört, Proportionen auf das praktische Rechnen anzuwenden, mögen folgende zwei Beispiele zeigen, die, wie ich glaube, praktisch wichtiger sind und die Sache noch drastischer beleuchten, als das von Dr. Bebber im oben genannten Artikel angeführte Exempel. Obzwar es nichts Einfacheres und Einleuchtenderes geben kann, als die Interessenrechnung, wenn sie durch Verstandesschlüsse abgeleitet wird,

lieben es doch viele Lehrer sie mittels der Proportionen zu begründen. Es sei nun die Aufgabe zu rechnen: Wie viel ist bei 6 % Verzinsung ein in 5 Monaten fälliges Capital von 492 fl. gegenwärtig werth? Wir nehmen nun an, es sei ein denkfähiger Schüler, der die Aufgabe zu lösen habe; er wisse also, dass in 6 % der Bedingungssatz versteckt sei und dass man nur Gleichartiges in ein Verhältniss bringen kann. Er löst sich dann ohne Zweifel „6 %“ auf in: 100 fl. werden in 1 Jahre (12 Monaten) zu 106 fl. und wird rechnen:

$$\begin{array}{rcrcr} & & & & 41 \\ 100 \div x & = & 106 & \div & \not{4}\not{9}\not{2} \\ & & \not{1}\not{2} & \div & 5 \\ & & 1 & & \\ \hline 100 \div x & = & 106 & \div & 205 \end{array}$$

$$\text{also } x = 193 \cdot 396 \text{ fl.}$$

Er wird nun freilich einsehen, dass dieses Resultat unmöglich richtig sein könne, aber dass sich Capital und Capital sammt Interessen nur in eine Proportion stellen lassen, wenn im Bedingungs- und Fragesatz Zeit und Procente gleich sind, wird wohl selten einem Schüler einfallen; man wird es ihm eben sagen müssen. Und wie einfach ist die Aufgabe durch Verstandesschlüsse zu lösen. Ein beliebiges Capital z. B. 100 wird zu 6 % in 5 Monaten zu $100 + \frac{100 \cdot 6 \cdot 5}{100 \cdot 12} = 102 \cdot 5$ anwachsen; so oft also $102 \cdot 5$ in 492 enthalten ist, so viele 100 ist es jetzt werth; also

$$492 : 102 \cdot 5 = 4 \cdot 8 \text{ also } 100 \times 4 \cdot 8 = 480 \text{ fl.}$$

Ein ebenso auffälliges Beispiel liefert die Theilungs- oder Gesellschaftsrechnung. In Heis Rechenbuch (Ausgabe für Oesterreich 5. Aufl. S. 238 Nr. 30) findet sich die Aufgabe: „Fünf Dörfer lassen auf gemeinschaftliche Kosten eine Brücke bauen, die 28769 fl. kostet. Der Beitrag soll nach dem umgekehrten Verhältnisse ihrer Entfernungen von der Brücke geliefert werden. Nun ist A $^1/_8$ Meile, B $^3/_8$ Meile, C $1^1/_4$ Meile, E $1^1/_2$ Meile, D $^2/_3$ Meile von der Brücke entfernt. Wie viel hat jedes Dorf zu zahlen?“ Der Schüler weiss nun, dass, wenn nicht im umgekehrten, sondern directen Verhältniss der Entfernungen die Zahlung zu leisten wäre, er anzusetzen hätte: Summe der Entfernung zur Entfernung eines der Dörfer, wie

Summe der Zahlungen zur Zahlung des betreffenden Dorfes. Er wird nun hier das eine Verhältniss umkehren und ansetzen: Summe der Entfernungen zur Entfernung eines der Dörfer, wie die Zahlung des betreffenden Dorfes zur Summe der Zahlungen, und ein monströses Resultat erhalten. Wollte man mit Hilfe der Proportionen nachweisen, dass sich in solchen Fällen die Summe der reciproken Werthe zu dem reciproken Einzelwerthe verhalte, wie die Summe der Zahlungen zur Einzelzahlung, so müsste man folgende Entwicklung machen, die übrigens meines Wissens in den Lehrbüchern fehlt. Es seien m, n, o, p u. s. w. die Verhältnisszahlen, nach denen A umgekehrt proportional getheilt werden soll, so ist, wenn x, y, z, u u. s. w. beziehungsweise die Unbekannten vorstellen

$$x \div y = n \div m \qquad \text{oder } x \div y = \frac{1}{m} \div \frac{1}{n}$$

$$y \div z = o \div n \qquad \text{,,} \quad y \div z = \frac{1}{n} \div \frac{1}{o}$$

$$z \div u = p \div o \qquad \text{,,} \quad z \div u = \frac{1}{o} \div \frac{1}{p}$$

$$\ldots\ldots \qquad \text{,,} \quad \ldots\ldots$$

also $x \div y \div z \div u \div \cdots = \frac{1}{m} \div \frac{1}{n} \div \frac{1}{o} \div \frac{1}{p} \div \cdots$

daher $\left(x + y + z + u \cdots\right) \div x = \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{o} + \frac{1}{p} \cdots\right) \div \frac{1}{m}$

also $A \div x = \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{o} + \frac{1}{p} \cdots\right) \div \frac{1}{m}$

u. s. w.

Ist es nicht einfacher und klarer dem Schüler zum Bewusstsein zu bringen, dass in diesem Falle das Dorf, das zweimal so weit entfernt ist als ein anderes, nur halb so viel als dieses andere zu zahlen habe, und dass man also einfach mit den reciproken Verhältnisszahlen zu rechnen habe? Bei obigem Beispiel würde man also sagen: Wenn bei der Entfernung einer Meile irgend ein Betrag zu leisten ist, so hat Dorf A 8 solche Beträge, B $^8/_3$, C $^4/_5$, D $^2/_3$, E $^3/_2$ derselben zu erlegen. Alle diese zusammen betragen 28769 fl., folglich ist ein solcher Beitrag 28768 fl.: $(8 + {}^8/_3 + {}^4/_5 + {}^2/_3 + {}^3/_2)$ und A hat dann 8, B $^8/_3$ u. s. w. solcher Beträge zu erlegen. Dass man hier wie bei jeder anderen solchen Aufgabe die Verhältnisszahlen durch Multiplication (hier mit 24) in ganze Zahlen umwandeln kann, versteht sich von selbst.

Muss man nun gegen die Behandlung der Proportionen an den genannten Schulen gewichtige Bedenken erheben, so ist der sogenannte Kettensatz, mit dem namentlich an Handelsschulen ein förmlicher Unfug getrieben wird, vollends zu verwerfen; er ist ganz und gar zu streichen. Denn den Proportionen lässt sich, wenn auch mit unverhältnissmässigem Aufwand von Kraft, ein bindendes Moment abgewinnen; der Kettensatz ist nur Mechanismus und selbst der Rechenvortheil, den er gewähren soll, meist illusorisch. Ja die Rechnung wird in der Regel complicirter. So ist es doch gewiss einfacher den in Proncenten angegebenen Discont, die Tara, die Provision u. s. w. zu addiren oder zu subtrahiren, als zu sagen 100 machen $100 \pm p$. Der Vortheil, dass man die Factoren des Dividendus und Divisors abkürzt, wird dem geübten Rechner auch ohne Kettensatz nicht entgehen.

Kleinere Mittheilungen.

Zur Ausziehung der Cubikwurzel.

(Vergl. S. 83 ff. u. 127 ff.)

Von Prof. J. HENRICI in Heidelberg.

Eine bessere Verbindung der Berechnung des 3. Divisors $3\,(a\,.\,10 + b)^2$ und der folgenden mit der vorhergehenden Rechnung bietet folgendes Schema, das Herrn Dr. Stammer unbekannt geblieben zu sein scheint. Es beruht dasselbe auf der Thatsache, dass

$$3\,(a\cdot 10 + b)^2 = (3a\,.\,10 + b)\,b + \left[3a\,.\,10^2 + (3a\,.\,10 + b)\,b\right] + b^2$$

Von diesem Ausdruck sind die beiden ersten Glieder durch die vorangehende Rechnung gebildet; es genügt also der Zusatz b^2 und die Addition dieser 3 Glieder.

$$\sqrt[3]{98|803|352|367} = \overset{a_1\;\;\; a_2}{\overbrace{a\;b}\;b_1\;b_2} = 4\;6\;2\;3$$

$$\begin{array}{l} 34803 \\ \;\;1467352 \\ \;\;\;\;192224367 \end{array}$$

$$3a^2\cdot 10^2 = 4800$$

$$3a\cdot 10 + b = 126$$

$$\left.\begin{array}{rl} (3a\cdot 10 + b)\;b = & 756 \\ 3a^2\cdot 10^2 + (3a\cdot 10 + b)\;b = & 5556 \\ b^2 = & 36 \end{array}\right\} = 3\,(a\cdot 10 + b)^2 = 3a_1^2$$

$$3a_1^2\cdot 10^2 = 634800$$

$$3a_1\cdot 10 + b_1 = 1382$$

$$\left.\begin{array}{rl} (3a_1\cdot 10 + b_1)\,b_1 = & 2764 \\ 3a_1^2\cdot 10^2 + (3a_1\cdot 10 + b_1)\,b_1 = & 637564 \\ b_1^2 = & 4 \end{array}\right\} = 3\,(a_1\cdot 10 + b_1)^2 = 3a_2^2$$

$$3a_2^2\cdot 10^2 = 64033200$$

$$3a_2\cdot 10 + b_2 = 13863$$

$$(3a_2\cdot 10 + b_2)\,b_2 = 41589$$

$$3a_2^2\cdot 10_2^2 + (3a_2\cdot 10 + b_2)\,b_2 = 64074789$$

Das Product 5556 · 6 wird nach dem bekannten (österr.) Verfahren gebildet und zugleich subtrahirt. Die Buchstabenbezeichnungen können in der praktischen Ausführung wegbleiben. Auch für die Ausziehung der Cubikwurzel aus Buchstabenausdrücken ist das Verfahren brauchbar.

Naturwissenschaftliches aus nicht naturwissenschaftlichen Schulbüchern.*)

Vom Rector G. Weisker in Rathenow.

(Vrgl. IV, 221 und V, 131 ff.)

Das Uebungsbuch zur lateinischen Sprachlehre von Dr. Ferd. Schultz, Provinzial-Schulrath zu Münster, (Paderborn, 8. Aufl. 1869) bietet S. 184—206 den Schülern der unteren Classen der Gymnasien als lateinische Lesestücke eine „Uebersicht der Natur." Der erste Blick in dieselbe erweckte in mir Erinnerungen aus der Schulzeit. Naturwissenschaftlichen Unterricht (ein wenig Physik ausgenommen) habe ich als Gymnasiast nie empfangen; meinen Drang nach solcher Belehrung suchte ich als strebsamer Quartaner unter Anderem dadurch zu stillen, dass ich die lateinisch geschriebene „Naturgeschichte für Kinder" übersetzte, welche Bröder seiner kleinen lateinischen Grammatik angefügt hat. Diese Naturgeschichte finde ich nun fast wortgetreu und nur gegen den Schluss hin etwas verändert im Schultz'schen Uebungsbuche wieder. Dem alten guten Bröder will ich keinen Vorwurf machen; als er 1795 jene Lesestücke veröffentlichte, war ihr Inhalt wohl auf der Höhe der Wissenschaft, soweit sie der Schule zugänglich gemacht war. Aber seltsam muss es berühren, dass jetzt nach 80 Jahren, in denen das Wissen von der Natur die eingreifendsten Veränderungen erfahren hat, noch dieselben Lesestücke, nur mit Aenderung einiger Zahlenangaben, unseren Schülern (in 56 höheren Lehranstalten Preussens) als „Uebersicht der Natur" aufgetischt werden. Zwar ist nicht zu befürchten, dass ein Lehrer dergleichen mit den Schülern lesen werde;

---

*) Der Herausgeber d. Z. hält es für seine Pflicht, dieses Thema, dessen Besprechung schon früher (IV, 221. V, 131 ff.) von einem andern Mitarbeiter begonnen wurde und deren Fortsetzung er angelegentlich wünscht, wieder aufzunehmen, besonders da diese Zeitschrift das geeignetste Organ hierzu ist. Es ist höchste Zeit, dass die h. Unterrichtsbehörden auf derartige Schäden, welche ihren Urhebern und Beförderern wahrlich nicht zur Ehre gereichen, ihren Blick richten und dass sie, im Gefühl ihrer Pflicht, ernstlich an die Beseitigung solcher Schandflecke in den sprachlichen Schulbüchern gehen! —



mit vereinzelten Ausnahmen werden die meisten durch den unclassischen Stoff und durch die Menge der im sprachlichen Unterrichte nicht verwerthbaren Vocabeln sich abschrecken lassen.

Aber mancher gute Junge wird Zeit und Mühe an diese veraltete Weisheit verschwenden, und darum ist zu wünschen, dass diese Uebungsstoffe endlich in Wegfall kommen. Sie umzuarbeiten ist nicht rathsam. Man spricht zwar viel von Concentration des Unterrichts, und besonders deutsche Lesebücher suchen dem naturwissenschaftlichen Unterrichte zu dienen; solange aber noch deutsche Gymnasien ihre Schüler fast ohne naturwissenschaftliche Kenntnisse entlassen, solange wird es an philologischen Lehrern fehlen, welche den rechten Gebrauch von derartigen Lesestoffen machen könnten.

Die „Uebersicht der Natur“ beginnt mit der Astronomie. Das Weltall wird eingetheilt in coelum et terram. Terra cum ceteris elementis, igne, aëre, aqua, hominum causa est. Homines possident universam terram. Also die Erde ist der Mittelpunkt der Schöpfung; sie und mit ihr die übrige Welt sind um des Menschen willen da! Wir sind jetzt doch bescheidener geworden. Und von welch kleinem Theile der Erdoberfläche haben die Menschen bis jetzt Besitz ergriffen! Die vier Elemente sind übrigens nicht etwa nur aus alter Gewohnheit genannt, sondern werden wirklich als Grundstoffe aufgefasst; vom Feuer wenigstens heisst es: Idem est inter elementa levissimus, so dass nur noch eine Zahlangabe über das specifische Gewicht des Feuers fehlt.

Ein bedenklicher Schülerirrthum tritt auf in dem Satze: Sol, quia modo propius, modo longius abest, quattuor anni tempora efficit, ver, aestatem, autumnum, hiemem. Der Schüler wird glauben, dass die Erde im Sommer der Sonne am nächsten, im Winter am fernsten sich befinde, und das wird ihm sogar als Ursache des Wechsels der Jahreszeiten aufgebunden. Es wird zwar dann erwähnt, dass die Erwärmung der Erde von dem Einfallswinkel der Sonnenstrahlen abhänge, aber nur um zu erklären, warum die Sonne am Mittag mehr wärme, als am Morgen oder Abend.

Der Saturn hat (statt 8 Monde und 3 Ringe) nur 7 Monde; vom Uranus werden Monde gar nicht erwähnt.

Von der Luft heisst es: Is ubi terrae propior et vaporibus crassior est, vulgo atmosphaera, ubi remotior a terra et rarior est ac purior, aether vocatur; ob „Aether“ hier nur im dichterischen Sinne gebraucht ist oder ob auch hier schon der Kampf gegen die räthselhaften Imponderabilien der Physiker begonnen hat, bleibe dahingestellt. Dagegen dem Satze: Aër nunquam purus est, sed particulis salsis, sulfureis aliisque mixtus liegen unbekannte chemische Analysen der Luft zu Grunde, deren ehrwürdiges Alter später durch folgende Sätze bezeugt wird: Praeter aquae vapores etiam sulfurei

in aëra ascendunt, unde fulmen nasci olim creditum est und: Dracones volantes et stellae cadentes, ut multi putant, ab exhalationibus terrae pinguioribus et putribus nascuntur.

Mancherlei schiefe Ausdrücke in Bezug auf Schall und Licht wie: Aër sonum efficit u. ä. übergehe ich. Nur auf einen seltsamen Wind, der neben Sturm- und Wirbelwind aufgeführt wird, muss ich aufmerksam machen: Subterraneus ventus nonnunquam terrae motum excitat, quo urbes pagique corruunt.

Rührend naiv ist der Abriss der Mineralogie. Lapides dividuntur in vulgares, rariores, pretiosos. Vulgares sunt saxum, cos, silex, pyrites; rariores sunt magnes, crystallus, marmor; pretiosi sunt gemmae. Für crystallus bietet das angehängte Wörterbuch nicht Bergkrystall, sondern einfach Krystall; später heisst es aber: Crystallus est lapis pellucidus et valde durus. Ausser den genannten Steinen werden nur noch pumex, lapis Lydius, einige Edelsteine, und im Gegensatz zum Diamant und seines Nutzens willen der lapis monaris erwähnt.

(Fortsetzung folgt.)

Aus der Schulmappe.

Miscellen*) von Dr. A. Kurz, Prof. der k. Industrieschule in Augsburg.

Die ersten 24 Miscellen erschienen in den Blättern für das bairische Gymnasial- und Realschulwesen Bd. 11, 1875, und zwar S. 18—23 die Nummern: 1) Ueber das Rechnen mit unvollständigen Zahlen. 2) Zum Unterrichte in der Planimetrie. 3) Das mathematische Pendel. 4) Das physikalische Pendel. 5) Das Trägheitsmoment noch einmal. 6) Ueber das Minimum der prismatischen Ablenkung. S. 121—125: 7) Vom Stosse. 8) Weisbach's Momentenfläche. 9) Hydrostatisches und Allgemeines. 10) Zur Erklärung von Foucault's Pendelversuch. 11) Messende Schulversuche aus der Wärmelehre. 12) Das Exponentialgesetz $g = ab^x$. S. 269—274: 13) Humanismus und Realismus. 14) Die Interferenz bei der Stimmzahl. 15) Ueber die specifische Wärme der Luft. 16) Drehung eines Körpers um eine feste Axe. 17) Lesebuch und Experiment im naturwissenschaftlichen Unterrichte. 18) Seiten- und Pfeifentöne. S. 415—421: 19) Andenken für einen jüngst verstorbenen Physiker (J. Müller). 20) Fortsetzung über das Ver-

---

*) Die Redaction öffnet die Spalten d. Z. mit Vergnügen diesen in der Praxis des Unterrichts entstandenen „Miscellen,“ welche der Herr Verfasser in das von ihm mitredigirte Journal (Bl. f. bair. Gymn. u. Realsch.) einzurücken aus anerkennenswerthen Motiven Bedenken trägt. D. Red.



hältniss der specifischen Wärme der Gase. 21) Die Schallgeschwindigkeit in der Wärmelehre. 22) Der elementare „freie Fall“ als specieller Fall. 23) Aufgabe über dynamische Stabilität. 24) Aufgabe über zusammengesetzte Momentenfläche.

25) Specifische Gewichtsbestimmung mit Reduction auf den leeren Raum und auf Wasser von 4°.

Ich wähle gleich das Beispiel S. 46 in Kohlrausch's Leitfaden der praktischen Physik, 2. Auflage, welches diese Miscelle veranlasste.

Ein Stück Silber wiege in der Luft $m = 24312\, mg.$ Wir denken das Tarirverfahren angewendet. Bei der Wägung im Wasser (Tara wie vorher) mussten $w = 2396\, mg.$ zugelegt werden. Daraus ergibt sich als erster Näherungswerth $s = 10{,}147$ mit dem grösstmöglichen Fehler $\pm 0{,}002$, wenn m und w als solchen Fehler 0,5 hätten.

Heisst nun aber l das Gewicht der vom Silber verdrängten Luft, welche per cmm wiege $\lambda = 0{,}0012\, mg.$, so ist $l = \frac{\lambda m}{s} = 2{,}9$, wobei es genügte, mit $m = 24300$ und $s = 10{,}1$ zu rechnen. Ist ferner der Gewichtsatz aus Messing vom specifischen Gewicht 8,4, so verdrängen die 24000 $mg.$ das Luftgewicht $l' = \frac{\lambda \cdot 24300}{8{,}4} = 3{,}5$. Also ist das wahre Gewicht das Körpers in der Luft $K = m + l - l'$.

Der Auftrieb im Wasser sei A; der Auftrieb der Gewichtstücke w (nahe 2400) ergibt sich als $l'' = \frac{\lambda \cdot 2400}{8{,}4} = 0{,}3$. Dann liefert die trockene und nasse Wägung des Körpers die Gleichung:

$$K - l = K - A + w - l'', \text{ oder } A = w + l - l'';$$

also $s = \frac{m + l - l'}{m + l - l''}$ das specifische Gewicht des Silbers in Bezug auf das wirklich angewandte Wasser; und wenn dieses die Dichte $d = 0{,}99843$ hat

$$s = \frac{m + l - l'}{w + l - l''}\, d \text{ das vollständig corrigirte specifische Gewicht.}$$

Zur Berechnung desselben, beziehungsweise um eine hierfür bequemere allgemeine Formel herzustellen, setzt man $d = 1 - \delta$ und

$$s = \frac{m}{w}\left(1 - \frac{l' - l}{m}\right)\left(1 - \frac{l - l''}{w}\right)\left(1 - \delta\right) = \frac{m}{w}\left(1 - \frac{l' - l}{m} - \frac{l - l''}{w} - \delta\right)$$

Im obigen Beispiele fällt $\frac{l' - l}{m}$ als zu klein ausser Rechnung und wird

$$s = \frac{m}{w}\left(1 - 0{,}0011 - 0{,}0016\right) = \frac{m}{w}\left(1 - 0{,}0027\right) = \frac{m}{w} - \frac{m}{w}\, 0{,}0027$$
$$= 10{,}147 - 0{,}027 = 10{,}120.$$

Die letzte Decimale ist mit demselben Fehler behaftet wie 10,147 (siehe oben).

Kohlrausch findet auch 10,120; aber diese Uebereinstimmung fäuist nur zllig; es müss te denn sonst $\lambda\left(\frac{m}{w}-1\right)$ bei Kohlrausch mit $\frac{l-l'}{w}\cdot\frac{m}{w}$ bei mir identisch sein. Die weitere Vergleichung dieser beiden Werthe ist nicht ohne Interesse; es kommt, mit Weglassung des gemeinsamen Factors λ

$\left(\frac{m}{w}-1\right)$ zur Vergleichung mit $\frac{\frac{m}{s}-\frac{w}{8,4}}{w}\cdot s$, oder mit $\left(\frac{m}{w}-\frac{s}{8,4}\right)$; der vorliegende Irrthum verbarg sich also in dem geringen Unterschiede der specifischen Gewichte des Silbers und Messings.

Gegen ein Raisonnement wie S. 45 a. a. O. hat schon Mach in Carl's Repertorium für physikalische Technik Band 7., 1871, S. 377 sich gewendet.

26) Versuch mit Atwood's Fallmaschine.

Ich kann mich nicht erinnern in einem Lehrbuche solche Versuche angegeben gefunden zu haben mit Berücksichtigung des Trägheitsmomentes der Rolle, und lasse desshalb die am 28. Octbr. 1875 während des Unterrichtes gewonnenen Messungsresultate folgen.

Gewicht beider Schalen 100 gr. (abgerundet), Uebergewicht 10 gr. Daraus berechnet sich nach der gewöhnlich in den Lehrbüchern gegebenen Formel die Beschleunigung zu $\frac{10}{110}\cdot g$ oder 89 centim. Ebenso ist für 5 gr. Uebergewicht die Beschleunigung gleich $\frac{5}{105}\,g$ oder 47 centim.

Aber die Falltiefe von 206 centim. wurde in beziehungsweise 5 und 7 Halbsecunden (gezählt nach dem Mälzel'schen Metronom) zurückgelegt, woraus die Schüler beziehungsweise 66 und 34 centim. Beschleunigung (pro Sec.) berechneten. Bringt man nun den Radkranz der Rolle mit x gr. in Rechnung, so ergibt sich aus der einen Versuchsreihe

$$\frac{10}{110+x}\cdot g=66 \text{ oder } x=38$$

und aus der anderen $\frac{5}{105+x}\,g=34$ oder $x=39$.

In runder Zahl entspricht also das Trägheitsmoment der Rolle 40 Grammen (das Gewicht der ganzen Rolle sammt stählerner Axe und 3 Speichen, die wie der Kranz von Messing sind, hatte ich früher einmal gleich 60 gr. gefunden); oder genauer: die auf den Umfang der Rolle reducirte Masse ist $\frac{40}{g}$.

So dient also die Fallmaschine auch zu einer Messung des Trägheitsmomentes. Vergl. Misc. 4 u. 5.

(Fortsetzung folgt.)

Sprech- und Discussions-Saal.

Zum letzten Male:

Dreimal mehr, dreimal weniger.*)

Von Dr. E. Bardey.

Durch den Aufsatz des Herrn Dr. Stammer (S. 382 ff.), der nach der Bemerkung auf S. 290**) vorzugsweise gegen meine Zeilen S. 289 gerichtet ist, fühle ich mich erstens veranlasst, auf denselben Einiges zu erwidern, und sehe mich zweitens, um mich zu rechtfertigen, leider gezwungen, das Ungenügende der bisher gegen die Ausdrücke vorgebrachten Beweise darzuthun. Drittens scheint es mir zweckmässig und nothwendig, die Ausdrücke einer eingehenden sprachlichen Betrachtung zu unterwerfen, um zu zeigen, ob sie nach den Gesetzen der Sprache eine Berechtigung für sich haben oder nicht und wo ihre wunden Punkte liegen. Ausdrücke, die so viel gebraucht werden und von denen in diesem Blatte bereits so viel hin und her geredet ist, verdienen wohl, selbst in einem mathematischen Blatt, eine eingehende sprachliche Erörterung. Dann erst sind wir genügend berechtigt, ein Urtheil über dieselben zu fällen, eher nicht. Daher mag es mir gestattet sein, noch einmal auf einen so geringfügigen Gegenstand zurückzukommen; es ist wohl besser, wir bringen die Sache jetzt ganz zum Austrag, als dass wir auf halbem Wege stehen bleiben, damit man in späteren Jahren nicht sagt, wir hätten noch etwas Wesentliches vergessen, und noch einmal ins Geschirr geht.

I. Contra Herrn Dr. Stammer. Ich gehe nur auf den ersten Absatz seines Aufsatzes (S. 382) ein, um mich nicht zu sehr vom Thema zu entfernen.

1. „Die gerügte Bezeichnungsweise," so heissen die ersten Worte. — Von einer Bezeichnung ist gar nicht die Rede, sondern von einem Ausdruck oder einer Redewendung.

2. „Die gerügte Bezeichnungsweise ist einfach logisch falsch, wie V, S. 360 ff. richtig gezeigt ist." — Wenn Herr St. für seine

---

*) Zur Orientirung: Veranlassung zur Behandlung dieses Themas war ein kleiner Aufsatz des Herausgebers in den kl. Mitth. V, 360—361 unter der Firma „Incorrectheiten" („Ein unbarmherzig über Bord zu werfender Ausdruck"). Hierauf folgten die Aufsätze von:

Fischer	in VI,	212—219
Hoffmann	„ „	279—285
Oppel	„ „	285—289
Bardey	„ „	289—290
Stammer	„ „	382—384
Müller	„ „	458—461

D. Red.

**) Diese Bemerk. ging nicht auf Dr. Stammer. D. Red.

Meinung keine anderen Gründe hat, als den in V, 361 gegebenen Beweis, so erlaube ich mir, an der Richtigkeit derselben sehr stark zu zweifeln. Vgl. weiter unten II, 1.

3. „Demnach." — Demnach heisst sont in der Sprache so viel als folglich und deutet eine Folgerung aus dem vorhergehenden Satze an. Darnach kann man die Stelle bei Herrn St. nur so auffassen: „Ich frage, was, da die gerügte Bezeichnungsweise einfach logisch falsch ist, „einmal mehr" zu bedeuten hat. Das verstehe ich nicht; oder hat der Verfasser statt „demnach" vielleicht „nach derselben" sagen wollen?

4. „— — — so frage ich, was demnach ‚einmal mehr' zu bedeuten hat." — Dieser Frage stelle ich zwei andere entgegen. Ein Product ist eine Summe gleicher Summanden. Was bedeutet darnach das Product $a.\ 1$? Es ist ein Nonsens; man hätte eine Summe von einem Summanden. Eine Potenz ist ein Product aus gleichen Factoren. Was bedeutet darnach die Potenz a^1? Sie ist ebenfalls ein Nonsens; man hätte ein aus einem Factor bestehendes Product. Die Ausdrücke Product und Potenz, wie multipliciren und potenziren, gelten zunächst nur für ganze Zahlen von 2 an aufwärts. Will man sie auf 1 und 0 anwenden, so bedürfen die ursprünglichen Definitionen einer Erweiterung. Ebenso steht es mit den gerügten Ausdrücken, sie werden für 1, 0 u. s. w. rein formell. Oder sollte man das Recht, welches man für fremde Ausdrücke, leider oft wohl nur unbewusst, in Anspruch nimmt, nicht auch für einen rein deutschen Ausdruck gelten lassen?

5. „a^n . . . Fehler zu sagen: a, n mal mit sich selhst multiplicirt." — Diese Bemerkung gehört nur dann hierher, wenn Jemand behauptet hätte, a mit n multipliciren hiesse a $n$mal zu sich selbst addiren. Davon ist hier nicht die Rede. Die Bemerkung passt auch dann nur genähert, wenn man in den fraglichen Redewendungen ein „um" hinzusetzt: 12 ist um dreimal mehr, als 4. Das „um" steht aber nicht da. Ich kann auch nicht glauben, dass es einen Vertheidiger der Ausdrücke gibt, welcher meint, es sei da ein „um" hinzuzudenken. Die Redewendung heisst: 12 ist dreimal mehr als 4. Ohne dies „um" finde ich zwischen der Bemerkung des Herrn St. und den gerügten Ausdrücken keinen Zusammenhang.

6. „Wenn die Wissenschaft das Unrichtige einer Sprachweise erkannt und nachgewiesen hat, so hat sie das Recht und die Pflicht auf die Beseitigung derselben zu dringen." — Wenn!*)

*) Hr. Dr. Stammer i. D. schreibt uns über diesen Aufsatz des Hr. B., den wir ihm zum Zwecke der Vertheidigung mittheilen mussten, Folgendes:

Herr Redacteur! Zu einer Gegenbemerkung des B. Aufsatzes kann ich mich nicht entschliessen, nicht nur, weil ich, wie ich Ihnen schon angedeutet, Herrn Bardey nicht angegriffen habe und auch nicht angreifen konnte, sondern auch weil seine Bemerkungen gegen mich zu unwesent-



II. Contra Herausgeber, Herrn Professor Hoffmann. So sehr ich sonst die Ansichten des Herrn Herausgebers achte, so sehr ich sein Streben und seine Leistungen für die Hebung und Förderung des mathematischen Unterrichts anerkenne, so sehr ich das

---

lich sind und nur einzelne Ausdrücke betreffen. Zu einem Streite aber über Worte halte ich Ihre Zeitschrift für zu gut. — Dass Bardey die Multiplication und Potenzirung mit 1 nicht will unter die allgemeine Definition fallen lassen, ist mir unverständlich. Warum soll eine Summe nicht auch aus einem Summanden bestehen können? Mit der 0 ist es freilich etwas anderes. — Die Bemerkung B's unter 5. ist Silbenstecherei; ich habe nicht die beiden Ausdrücke als aus derselben Ursache fehlerhaft hingestellt, sondern nur gesagt, es sei ein ähnlicher Fehler, auf demselben Boden gewachsen, d. h. durch unrichtige Redewendung erzeugt.

Was aber im Allgemeinen mich an Bardeys ganzer Arbeit unangenehm berührt, ist der rechthaberische Ton, mit dem er einen Ausdruck vertheidigt, weil er ihn vertheidigen will. Dass er bequem ist oder in Elementarschulen gebraucht wird, kann nimmermehr für seine Beibehaltung sprechen. Entweder ist ein Ausdruck richtig; dann behält ihn auch die höhere Schule; oder er ist falsch, dann müssen die Mathematiker dahin wirken, dass er auch aus der Elementarschule verschwinde.*) — Nun hat Bardey zwar sehr weitschichtig, aber recht scharf den wunden Fleck des Ausdrucks nachgewiesen und sogar erklärt, dass er ihn in einem mathem. Lehrbuche nicht gebrauchen würde. Warum also ihn noch vertheidigen? Weil er bequem ist? Ist denn „4 mal mehr als“ soviel kürzer als „4 mal so viel als“? Und gerade in den Fällen, wo er ganz besonders zur Abkürzung dienen würde, wie „12 ist $^1/_3$ mal weniger als 4“ (statt „12 dividirt durch $^1/_3$ ist 4“) wird ihn doch Niemand gebrauchen wollen. Warum geht B. nicht auf diesen Einwand ein? Will er nicht zugeben, dass eine Unrichtigkeit erst dann besonders augenscheinlich wird, wenn man die Behauptung auf besondere Fälle anwendet? Ebensowenig beachtet B. die pädagogischen Bedenken. Bei dem Worte mehr denkt man unwillkürlich an eine Summe (oder Differenz), wie ja schon in dem Worte plus (mehr) liegt. Dass das „um“ fehlt, wird zu leicht übersehen. Wer, wie ich, erfahren hat, welche Mühe es im Unterrichte der Algebra kostet, die Bedeutung der Operationen den Schülern zum klaren Bewusstsein zu bringen und sie von den fortwährenden Verwechselungen abzubringen, der wird nur zu gerne jeden Ausdruck vermeiden, der auch die geringste Trübung der Vorstellung hervorrufen könnte. Je mehr sich die Ausdrücke von einander unterscheiden, desto besser! Aus diesem Grunde habe ich stets gegeneinander gestellt die Ausdrücke (um nicht durch „Bezeichnung“ mir wieder einen Vorwurf von B. zuzuziehen!): „um 3 mehr als 4“ und „3 mal soviel wie 4“.

Nachdem ich mir in dieser kurzen Auseinandersetzung erlaubt, Ihnen meine Ansicht über Bardey's Entgegnung, die — ich wiederhole es — viel zu lang und wortreich ist, anzudeuten, überlasse ich es Ihnen vollständig, was Sie mit meiner Mittheilung anfangen wollen. Mögen Sie dieselbe ganz oder in Bruchstücken oder gar nicht benutzen; mögen Sie zur Unterstützung Ihrer Ansicht sie anführen; ob Sie meinen Namen nennen oder nicht: das ist mir Alles gleichgültig. Ich bin in meinem ersten Aufsatze blos ihrer Aufforderung (VI, 219) nachgekommen und will der Wahrheit, der Schule, der Wissenschaft dienen. Auf meine Person kommt es dabei ebensowenig an, wie auf das Rechtbehalten. Nur möchte ich wünschen,

---

*) Sehr richtig! D. Herausgeber.

Streben billige, die Incorrectheiten in der mathematischen Unterrichtssprache zu beseitigen, so kann ich doch nicht umhin, die gegen die gerügten Ausdrücke vorgebrachten Beweise als unrichtig und verfehlt anzusehen. So leid es mir thut, polemisch gegen den Herausgeber aufzutreten; Herr Dr. St., der, gestützt auf jene Beweise, ein Recht zu haben glaubt, sich auf das hohe Pferd der Wissenschaft und der Logik zu setzen (siehe VI, 382 ff.), zwingt mich zu diesem Schritte.

1. Den Beweis V, S. 361*) hatte ich früher nicht gelesen, bin zum Lesen desselben erst durch den Aufsatz des Herrn Dr. Stammer veranlasst worden. Herr Professor H. denkt vor dem „dreimal" stets ein „um" hinzu.**) Dass die Sätze: „12 ist um dreimal mehr als 4" und „4 ist um dreimal weniger als 12" keinen Sinn haben, ist wohl als selbstverständlich zu betrachten und bedarf keines Be-

---

dass die streitenden Parteien einer gemesseneren Sprache sich bedienten und die Reden von dem „hohen Pferde der Logik und Wissenschaft" (am Anfange von II. der Bardey'schen Replik) unterliessen. Das sind persönliche Gehässigkeiten. —

Ich dächte im Uebrigen, dass die Aufsätze, welche Ihre Zeitschr. über den beregten Ausdruck gebracht, schon vollständig hinreichten und keiner weitern Ergänzung bedürften. Eine weitere Besprechung wird die Ansicht, die sich bis jetzt jeder Leser gebildet hat, nicht mehr ändern. Wie wäre es dagegen, wenn Sie einmal die Besprechung darüber anregten, wie man die Indices, obere und untere, aussprechen soll? Also wie a^{IV} von a_4 unterscheiden? Die Franzosen sagen bekanntlich à quatre und à quatrième. Sollen wir nicht Aehnliches können?

*) S. aber genauer: VI, 279 ff. D. Red.

**) Dieses „um" hinzuzudenken ist mir nicht in den Sinn gekommen, weil ich es für unnöthig halte, da man es bei Vergleichungen beliebig weglässt. Wenigstens scheint mir hierin der Sprachgebrauch in einer Wandlung — die Sprache ist ja in einem stetigen, wenn auch sehr langsamen, kaum merkbaren Flusse — zu sein. Ich habe häufig in wissensch. Werken gelesen und von Gebildeten sagen gehört, „diese Brücke ist 10 Ell. breiter als jene (statt „um" 10 Ell.). Das Mass der Vergleichung steht häufig im Accusativ (wie im Lat.) auch ohne „um" (oder „um" ist pleonastisch). Wenn aber das „um" hinweggelassen werden darf, ist es dann verboten, es hinzuzusetzen oder wenigstens hinzuzudenken? — Aber das „um" ist ja gar nicht die Hauptsache, sondern der Comparativ „mehr" („weniger"). Vgl. meine Analyse VI, 279 (unten) und 280.

Bei Sander fand ich über das „um" nicht Hinreichendes. Dagegen dürfte Folgendes aus dems. (s. gr. Wörterb. II, S. 213, vgl. auch Handwörterb. S. 50) hier Platz verdienen: „die bestimmten Vervielfältigungszahlen (über eins) stehen neben dem Comparativ oder neben dem Positiv mit „so" zur Vergleichung der Grösse etc. in gleicher Bedeutung: dies ist zwei-, drei-, viermal grösser oder zweimal etc. so gross als jenes." Vgl. prägnant: dies ist noch einmal so gross d. h. einmal und noch einmal oder zweimal, während bei grösseren Zahlen das „noch" gewöhnlich pleonastisch steht. Bei ächten Brüchen dagegen sind Comparativ und Positiv verschieden: das blaue Band ist halbmal (oder halb) so breit, wie das rothe; das grüne ist ein halbmal breiter „es ist anderthalbmal so breit." Der Herausgeber.

weises. Der Verfasser hätte da statt des Beweises einfach sagen können: „4 ist dreimal weniger als 12“ ist so viel als „4 ist um dreimal weniger als 12;“ der letzte Satz ist ein Unsinn, folglich auch der erste. Da bedürfte es aber noch des Beweises, dass die angegebenen Sätze wirklich gleich viel sagen. Dieser Beweis ist nicht zu führen. Wie man in solchen Fällen das „um“ nicht beliebig fortlassen darf, man darf nicht sagen „8 ist 3 grösser als 5“ statt „8 ist um 3 grösser als 5,“ so ist es auch nicht gerechtfertigt, hier ein „um“ hinzuzudenken. Durch Hinzufügung schon eines Buchstaben lässt sich leicht das Unmögliche beweisen, aus „ein“ wird „kein,“ aus „immer“ wird „nimmer.“ Es handelt sich darum, ob man sagen darf „12 ist dreimal mehr als 4,“ nicht darum, ob man sagen darf „12 ist um dreimal mehr als 4.“ Wegen des vom Verfasser hinzugedachten Wörtchens „um“ habe ich auch den Sinn, welchen derselbe den folgenden Zeilen seines Beweises „4 ist einmal (nämlich einmal sich selbst = 4) kleiner als 12,“ d. i. 8 etc. untergelegt wissen will, erst nach langem Nachdenken herausgebracht. Der Verfasser denkt vor einmal, zweimal, dreimal stets ein „um“ hinzu.

2. Herr Prof. H. findet S. 279 unten in den gerügten Ausdrücken eine Unklarheit in der Beziehung des „dreimal.“ Dass eine Unklarheit möglich ist, muss ich zugeben (vergl. weiter unten III, 4 und 5), aber nicht den Grund der Unklarheit. Der Verfasser hält die Ausdrücke für unvollständig, er vermisst hinter „dreimal“ den Multiplicanden. Er macht dabei keinen Unterschied zwischen den Ausdrücken „12 ist dreimal mehr als 4“ und „4 ist dreimal weniger als 12.“ Nach der Analogie zu schliessen kann wenigstens in dem Ausdruck „12 ist dreimal mehr als 4“ kein Missverständniss in der Beziehung des dreimal obwalten; es kann sprachlich nur auf 4 bezogen werden. Betrachten wir zu dem Zwecke die Redewendungen: 18 ist dreimal so viel als 6, 9 ist um die Hälfte mehr als 6, 8 ist um den dritten Theil mehr als 6, 4 ist um den dritten Theil weniger als 6, 26 ist um den dritten Theil mehr als viermal so gross als 6. Sind sie unvollständig, incorrect, unmathematisch, unlogisch? Ich glaube nicht. Auch hier haben dreimal, die Hälfte, der dritte Theil u. s. w. keine Multiplicanden bei sich, und doch zweifelt man keinen Augenblick über ihre Beziehung. Alle näheren Bestimmungen der Prädicate müssen in solchen Vergleichungssätzen, wie man es unwillkürlich thut, auf das zweite als das ursprüngliche oder bekannt angenommene Glied der Vergleichung bezogen werden, in den obigen Sätzen auf 6. In dem Ausdruck „12 ist dreimal mehr als 4“ ist daher die Beziehung von dreimal ebenso unzweifelhaft als in den obigen Beispielen; das „dreimal“ ist auf 4 zu beziehen. Anders steht es freilich mit dem Ausdruck „4 ist dreimal weniger als 12,“ von welchem weiter unten III, 4. die Rede sein wird und welcher eine

weit grössere Incorrectheit enthält als jener erstere, obgleich beide Ausdrücke, wie es scheint, von den Gegnern sowohl als den Anhängern mit gleichem Masse gemessen werden. Eine Unvollständigkeit liegt aber in beiden gerügten Redewendungen ebenso wenig als in allen oben angeführten Beispielen.

3. Die S. 280 und 281 aufgestellten Gleichungen $12 = 4 + 3x$ und $3 = 12 - 4x$ sind ebenfalls nur dann richtig, wenn man liest „12 ist **um** dreimal grösser als 4" und „3 ist **um** viermal kleiner als 12." Den Ausdrücken ohne das „um" sind sie nicht entsprechend. Auch wird man die betreffenden Gleichungen erst dann ansetzen können, wenn man sich über die Bedeutung der Ausdrücke klar ist. Man hat den Ausdruck so oder so verstanden; daher muss die Gleichung so oder so heissen. Der Schluss nun rückwärts: da die Gleichung so oder so heisst, so muss der Ausdruck die und die Bedeutung haben und folglich richtig oder falsch sein, ist nicht gerechtfertigt, wäre ein circulus in concludendo. Mit dem Ansatz der Gleichung ist bereits das Urtheil über die Bedeutung des Ausdrucks gesprochen; die Gleichung kann daher nichts beweisen.

III. **Eingehende sprachliche Betrachtung der gerügten Ausdrucksweisen.**

1. **Pro.** — Die Sätze „12 ist mehr als 4" und „12 ist dreimal so viel als 4" sind sprachlich unanfechtbar. Der Satz „12 ist dreimal mehr als 4" ist aus der Verschmelzung jener beiden Sätze entstanden. Solche Verschmelzungen kommen in jeder Sprache vor, da jede Sprache nach Kürze strebt, und werden nicht für sprachwidrig gehalten, wenn sie auch gegen die Gesetze der Sprache stark verstossen und genau genommen oft einen baren Unsinn sagen. Gegen die Gesetze der Sprache verstossen die gerügten Redewendungen, wie aus 3. und 4. weiter unten folgt, allerdings; dass sie aber direct einen Unsinn enthalten, lässt sich nicht nachweisen. „Dreimal" ist in demselben eine adverbiale Bestimmung der Art und Weise und gibt an, wie das mehr oder weniger zu verstehen ist. „12 ist dreimal mehr als 4" heisst „12 ist **in der Art** mehr als 4, dass es 4 dreimal enthält;" „4 ist dreimal weniger als 12" heisst „4 ist in der Art weniger als 12, dass es in 12 dreimal enthalten ist."*) So etwa hat Herr Prof. Oppel die Ausdrücke erklärt, und es ist mir allerdings noch nicht eingefallen, dass sie einen andern Sinn haben könnten. Wenn die Ausdrücke etwas Anderes bedeuteten, so wäre es ein Räthsel, dass so viele Menschen, die doch nicht alle unzurechnungsfähig sein können, die Ausdrücke als Multiplications- und Divisionsformeln gebrauchten.

2. **Pro.** — Die Redewendungen: 1) **das Resultat ist drei-**

---

*) Man vergl. jedoch meine Anm. VI, 280 **). H.

mal zu gross, und 2) das Resultat ist dreimal zu klein, sind wohl schwerlich zu missverstehen. Sie scheinen wegen ihrer ausserordentlichen Kürze unentbehrlich. Sie wollen bekanntlich sagen: 1) das Resultat ist zu gross, es ist dreimal so gross, als es hätte sein sollen; 2) das Resultat ist zu klein, es ist der dritte Theil von dem, was kommen muss. Man bemüht sich vergebens, diese Redewendungen durch andere, kurze zu ersetzen. Bei der ersten geht es noch leidlich, bei der zweiten schon schlecht; denn zu sagen: das Resultat ist dreimal so klein, als es sein sollte, ist, wie weiter unten aus 4. (Anmerk.) folgt, sprachlich schon unrichtig. Erkennt man aber die hier angegebenen Ausdrücke als unverwerflich an, so darf man auch gegen die gerügten Ausdrücke „12 ist dreimal mehr als 4“ und „4 ist dreimal weniger als 12“ nichts einwenden. Zu gross und zu klein sind ebenfalls comparativische Begriffe und die gerügten Ausdrücke sind sprachlich nicht incorrecter als diese. Die Zulässigkeit der einen bedingt auch die der anderen.

3. Contra. Erster wunde Punkt. — In dem Satze „12 ist dreimal mehr als 4“ ist mehr ein Comparativ. Dieser hat die nähere Bestimmung dreimal bei sich. Wenn der Satz den ihm von den Anhängern untergelegten Sinn haben soll, so ist dreimal eine adverbiale Bestimmung der Art und Weise. Ein Comparativ wird aber sonst in der Sprache nur näher bestimmt durch die Angabe, um wie viel die eine Sache die andere übertrifft (im Lateinischen durch den Ablat. mensurae). Andere Bestimmungen von Comparativen kennt die Sprache für gewöhnlich nicht. Daher würden die Ausdrücke „12 ist dreimal mehr als 4“ und „4 ist dreimal weniger als 12,“ in denen für „dreimal“ nicht „um dreimal“ gelesen werden darf und in denen „dreimal“ eine adverbiale Bestimmung der Art und Weise ist, sprachlich zu den Ausnahmefällen gehören, einen Verstoss gegen die Sprache enthalten.

4. Contra. Zweiter wunde Punkt. — In allen Vergleichungssätzen bezieht sich die Bestimmung des vergleichenden Prädicats, wie oben in II, 2., nachgewiesen ist, stets auf das zweite, ursprüngliche, als bekannt angenommene Glied der Vergleichung. In dem Satze „12 ist dreimal mehr als 4“ stimmt das, dreimal bezieht sich auf 4; aber nicht in dem Satze „4 ist dreimal weniger als 12.“ In diesem Satze muss, wenn er in dem gebräuchlichen Sinne gefasst werden soll, die Bestimmung „dreimal“ auf das erste, also gleichsam unbekannte oder noch zu bestimmende Glied der Vergleichung bezogen werden, obwohl es sprachlich nach der Analogie der oben in II, 2. gegebenen Redewendungen auf das zweite Glied der Vergleichung bezogen werden sollte.*) In dem Ausdrucke „4

*) An diesem Fehler leidet auch der Ausdruck: 4 ist dreimal so wenig als 12. Man scheut sich unwillkürlich, diesen Ausdruck zu gebrauchen,



ist dreimal weniger als 12" liegen daher zwei sprachliche Incorrectheiten: 1) die sonst in der Sprache nicht vorkommende Bestimmung des Comparativs durch eine andere Angabe als die des Masses auf die Frage „um wie viel?", dreimal, nicht um dreimal; 2) die Beziehung der näheren Bestimmung des Comparativs auf das erste Glied der Vergleichung anstatt auf das zweite, auf 4 statt auf 12, wie es sonst in der Sprache nicht geschehen darf. Demnach ist das Bedenken, ob der Ausdruck „4 ist dreimal weniger als 12" angewendet werden darf, ein ungleich grösseres als bei dem correspondirenden Ausdruck „12 ist dreimal mehr als 4." Erregt aber der Ausdruck „4 ist dreimal weniger als 12" ein gerechtes Bedenken, so kann der andere „12 ist dreimal mehr als 4" auch nichts nützen; denn ein grosser Theil der Zweckmässigkeit der Ausdrücke liegt in ihrem Gegensatze und in ihrem Zusammenhange.

5. Contra. Dritter wunde Punkt. — In dem Ausdruck „12 ist dreimal mehr als 4" geht das dreimal auf das zweite Glied der Vergleichung; in dem Ausdruck „4 ist dreimal weniger als 12" auf das erste Glied. Diese verschiedene Beziehung der Bestimmung des Comparativs in so gleich gebauten Sätzen erregt Bedenken.

IV. Schluss. — Damit habe ich den Gegnern die Waffen ins Lager getragen und habe als ein ehrlicher Mensch, dem es um die Sache selbst zu thun ist, die wunden Punkte blossgelegt, an welchen die Ausdrücke zu fassen sind. Mögen die Gegner das Contra mehr betonen und die Anhänger das Pro! Ich bleibe hinsichtlich der Zweckmässigkeit der Ausdrücke im Wesentlichen bei der S. 289 und 290 ausgesprochenen Ansicht, glaube, dass bei unreiferen Schülern, welche für sprachliche Erörterungen, wie sie oben gemacht sind, noch gänzlich unempfänglich sind, die Vortheile der guten Eigenschaften der Redewendungen: leichte Anwendbarkeit auf alle Arten von Zahlen, ganze, gebrochene und gemischte; insofern treffende Hinweisung auf Multiplication und Division, als bei ganzen Zahlen, von denen ja doch nur zunächst die Rede ist, in jener eine Vermehrung, in dieser eine Verminderung liegt; Zusammengehörigkeit und Gegensatz, — die Nachtheile der Incorrectheit entschieden überwiege, füge aber gern hinzu, dass ich in mathematischen Büchern solche Ausdrücke nicht gebrauchen würde.

Schlussbemerkung des Herausgebers.

Der Herr Verfasser vorstehenden Aufsatzes hat die Schwächen des discutirten Ausdrucks selbst so klar dargelegt, dass es mir überflüssig erscheint, dem noch etwas hinzuzufügen; ich rufe daher mit Dr. Stammer aus: „Wozu ihn dann noch vertheidigen?"

---

meist wohl ohne zu ahnen, dass er fehlerhaft ist, geschweige, dass man wüsste, wo der Fehler steckt.



Der Herausgeber schliesst daher die Discussion über diesen Ausdruck, über den jedenfalls der event. Mathematiklehrercongress auch zu Gericht sitzen wird, mit folgender Erzählung:

Der ganze Streit erinnert mich lebhaft an die Geschichte, welche mir einmal in früheren Jahren passirte. Auf einer kleinen Reise im sächs. Erzgebirge kam ich auch in ein zu beiden Seiten eines Flüsschens gelegenes Dorf. Ich sah zu meiner Verwunderung, dass die Bewohner desselben auf hintereinandergelegten Steinen durch dass zur Sommerszeit seichte Flussbett gingen, und einige Vorsicht anwenden mussten, um nicht durch einen Fehltritt die Füsse ins Wasser zu tauchen, trotzdem dass daneben (wahrscheinlich aus älterer Zeit) ein Brettersteig (vulgo: Stäg) und nicht ferne davon eine (neue) feste steinerne Brücke stand. Auf meine Frage, warum man denn den beschwerlichen Weg über die wankenden Steine gehe, da man ja zwei Brücken habe, entgegnete mir ein Bauer in seinem sächs. Dialekt: „Ich wess o nich worum, se gihn Alle drübber, mer sin's emal so gewahne"!*) Auf meine weitere Frage, wie sie es denn machten, wenn das Flüsschen angeschwollen sei, antwortete der gutmüthige Bauer: „Nu, da müss'n mer übrn Stäg, manche gihn o üb'r de Brücke."**)

Diese Geschichte ist recht geeignet, das Verfahren vieler Lehrer der Mathematik beim Gebrauche der bes. Ausdrücke zu beleuchten. Im Schlendrian gebraucht man gewohnheitsmässig die (zu Missverständnissen führenden) Ausdrücke „4 ist dreimal weniger als 12 etc.", indem man sich einredet, sie seien bequem und meint, für das Volk (die Volksschule) seien sie gut genug! Wenn aber das Hochwasser der Gründlichkeit und der Wissenschaftlichkeit drängt, flüchtet man sich zur schlichten Holzbrücke und sagt „4 ist dreimal so wenig als 12." Nur wenige, in dem festen Willen auf sicherm Boden gehn zu wollen, benutzen die steinerne Brücke und sprechen: „4 ist der dritte Theil von 12." Sapienti sat. —

---

*) Ich weiss auch nicht warum, sie (die Leute) gehn Alle darüber, wir sind's einmal so gewohnt.

**) Nun, da müssen wir über den Steg, manche gehen auch über die Brücke.

Nachträgliche Bem. d. Red.: Hr. Dr. Kober schreibt uns, dass auch er einen Aufsatz über dieses Thema eingesandt habe. Leider ist derselbe verloren gegangen. Er hatte darin Beispiele aus englischen Büchern angeführt: the horse is worth twice the chaise and the chaise is worth three times the harness; bei Colenso überall: four times the square, the figure will be four times the sum etc. —

Literarische Berichte.

Kruse, Dr. Friedrich, Elemente der Geometrie. I. Abtheilung. Geometrie der Ebene systematisch entwickelt. Berlin. Weidmann'sche Buchhandlung, 1875. XII und 319 Seiten. Pr. ?

Wir haben es hier mit einer sehr tüchtigen Arbeit zu thun, die in wesentlichen Stücken von andern Werken der Art abweicht. Der Verf. spricht sich in der Vorrede über die Stellung seiner Elemente zum Gegenstande aus und wir müssen das Hauptsächlichste hier wiedergeben, damit der Leser unseres Referats von vornherein auf den rechten Standpunkt versetzt werde. „Die geometrischen Grössen, sagt der Verf., unterscheiden sich von den übrigen Grössen dadurch, dass an ihnen als eine wesentliche Eigenschaft der Begriff der Lage haftet. Hieraus ergibt sich die Aufgabe: den Zusammenhang zwischen den diesem Gebiete eigenthümlichen, besonderen Beziehungen der Lage und den allgemeineren der Grössen zu ermitteln." In einer kurzen historischen Entwickelung weist der Verf. weiter nach, wie man zu einer vollständigen Trennung der neuern (Geometrie der Lage) von der älteren Euklidischen Geometrie (Geometrie des Masses) gekommen sei, dass aber, wie schon F. Seydewitz (1846) angedeutet habe, unter allen geometrischen Principien das der Projectivität das natürlichste und umfassendste sei, welchem aber im Gebiete der Euklidischen Geometrie die Herrschaft zu verschaffen, bisher nicht gelungen sei. Mittelst einer eingehenden Gliederung der perspectivischen Lage glaubt nun aber der Verf. diese Herrschaft fest begründet und die Grundlagen eines Lehrgebäudes klargelegt zu haben, das den richtigen wissenschaftlichen und didaktischen Anforderungen genügt. Da die Massbestimmungen der geometrischen Gebilde im ersten Buche aus den Eigenschaften der Lage, im zweiten aus denen des rechtwinkligen Dreiecks abgeleitet sind, so hat der Verf. dem ersten Buche die Ueberschrift „Thesimetrie" (von ἡ ϑέσις die Lage) gegeben, wie das zweite Buch den Titel „Trigonometrie" führt.

Sehen wir nun zu, wie der Verf. seine Aufgabe löst. Es ist nöthig hierbei etwas ausführlich zu sein.

Im ersten Hauptstücke werden die Grundbegriffe entwickelt, die aus den 3 Eigenschaften materieller Körper: der Ausdehnung im Raume, der Theilbarkeit und Beweglichkeit abgeleitet werden. Auf eine Definition des Raumes selbst lässt sich der Verf. mit Recht nicht ein. Ruhe und Bewegung werden sofort in die Betrachtung hineingezogen, und es wird sorgfältig unterschieden: Stelle, Weg, Lage und Ort eines Raumelements. Die gerade Linie wird definirt als eine „Linie, welche ihre Lage nicht ändert, während sie sich um zwei ihrer Punkte dreht." So einfach diese von F. C. Maier herrührende Definition ist, so wissen wir sie nicht recht in Einklang zu bringen mit der im vorausgehenden § gegebenen Erklärung der drehenden Bewegung, bei welcher ein Punkt seine Stelle nicht verlässt, während andere Punkte desselben Raumelements nach andern Stellen rücken. Jedenfalls hätte in dem angezogenen § 3, 2. noch erwähnt werden müssen, dass auch zwei oder mehrere Punkte zugleich fest bleiben könnten. Worpitzky umgeht diese Definition, indem er schlankweg diejenige Linie, welche bei der Drehung einer Figur um zwei feste Punkte in Ruhe bleibt, also die Drehungsaxe, eine gerade Linie nennt. Uns scheint die Sache nur e contrario recht klar zu werden, indem man zuerst die krumme Linie definirt, etwa so: Wenn eine Linie um zwei feste Punkte gedreht wird und dabei alle übrigen Punkte ihre Stelle verändern, so heisst sie eine krumme Linie; ändern dagegen bei solcher Drehung die übrigen Punkte ihre Stelle nicht, so heisst sie eine Gerade.

Noch weniger können wir uns mit der vom Verf. gegebenen Definition der Ebene befreunden, wonach eine Ebene eine Fläche ist, welche ihre Lage nicht ändert, während sie sich so bewegt, dass sie stets drei Gerade enthält, welche durch drei feste nicht auf einer Geraden liegende Punkte gehen. Wir ziehen es vor, nachdem die Definition der Geraden, wie vorher angegeben, als richtig und klar angenommen ist, die Ebene zu definiren als eine Fläche von solcher Beschaffenheit, dass eine Gerade, irgend wo mit zweien ihrer Punkte auf die Fläche gelegt, ganz in dieselbe hineinfällt. Radicaler freilich ist Worpitzky verfahren — und wir stehen nicht an, ihm beizustimmen —, der die Ebene als diejenige Fläche definirt, welche bei der Drehung eines rechten Winkels um einen seiner Schenkel als feste Axe vom andern Schenkel beschrieben wird, und nachher nachweist, dass jede Gerade, welche mit der so definirten Ebene zwei Punkte gemein hat, ganz in derselben liegt. Das setzt freilich eine ganz andere Anordnung voraus, als die von unserem Verf. gewählte.

Der Winkel wird als Grösse der Drehung definirt. Die Beziehung und die Namen Vollwinkel, Nullwinkel u. s. w. sind nach J. H. T. Müller gegeben. Auch ist der Drehungssinn berücksichtigt, was durch das ganze Werk hindurch consequent geschieht.

Im zweiten Hauptstück wird die Gliederung der Gebilde vorgenommen und zwar A. nach den Seitenlinien und Ecken. Ausgehend von dem Begriffe einer Punktreihe und gebrochenen Linie unterscheidet der Verf. nach E. Müller Bruchstrecken, Brechungspunkte; eine in sich zurücklaufende gebrochene Linie wird als n-Eck definirt. Bei diesen unterscheidet der Verf. Seitenstrecken (statt einfach Seiten) und Seitenlinien; letztere sind die über ihre Endpunkte hinaus verlängerten unbegrenzten Seiten. Es wird ferner der Unterschied zwischen dem vollständigen n-Seit und n-Eck klar angegeben und werden die allgemeinen Eigenschaften derselben mitgetheilt. In § 8. wird die Punktreihe behandelt und nach Möbius geschlossen, dass, wenn A, B, C drei Punkte einer Geraden sind, $AB + BC + CA = 0$, also $AC = AB + BC$ sei u. s. w. Ebenso wird für 4 Punkte A, B, C, D geschlossen: $AB + BC + CD + DA = 0$ u. s. w. Das Alles hat doch nur einen Sinn, wenn man darunter versteht: Geht man von einem Punkte aus nach und nach zu dem jedesmal folgenden und betrachtet den ersten Punkt als den auf den letzten folgenden nach dem Princip der cyklischen Fortrückung, so ist man, wenn man wieder auf dem Ausgangspunkte angekommen ist, weder vorwärts noch rückwärts gekommen, und in diesem Sinne ist die Summe der durchwanderten Strecken gleich Null. Wenn nun aber der Verf. ausdrücklich sagt: „Durch drei Punkte A, B, C sind drei Strecken AB, AC, BC begrenzt,“ und es dann in einem Zusatz heisst: „Die Summe der Strecken einer durch n Punkte bestimmten Punktreihe ist null,“ so wird jeder Anfänger schreiben: $AB + AC + BC = 0$ und hierin etwas Falsches erkennen, was nicht der Fall sein würde, wenn gesagt wäre: „Durch drei Punkte A, B, C einer Geraden sind drei Strecken AB, BC und CA begrenzt, deren Summe gleich null ist.“ Dieselbe Bemerkung gilt für 4 Punkte u. s. w. Es bedarf also dieser § einer Aenderung zur besseren Aufklärung der Sache für Anfänger. Eine ähnliche Unklarheit herrscht im § 9. und wir müssen geradezu unsere Unfähigkeit, die Sache aufzuklären, eingestehen, wenn es da heisst: „Für dasselbe Dreieck ist (NB. es ist hier von dem Linienzuge von einem Punkte eines n-Ecks nach einem andern Punkte desselben die Rede)

$$ABC = BCA = CAB$$

aber $ABC + ACB = 0$; $BCA + BAC = 0$.“

Wir würden begreifen, dass $ABC + CBA = 0$ und $BCA + ACB = 0$ ist; aber das Obige verstehen wir nicht. — In demselben § wird definirt: „Ein n-Eck heisst einfach, wenn es keinen mehrfachen Punkt hat.“ Hiernach gehört das „überschlagene“ Viereck nicht zu den einfachen Vierecksformen, weil es einen Doppelpunkt hat; es gehört aber nach § 7, 4. auch nicht zu den vollständigen Vierecken. Von anderen Mathematikern wird das überschlagene

Viereck zu den einfachen Vierecksformen gerechnet. Es wird u. E. besser unterschieden: Einfache Vielecke: a) ohne mehrfache Punkte, b) mit mehrfachen Punkten. Die Fläche eines Dreiecks ABC bezeichnet der Verf. passend mit $\overline{ABC}$, die Striche über den Buchstaben fehlen in den Zeilen 7 und 8 des Absatzes 7 in § 9. In No. 8 dieses § begegnen wir einem störenden, nicht angezeigten Druckfehler in der Gleichung $BC + CD + DA = 0$, wo es heissen muss DB statt DA.

Die §§ 10 u. 11 behandeln das vollständige n-Seit und n-Eck, insbesondere das 4- und 5-Seit, das 4- und 5-Eck, nach der Zahl der von ihnen gebildeten Felder und der Zahl der in ihnen enthaltenen einfachen n-Seite und n-Ecke.

Es folgt nun die Gliederung der Gebilde nach den Winkeln, und zwar 1) bei 2 Geraden, 2) bei 3 Geraden u. s. w.

Nach J. H. T. Müller's Vorgang nennt der Verf. bei einem Dreieck die concaven Winkel die Dreieckswinkel, die convexen die Aussenwinkel des Dreiecks. Sehr gut gefällt uns der Beweis für die Winkelsumme des Dreiecks, den wir hier mitzutheilen uns nicht versagen können, weil hierauf die Parallelentheorie des Verfassers beruht. „Wenn drei Gerade a, b, c einander in C, A, B schneiden, so lässt sich die Gerade a auf 2 Wegen durch Rechtsdrehung um die Ecken in die Lage c bringen:

1. indem man sie um B dreht (NB. die Geraden sind als unbegrenzt anzunehmen, Ref.),

2. indem man sie erst um C bis zum Zusammenfallen mit b, und dann noch um A dreht, bis sie mit c zusammenfällt. Es ist daher im Sinne der Rechtsdrehung

$$(a, c) = (a, b) + (b, c)$$

also: die Summe zweier Dreieckswinkel ist dem Nebenwinkel des dritten gleich.

$$\text{Zus.: } (a, c) + (c, a) = (a, b) + (b, c) + (c, a) = 2 \text{ R.}$$

Die Summe der drei Dreieckswinkel beträgt 2 R. oder einen gestreckten.“

Nachdem dieser einzig und allein aus der Entstehung einer Winkelfläche mit gehöriger Berücksichtigung des Drehungssinnes abgeleitete Fundamentalsatz festgestellt war, konnte die Parallelentheorie ohne Anwendung eines Axiomes vollkommen streng dargestellt werden. Wir bemerken nur noch, dass der Verf. bei dem Durchschnitt zweier Geraden durch eine dritte statt der sonst üblichen, von den Mathematikern z. Th. in verschiedenem Sinne gebrauchten Winkelbenennungen neue einführt, denen wir unsern Beifall nicht versagen können. Er unterscheidet gleichwendige und gegenwendige Winkel, je nachdem sie durch Drehung der Schneidenden in gleichem oder entgegengesetzem Sinne entstehen; in Beziehung auf

die Lage gegen die Schneidende wieder unterscheidet er gleichseitige und ungleichseitige Winkel. Demnach gibt es

gleichseitig gleichwendige = correspondirende Winkel,
gleichseitig ungleichwendige = zwei innere oder zwei äussere auf derselben Seite,
ungleichseitig gleichwendige = Wechselwinkel,
ungleichseitig ungleichwendige = ein innerer und ein äusserer auf verschiedenen Seiten.

Es folgen nun in § 14. die Winkel zwischen vier Geraden, wobei gezeigt wird, dass die Winkel eines überschlagenen Vierecks 8 R. betragen. § 15. gibt ausführlich und ganz allgemein die Winkelverhältnisse von n Geraden.

Der Abschnitt C gibt die Gliederung der Gebilde nach ihrer perspectivischen Lage in kurzer Uebersicht. Es wird unterschieden Strahlenbüschel vom Strahlenbündel, jenachdem die Strahlen alle durch einen Punkt oder untereinander parallel gehen. Jenachdem nun weiter zwei Gebilde perspectivisch auf einem Strahlenbündel oder auf einem Strahlenbüschel liegen, hat man einerseits die Congruenz, Affingleichheit und Affinität, andererseits die Aehnlichkeit und Collineation. In dieser Aufeinanderfolge werden nun in den folgenden Hauptstücken die Eigenschaften der Gebilde behandelt, wesentlich abweichend von der gewöhnlichen Behandlungsweise und zwar auf geistreiche Weise.

Im dritten Hauptstück wird die Congruenz behandelt. Ausgehend von der Definition: „Zwei Gebilde heissen congruent, wenn sie perspectivisch auf einem Strahlenbündel so liegen können, dass ihre entsprechenden Strecken an entsprechenden Punkten mit den Strahlen gleiche Winkel bilden,“ werden nach einander betrachtet A. die geradlinigen Gebilde und zwar zunächst die Congruenz der Strecken, dann die Ungleichheit der Strecken, die Congruenz der Dreiecke, das Parallelogramm, die Punktreihe und die n-Ecke, die schiefe Lage congruenter Gebilde; B. der Kreis und zwar: die Lage gerader Linien gegen den Kreis, Bogen und Winkel in und am Kreise, die Winkel der eingeschriebenen n-Ecke, die Centriwinkel in umgeschriebenen n-Ecken, Bogen und Strecken, Bestimmung der Berührungspunkte auf umgeschriebenen n-Ecken, mehrere Kreise in Verbindung. Um dem Leser, der das Buch noch nicht kennt, eine Vorstellung von der Behandlungsweise des Verfassers zu geben, theilen wir hier ein paar hervorstechende Nummern mit. Zur Einleitung der Congruenz der Strecken steht Folgendes: „In dem Dreiecke ABC seien die der Seitenstrecke AB anliegenden Winkel CAB und ABC einander gleich. Zieht man durch C die Gerade $EF \parallel AB$, so ist $CAB = ACE$; $ABC = FCB$; folglich $ACE = FCB$; CA und CB liegen also symmetrisch zwischen den Parallelen (parallelen Strahlen); AB u. EF sind congruent nach der

Definition.“ Hieraus werden nun ohne Weiteres die Sätze hergeleitet, dass gleiche Seitenstrecken im Dreieck gleichen Winkeln gegenüberliegen und dass die Halbirungslinie des dritten Winkels auf der gegenüberliegenden Seite in deren Mitte senkrecht steht. So wird nach und nach die Gleichheit der symmetrischen Strecken, der Gegenseiten im Parallelogramm bewiesen. Nicht geringeres Interesse bietet die Behandlung der Ungleichheit der Strecken. Die Congruenz der Dreiecke behandelt der Verfasser auf folgende Weise: Zwei perspectivisch congruente Streckenpaare zweier Dreiecke können folgende Längen haben: I. Beide Paare parallel, II. beide Paare symmetrisch, III. ein Paar parallel, das andere symmetrisch. Im ersten Falle sind die Dreiecke gleichwendig, im zweiten gegenwendig; in beiden Fällen aber congruent; im dritten Falle nicht congruent. Die eigentlichen, sogenannten vier Congruenzsätze behandelt dann der Verfasser so, dass er den ersten (Gleichheit der drei Seiten) direct beweist, indem er das eine umgewendet mit einer Seite an das andere schiebt, so dass die entsprechenden Endpunkte zusammenfallen, wodurch der Satz auf obigen Fall II. zurückgeführt ist. Die drei übrigen werden indirect bewiesen. Die Congruenz der Punktreihen und n-Ecke bietet nichts besonders Bemerkenswerthes dar, wohl aber die schiefe Lage congruenter Gebilde. (In der Figur auf S. 55 muss der Buchstabe T neben oder unter R' gesetzt werden.) An zwei congruenten Punktreihen in schiefer Lage werden die Begriffe Situationsreihe, Situationspunkt und Situationswinkel erklärt und gezeigt, wie durch Verschiebung der einen Punktreihe die Situationsaxe sich in die Symmetrieaxe verwandelt; und endlich wird dargethan, dass zwei gleichwendige congruente n-Ecke in schiefer Lage einen Situationspunkt, und zwei gegenwendige congruente n-Ecke in schiefer Lage eine Situationsaxe haben. Es folgt sodann der Kreis, und zwar wird betrachtet 1) die Lage gerader Linien gegen den Kreis mit den ein- und umgeschriebenen n-Ecken. 2) Bogen und Winkel; mit Recht zählt der Verfasser auch die Winkel, welche von einer Tangente und einer durch den Berührungspunkt gezogenen Sehne gebildet werden, zu den Peripheriewinkeln. Bei der Betrachtung der Winkel der um- und eingeschriebenen n-Ecke werden auch die verschobenen und überschlagenen Sechsecke berücksichtigt. 3) Bogen und Strecken; 4) Bestimmung der Berührungspunkte auf umgeschriebenen n-Ecken; 5) mehrere Kreise. Hier müssen wir den Ausdruck rügen: „sie berühren einander von innen.“ Man kann wohl sagen: Kreise berühren einander von aussen; man muss aber sagen: der eine Kreis berührt den andern innerlich, während er selbst vom anderen äusserlich berührt wird. Dieser letzte Unterabschnitt des dritten Hauptstücks ist mit grosser Sorgfalt und Vollständigkeit behandelt.

Das vierte Hauptstück handelt von der Affingleichheit,

wofür der Verfasser das von I. H. T. Müller vorgeschlagene Zeichen $\neq$ adoptirt hat. Der Definition der Affingleichheit, welche der Verfasser gibt, müssen wir entschieden den Vorzug vor der Müller'schen geben. Es werden nacheinander betrachtet: affingleiche Punktreihen, bei welcher Gelegenheit die Incommensurabilität betrachtet wird; affingleiche Gebilde zwischen zwei Parallelen, Summirung der Flächen von Parallelogrammen und Dreiecken, affingleiche Gebilde zwischen drei und mehr Parallelen. Dieser letzte Unterabschnitt wird eingeleitet durch den Satz des Menelaos; wir begegnen dabei einer Auffassung, gegen die wir uns schon zweimal in dieser Zeitschrift ausgesprochen haben, dass nämlich das Product der drei Verhältnisse, nach denen die Dreiecksseiten von einer Transversale geschnitten werden, gleich minus eins sein soll: wir sind trotz der angeführten Autorität (Möbius) entschieden der Meinung, dass es plus eins sein muss. Die Verschiedenheit der Auffassung rührt von der Verschiedenheit, die Abschnitte zu lesen, her. Wir müssen einen Unterschied machen darin, ob Strecken an einander gereiht (summirt) werden sollen, oder ob ihr Quotient (Verhältniss) oder ihr Product betrachtet werden soll. Im ersten Falle geht man von einem Punkte aus zu dem folgenden, von da weiter zum nächstfolgenden u. s. w., um schliesslich zu erfahren, in welcher Lage man sich gegen den Ausgangspunkt befindet. Bei der Betrachtung des Verhältnisses oder Productes zweier Strecken auf einer Geraden, die einen Punkt gemeinschaftlich haben, muss man beide Strecken vom gemeinschaftlichen Punkte aus betrachten. Liegen also auf einer Geraden drei Punkte in der Folge A, B, C, so ist $\frac{AB}{AC}$ $+$, auch $\frac{CB}{CA}$ ist $+$, aber $\frac{BA}{BC}$ ist $-$. Wollte man lesen $\frac{AB}{BC}$ und dies $= +$ setzen, so müsste man mit demselben Rechte auch lesen dürfen $\frac{AB}{CA}$ und dies $= -$ setzen. Das thun aber die Herren, die nicht unserer Ansicht sind, nicht. Auch unser Verfasser setzt z. B. in § 42. auf 145 die äussere Kreispotenz $OA \cdot OB$ positiv, die innere negativ, wie es sein muss. Wo bleibt also die Consequenz? Hienach ist das Dreiecksschnittsverhältniss, wie unser Verfasser kurz das Product der drei Verhältnisse nennt, bei dem Satz des Menelaos $+1$, bei dem des Ceva -1. Eben so ist es natürlich dann auch bei dem Vierecksschnittsverhältniss, wie es freilich auch nach der gegentheiligen Auffassung werden muss. Ueberhaupt ist es bei jedem n-Eck so, und es ist nach unserer Auffassung nicht nöthig, einen Unterschied zu machen, ob n gerade oder ungerade ist. — Auf diesen Satz fussend werden in vortrefflicher Ausführung die Gesetze der Affingleichheit erörtert.

Das fünfte Hauptstück handelt von der Affinität; als Zeichen derselben dient das Müller'sche $\wr$. Die Affinität unterscheidet sich

von der Affingleichheit dadurch, dass alle entsprechenden Geraden sich nicht auf einer mit den Strahlen des Strahlenbündels parallelen, sondern auf einer jene Strahlen schneidenden Geraden treffen. Es werden nun zunächst die affinen Gebilde zwischen zwei Parallelen betrachtet und nachgewiesen, dass Dreiecke oder Parallelogramme mit gleichen Höhen sich wie die Grundlinien und gegenseitig bei gleichen Grundlinien wie die Höhen verhalten, und dass, wenn Dreiecke perspectivisch zwischen zwei Parallelen liegen, sie eine äussere und innere Affinitätsaxe haben, je nachdem man die Dreiecke als gleichwendig oder als gegenwendig betrachtet. Eben so werden die Parallelogramme und Trapeze in Betracht gezogen; sodann das Flächenverhältniss und der Flächeninhalt erörtert und zwar in grösster Allgemeinheit. Hierauf folgen die affinen Gebilde zwischen drei und mehr Parallelen. Den Beschluss dieses Hauptstückes machen die affinen Punktreihen in schiefer Lage.

Das sechste Hauptstück handelt von der Aehnlichkeit. Es wird genügen, die Reihenfolge, in welcher die hieher gehörigen Gesetze entwickelt werden, anzugeben; die Ausführung ist durchweg vortrefflich. Nach einer Einleitung wird die Aehnlichkeit der Dreiecke betrachtet, wobei zugleich der Schwerpunkt mit berücksichtigt wird. Daran schliesst sich der allgemeine pythagoräische Lehrsatz, die Potenz eines Punktes in Bezug auf einen Kreis, die Theilung nach stetiger Proportion (sectio aurea), potenzhaltende Punkte; der Zusammenhang von Strecken im Dreieck, Viereck und im Kreise, — ein sehr reichhaltiger Unterabschnitt. Es folgt nun die Aehnlichkeit der n-Ecke und Kreise; dann werden ähnliche Gebilde in schiefer Lage und der Zusammenhang zwischen dem Radius eines Kreises, den Umfängen der ein- und umgeschriebenen regulären Vielecke und dem Kreise selbst betrachtet und zwar mit grosser Ausführlichkeit und Vollständigkeit, wie man sie sonst auch in grösseren Lehrbüchern nicht findet. Dasselbe gilt von dem Unterabschnitt, welcher den Schluss dieses Hauptstückes bildet und den Zusammenhang zwischen Umfang und Flächeninhalt der Gebilde auseinandersetzt.

Das siebente Hauptstück behandelt die schwierigste, aber auch interessanteste Verwandtschaft der Gebilde, die Collineation. Die Betrachtung beginnt als Einleitung mit der Entwickelung des Ceva'schen Satzes, den wir, wie oben schon erwähnt, als — 1 annehmen, woran sofort die Euler'schen drei Sätze über die Summen der Abstandsverhältnisse geschlossen werden. Es folgt dann die Collineation der Punktreihen, wobei die harmonischen Punktreihen als specielle Fälle der Doppelverhältnisse aufgefasst werden. Es ist nach unserer Ansicht richtiger, das harmonische Doppelverhältniss der vier aufeinanderfolgenden Punkte A, B, C, D so zu schreiben:

$$\frac{BA}{BC} : \frac{DA}{DC} = -1,$$

15*

was sich nach unserer Art, die Vorzeichen der Verhältnisse zu bestimmen, sofort ergibt. Weiter kommen zur Betrachtung: collineare Strahlenbüschel, die Involutionen, collineare Punktreihen und Strahlenbüschel in schiefer Lage, die Collineation der Dreiecke insbesondere, Collineation der Vierecke und Vielecke, collineare Kreisgebilde (Pol und Polare, Potenzlinie); die Kegelschnitte als collineare Kreisgebilde. Auf den reichen Inhalt dieses Hauptstückes können wir hier nicht näher eingehen, und bemerken nur, dass wir nichts Wesentliches vermisst und zu erinnern haben.

Das zweite Buch enthält die Trigonometrie, welche in vier Hauptstücke zerfällt: 1) Allgemeine Goniometrie; 2) Berechnung der Dreiecke; 3) Berechnung des Vierecks und n-Ecks; 4) projectivische Gebilde. Die sechs Winkelfunctionen werden definirt als Quotienten, die sich aus der Projicirenden, Projicirten und Projection bilden lassen. Die Aenderung derselben mit der Aenderung des Winkels ist in lobenswerther Kürze abgehandelt.

Nachdem die Grundgleichungen für die Functionen einfacher und vielfacher Winkel entwickelt sind, wird darauf hingewiesen, dass in einem Winkel $BAC = \alpha$ die Projicirende $BC = i \sin \alpha$ und die Projection $AC = \cos \alpha$ ist, wenn man die Projicirte AB gleich der Längeneinheit annimmt, dass daher der Punkt B, also auch die Richtung von AB durch den Ausdruck $\cos \alpha \pm i \sin \alpha$ bestimmt ist, welcher Ausdruck der Drehungsfactor des Winkels genannt wird. Hierauf gestützt werden nun folgende Hauptsätze entwickelt: I. Das Product aus den Drehungsfactoren mehrerer Winkel ist dem Drehungsfactor der Summe dieser Winkel gleich. II. Der Quotient aus den Drehungsfactoren zweier Winkel ist dem Drehungsfactor der Differenz derselben gleich; III. Die n-te Potenz eines Drehungsfactoren ist dem Drehungsfactor des n-fachen Winkels gleich, was bekanntlich der Moivre'sche Satz ist. Hierauf wird noch die Sinus- und Cosinus-Reihe mittelst der Methode der unbestimmten Coefficienten entwickelt, um zu zeigen, wie sich die Functionen berechnen lassen, und hiemit endigt das erste Hauptstück. Im zweiten Hauptstück werden zuerst die Relationen zwischen den Functionen der drei Dreieckswinkel entwickelt, sodann nacheinander das rechtwinklige, das gleichschenklige Dreieck und die regelmässigen Vielecke behandelt. Für das schiefwinklige Dreieck werden nach einander entwickelt: der Sinussatz, der Satz von vier aufeinanderfolgenden Stücken, wie wir ihn zu nennen pflegen, der allgemeine Pythagoräer, der in seiner Umformung, $\cos \gamma \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$, der Cosinussatz genannt wird. Hiebei vermissen wir die andere bequeme Umformung: $c^2 = (a + b)^2 \overline{\sin \frac{1}{2} \gamma}^2 + (a - b)^2 \cdot \overline{\cos \frac{1}{2} \gamma}^2$. Darauf folgt der sogenannte Tangentensatz $\frac{a + b}{a - b}$ u. s. w., welcher nach der historischen Bemerkung

des Verfassers der Fink'sche Satz genannt werden müsste. Sodann folgt der gewöhnlich „Mollweide'scher Satz" genannte Satz, die Entwickelung der Gleichungen für die Functionen der halben Winkel. Im § 10. sind, was gewöhnlich in den Lehrbüchern der Trigonometrie nicht geschieht, besondere Gleichungen entwickelt für die Höhen, das Verhältniss der Projectionen zweier Seiten auf die dritte, z. B. $\frac{b_1 + c_1}{b_1 - c_1} = \frac{\sin(\beta + \gamma)}{\sin(\beta - \gamma)}$; die Relationen zwischen den Dreiecksstücken und den Halbmessern der um- und eingeschriebenen Kreise, diese sehr ausführlich. In § 11. finden wir die Ausdrücke für den Flächeninhalt, ebenfalls sehr ausführlich.

Im dritten Hauptstück werden behandelt: die Sehnen- und Tangentenvierecke, das einfache Viereck, das vollständige Viereck, das n-Eck. Dieser Abschnitt ist besonderer Beachtung zu empfehlen.

Das vierte Hauptstück endlich, welches die projectivischen Gebilde betrachtet, gibt das Verhältniss der Abschnitte einer Transversale durch einen dreistrahligen Büschel, den Satz des Menelaos angewandt auf einen dreistrahligen Büschel; nur würden wir $= + 1$ und nicht $- 1$ schreiben, das Doppelverhältniss der Abschnitte einer Transversalen durch einen vierstrahligen Büschel und schliesst mit dem Steiner'schen Satz von dem Producte der Tangenten bei zwei collinearen Strahlenbüscheln.

Unser Urtheil über das ganze Werk fassen wir nun kurz in Folgendem zusammen: Die Lösung der Aufgabe, den Zusammenhang zwischen den besonderen Beziehungen der Lage, und den allgemeineren der Grössen geometrischer Gebilde zu ermitteln, ist dem Verfasser gelungen; wir haben in dem Werke eine wohlgelungene Verschmelzung der Geometrie der Lage mit der des Masses vor uns, Alles fügt sich gut und naturgemäss in- und aneinander; Vieles ergibt sich hier auf einfacherem Wege mit Vermeidung des veralteten Schematismus in den Beweisen. So hat der Verfasser die Grundlagen eines Lehrgebäudes der Geometrie klar gelegt, das den wissenschaftlichen und didaktischen Anforderungen genügt und in welches neuere Entdeckungen leicht eingefügt werden können. Von besonderem Werthe sind die eingestreuten zahlreichen literarhistorischen Bemerkungen. Fragen wir nun aber, für wen das Buch, so wie es ist, eigentlich bestimmt sei und ob es bei dem ersten Unterricht in Gymnasien oder höheren Realschulen gebraucht werden könne? so gibt uns die Vorrede über die erstere Frage keinen Aufschluss, die letztere aber müssen wir verneinen; es müssten wenigstens ganze grosse Partieen, in welchen von dem Calcul mit allgemeinen Zeichen der ungenirteste und ausgiebigste Gebrauch gemacht wird, überschlagen und nur die dem Anfänger verständlich zu machenden ausgewählt werden. Aber wir müssen das Werk allen Fachgenossen zur Berücksichtigung bei ihrem Unterricht auf

das Dringendste empfehlen, es enthält so Vieles, was neu und auch für den ersten Unterricht gut anwendbar ist, sogar zur Vereinfachung dient. Jedenfalls empfehlen wir den Verfassern von Elementarlehrbüchern, das vorliegende Werk nicht zu ignoriren.

Lübeck. Chr. SCHERLIGN.

MATTHIESSEN, Dr. LUDWIG, (Subrector und Oberlehrer am königl. preuss. Gymnasium in Husum)*), Schlüssel zur Sammlung von Beispielen und Aufgaben aus der allgemeinen Arithmetik und Algebra von Dr. Eduard Heis, Professor der Mathematik und Astronomie in Münster. Erster Band: Allgemeine Arithmetik. Gleichungen vom ersten und zweiten Grade. (§§ 1—72.) Zweiter Band: Gleichungen (Fortsetzung). Progressionen, Combinationen, höhere Gleichungen und Anwendung der Algebra auf Geometrie u. s. w. (§§ 73—109.) Köln, 1873. Verlag der M. Du Mont-Schauberg'schen Buchhandlung. Wien, Gerold & Comp. — W. Braumüller. XII und 514, VIII und 563 Seiten. Pr. ?

Die Sammlung von Heis hat trotz der gefährlichen Concurrenz, welche ihr Bardey, Hofmann und Bertram's Meyer Hirsch redivivus unaufhörlich machen, ihre Beliebtheit bei einem sehr ausgedehnten Kreis unserer Lehrer und Lernenden noch keineswegs verloren. In der That besitzt Heis' Buch seine eigenthümlichen und grossen Vorzüge, welche es besonders dem lieb machen, der noch tiefer, als es der gewöhnliche Unterricht der Mittelschule thun kann, in die Mathematik einzudringen beabsichtigt. Freilich ist dafür die Darstellung eine sehr knappe, der Schüler wird nicht selten den Mangel eingehenderer Behandlung der einzelnen Aufgaben beklagen, und der Fortgeschrittenere wird häufig den berechtigten Wunsch hegen, es möchten die Andeutungen, welche Heis gerne über die weitere Verwendbarkeit der gerade behandelten elementaren Dinge einschiebt, etwas weiter ausgeführt sein. In richtiger Würdigung dieses thatsächlichen Verhältnisses hat sich Herr Matthiessen der wahrlich nicht leichten Aufgabe unterzogen, einen umfassenden Commentar zum Heis'schen Uebungsbuche auszuarbeiten; dieses neue Werk, welches an räumlichem Umfang seine Vorlage um ein sehr Beträchtliches überragt, kann aber auch recht wohl als ein selbstständiges Compendium des Gesammtstoffes der allgemeinen Arith-

*) Herr Matthiessen bekleidet zur Zeit nicht mehr diese Function, sondern wirkt, wie die Leser der Zeitschrift aus dem ersten Hefte dieses Jahrganges wissen werden, (seit 2 Jahren) als Professor der Physik an der Universität Rostock.



metik und Algebra angesehen werden, dem noch dazu, was Vollständigkeit anbetrifft, kein anderes in deutscher Sprache angereiht werden kann. Für die Schüler eigentlicher Gymnasien und Realschulen ist natürlich Matthiessen's „Schlüssel" nicht bestimmt, denn abgesehen davon, dass nach Bardey's sachkundigem Urtheil (diese Zeitschrift, 6. Jahrg. S. 38 ff.) die Lösungen der Aufgaben den Händen der jungen Leute besser entzogen bleiben, ist erstens der hier zusammengetragene Stoff für den unmittelbaren Unterrichtszweck viel zu mannigfaltig und zweitens steht der Preis des Werkes seiner allgemeinen Einführung im Wege. Allein eine solche Wirksamkeit seiner Leistung hat der Verf. auch gar nicht im Auge, ihm ist es, laut Vorwort, vielmehr hauptsächlich darum zu thun, sein Buch in den Händen recht vieler Lehrer und Lehramtscandidaten zu wissen. Diesen Wunsch des Autors theilt aber Referent vollständig. Wie grossen Werth es für jeden wissenschaftlichen Lehrer haben muss, ein Werk, das ihm in vielen Beziehungen geradezu eine Bibliothek ersetzen kann, stets bei der Hand zu haben, braucht an diesem Orte nicht weiter erörtert zu werden, aber betreffs der zweiten Leserclasse seien uns noch ein paar Worte gestattet. Wer da weiss, welche Gestalt gegenwärtig in nur allzu vielen Fällen der akademische Unterricht der Mathematik-Studirenden trägt, wer die fieberhafte Hast kennt, welche den Jüngling nur möglichst rasch aus jeder Beziehung mit den sogenannten Elementen losgelöst wissen möchte, und wer den pädagogischen Werth dieser Lehrmode (nicht Lehrmethode) abschätzen kann, der wird die antidotale Wirkung eines solchen Lehrmittels, wie es das Matthiessen'sche ist, sehr hoch anschlagen. Besonders in der Lehre von den algebraischen Gleichungen kann man zur Zeit sonderbare didaktische Erfahrungen sammeln; da gibt es jugendliche Adepten, die von der totalen Reformation der Algebra durch Galois sehr schön zu reden wissen und die Beziehungen der Gleichungen zu der allgemeinen Substitutionen-Theorie und den Abel'schen Functionen unverfroren discutiren, die numerische Auflösung einer Gleichung vom fünften Grade aber nicht zu leisten vermögen*). Dem Studenten aber, der sich Matthiessen's Commentar anschafft und als treues Vademecum für seine sechs oder acht Semester ihn betrachtet, möchten wir wohl dafür garantiren, dass

*) Der Ref. fürchtet nicht, dass diesen seinen vielleicht etwas herben Worten die Missdeutung begegne, als sollten dieselben den Werth jener neueren Bestrebungen im Geringsten herabdrücken. Wissenschaftlich ist ja die Bedeutung jener mehr transscendenten algebraischen Arbeiten, welche sich an den Irreductibilitätsbegriff anschliessen, der Arbeiten von Abel, Galois, Camille Jordan, Kronecker, Dedekind etc., sicherlich nicht genug zu würdigen, und besonders begabte Köpfe werden selbst im Verlaufe der so kurz bemessenen Universitätsstudien in dieselben einzudringen im Stande sein. — Im gewöhnlichen Unterrichte aber: Ne nimis . . .



für ihn jede arithmetische Aufgabe, die denn doch oft trotz oder wegen ihres elementaren Charakters der Haken manche zu bieten pflegen, ein gut Theil ihrer Malicen verloren haben wird. —

Schon die ausführliche Behandlung der vier Species erweckt durch den Reichthum der Exempel und die übersichtliche Analyse einzelner derselben ein günstiges Vorurtheil für die Folge. Das gemeinschaftliche Mass mehrerer Zahlen — wobei wir nur die Erwähnung der Poinsot'schen Methode noch gewünscht hätten, — die Theilbarkeit der ganzen Zahlen, das Rechnen mit endlichen und abgekürzten Decimalbrüchen, die Verhältnisse und Proportionen findet man wohl nirgends klarer und reicher exemplificirt vor als hier. § 33 b enthält sehr zweckmässig eine Anzahl vermischter Uebungs- und Repetitionsbeispiele mit eingestreuten theoretischen Randbemerkungen; so findet sich beispielsweise hier ein kurzer Abriss der Lehre von den Ungleichheiten — ein Desideratum fast aller Lehrbücher — und ein Excurs auf die sogenannten befreundeten Zahlen, der in seiner Vollständigkeit dem besten Systeme der Zahlentheorie nicht zur Unehre gereichen würde. — Der dritte die Potenzen, Wurzeln und Logarithmen behandelnde Abschnitt ist nicht minder umfassend angelegt; in erfreulichster Weise stellt sich der Verf. auf den Standpunkt der formalen Algebra und definirt die Fundamentalrelation $a^{m-n} = a^m : a^n$ einfach als eine arbiträre unbeweisbare Festsetzung. Die Beispiele sind auch hier vortrefflich gewählt, so findet sich eine vorläufige rein empirische aber doch schon recht weit gehende Entwickelung der Binomialcoëfficienten, deren theoretische Erörterung dem zweiten Bande vorbehalten bleiben muss, es findet sich die Berechnung des linearen, quadratischen und cubischen Ausdehnungscoëfficiënten eines Stoffes, die Wurzelausziehung im weitesten Sinne, sogar mit Beihülfe der unbestimmten Coëfficienten, die Umformung surdischer Binome, eine streng wissenschaftliche und doch wieder sehr einfache Darlegung des lateralen Systemes; die natürlichen wie die Gauss'schen Logarithmen wie auch die trigonometrische Einrichtung logarithmischer Formeln werden erläutert. Dann folgt wieder ein ganzer Paragraph (59 b) mit Wiederholungen; man wird schon a priori auch hier reichliche „Ausläufer" in entlegenere Partieen vermuthen und erhält sie denn auch im reichen Masse: eine ganze Garnitur von Lehrsätzen über complexe und Primzahlen und zum Schluss eine sehr nette Vergleichung des arithmetischen, geometrischen und harmonischen Mittels.

Es folgen im vierten Abschnitt die Gleichungen; die transscendenten werden gleich vom Anfang an sehr zweckmässig mit algebraischen vom Grade ∞ identificirt. Den Gleichungen vom ersten Grade, und denjenigen, welche sich durch einfache Transformationen auf solche reduciren lassen, wird ein gewaltiger Raum

zu Theil; freilich finden auch die Zinsrechnungen und die (geometrisch sehr hübsch illustrirte) Regula falsi hier eine Stelle. Nicht minder ausführlich werden die quadratischen Gleichungen behandelt, welche der Verf. auf nicht weniger als 7 verschiedene Arten lösen lehrt; unter den Paradigmen nimmt eine höchst instructive Bewegungsaufgabe nebst der daran sich anschliessenden Vorzeichen-Discussion den ersten Rang ein.

Der zweite Band beginnt mit der Elimination aus mehreren quadratischen Gleichungen, dann folgen die diophantischen Gleichungen, zu deren richtigerem Verständniss die wichtigsten Theoreme der Congruenzenlehre entwickelt werden. Der fünfte Abschnitt handelt von Progressionen, Kettenbrüchen und Theilbruchreihen; letztere, auf deren Theorie und allseitige Verwendung Heis von jeher ein besonderes Gewicht gelegt hat, sind bekanntlich aufsteigende Kettenbrüche specieller Form. Beide Gattungen von continuirlichen Brüchen gewinnen hier durch die praktischen Berechnungs-Schemate, welche Herr Matthiessen zu ihrer Ent- und Aufwickelung entwerfen lehrt. Der siebente Abschnitt gibt die Combinationslehre in seltener Vollständigkeit; Wahrscheinlichkeit, binomischer Lehrsatz und figurirte Zahlen fehlen natürlich nicht, von den Determinanten wird genügend ausführlich gehandelt. Vor Allem aber können wir uns nicht entsinnen, die Combinatorik irgendwo anders durch so hübsche, das allgemeine Interesse spannende Aufgaben gestützt gefunden zu haben.

Die eigentliche Quintessenz des ganzen Werkes jedoch bietet der die höheren Gleichungen behandelnde siebente Abschnitt. Nachdem eine ausführliche Beleuchtung der allgemeinen Sätze voraufgegangen, nimmt der Verf. die „directe Auflösungen der Gleichungen" in Angriff, und hiebei entfaltet er eine so eminente Belesenheit und Sachkunde, dass eine Beschreibung zur Unmöglichkeit wird. Man lese dieses Capitel selber nach; uns genügt es zu sagen, dass wohl keine einzige von irgend einem Schriftsteller älteren oder neueren Datums vorgeschlagene Methode zur Auflösung der quadratischen, cubischen und biquadratischen Gleichungen hier unbesprochen bleibt; dass der Verf. seiner eigenen schönen Verfahrungsweisen zur Behandlung der Gleichungen vom vierten Grade*) wie auch später seiner hübschen Näherungsmethode der oscillirenden Kettenbrüche (S. 402 ff.) ausführlicher gedenkt, versteht sich von selbst. Nicht minder umfassend ist die Lehre von den höheren numerischen Gleichungen ausgeführt; die Zerlegung des Absolutgliedes, die Methoden von Newton, Lagrange, Heis, Fourier, Gräffe, Reidt**), Jacob Ber-

*) Da die eine dieser Methoden zuerst in Battaglini's italienischer Zeitschrift veröffentlicht wurde, ist sie in Deutschland wohl nur wenig bekannt.

**) Als Reidt im 17. Jahrg. der Schlömilch'schen Zeitschrift sein elegantes Verfahren publicirte, sprach er mit der den ächten Mann der

noulli*) werden einlässlich studirt.**) Die transscendenten Gleichungen finden ihr geometrisches Analogon in gewissen approximativen Beziehungen der Curven; diese geometrisch-anschauliche Seite der Theorie wird vom Verf. mit Vortheil zur Belebung des an sich etwas langweiligen Stoffes verwendet. Der achte Abschnitt ist als Anhang zu betrachten, sein Inhalt ist „Anwendung der Algebra auf Aufgaben aus der Geometrie, Physik, Astronomie und Chemie." Ueber den Nutzen einer solchen noch dazu recht reichhaltig ausgestatteten Sammlung ein Wort zu verlieren wäre überflüssig; erwähnen möchten wir nur der hübschen Art und Weise, wie der Verf. die näheren Umstände je einer geschichtlich merkwürdigen Sonnen- und Mondfinsterniss elementargeometrisch (sogar ohne Beiziehung der Trigonometrie) bestimmen lehrt. Der Schüler kann sich so sehr einfach davon überzeugen, dass eine Eklipsen-Berechnung gerade kein Hexenwerk ist. — Bei den stöchiometrischen Problemen wird ziemlich tief in die Sache eingegangen, und besonders am Schluss wird eine interessante Beziehung der Combinationslehre zur Molecularphysik signalisirt.

Hiermit wäre denn die Skizzirung des Inhaltes sachlich beendet. Allein wir dürfen von dem Buche nicht Abschied nehmen, ohne

---

Wissenschaft charakterisirenden Bescheidenheit die Meinung aus, seine Idee sei so einfach, dass er sie gar nicht für neu halten könne. Dem ist nun in der That so. Wir haben bereits (in unserer Besprechung der höheren Kettenbrüche von Fürstenau) früher darauf hingewiesen, dass schon Stern im 11. Bande des „Journals f. d. reine u. angew. Mathematik" für die trinomische Gleichung

$$yn + 1 - ay = b$$

die allgemeine Relation

$$y = \sqrt[n]{a + \frac{b}{\sqrt[n]{a + \cdots}}}$$

aufgestellt habe. Allein davon abgesehen halten wir es für eine Pflicht, die Anwendung dieses allgemeineren Satzes auf den speciellen irreductiblen Fall der cubischen Gleichung dem französischen Mathematiker Herrmann zu vindiciren, welcher im 6. Bande der „Nouvelles Annales" die Frage ganz gründlich untersucht und geometrische Repräsentationen dazu gegeben hat. — Uebrigens muss constatirt werden, dass Herr Matthiessen auf S. 338 der Herrmann-Reidt'schen Formel ein interessantes Analogon zur Seite stellt.

*) Der Ausdruck $\sqrt{a - \sqrt{a - \sqrt{a - \cdots}}}$ gehört, was dem Verf. entgangen zu sein scheint, Jacob Bernoulli zu.

**) Weshalb der Verf. die in ihrer Art eben doch einzig dastehende Methode der unendlichen Determinanten von Fürstenau nicht auch mit aufgenommen hat, ist uns nicht recht erfindlich. Die nothwendigen Vorbedingungen liegen ja vollständig vor, und auch der praktischen Berechnung einzelner Wurzel-Werthe, auf die Matthiessen sehr mit Recht stete Rücksicht nimmt, ist der Erfinder in seinem zweiten Memoire vollständig gerecht geworden.

einen hervorragenden für dasselbe geradezu charakteristischen Vorzug nach Gebühr gewürdigt zu haben. In der Vorrede rühmt der Verf. den didaktischen Werth historischer „Durchblicke“ und nimmt sich vor, solche in möglichster Vollkommenheit in seinem Commentare zu eröffnen. Wie sehr wir selbst mit diesen Anschauungen einverstanden sind, brauchen wir vor dem Publicum dieser Zeitschrift wohl nicht ausführlicher darzulegen, wir können aber Herrn Matthiessen von ganzem Herzen das Zeugniss ausstellen, dass er seine Idee in wirklich musterhafter Weise zur Durchführung gebracht hat. Einzelheiten hier aufzuführen verbietet uns der Raum; wenn wir aber auf zwei ganz besonders gelungene Stellen hinweisen sollen, so nennen wir S. 141 und 451 des ersten Bandes: die dort niedergelegte Entwickelungsgeschichte der Lehre von den ἀριθμοὶ φίλοι und von den quadratischen Gleichungen würden für selbstständige literarische Essai's gelten können. Zumal die Methoden und Algorithmen der Inder und Araber behandelt der Verf. mit Vorliebe, und der von ihm eingangs erwähnte freundschaftliche Verkehr mit mathematikverständigen Orientalisten hat seine reichlichen Früchte getragen. Als festes mnemotechnisches Gerippe wird der Studirende mit grossem Vortheil das im Anhang beigefügte biographische Verzeichniss von 48 berühmten Mathematikern benützen, deren Leistungen im Verlaufe der Darstellung hin und wieder berührt worden waren; dasselbe reicht von Pythagoras bis Gauss.

Dass bei einer so weittragenden Berücksichtigung des historischen Elementes nicht durchweg alle Angaben strenge correct sein können, wird Niemand auffällig finden; da uns einige solche Mängel aufgestossen sind, so möchten wir dieselben in usum libri noch kurz zusammenstellen. Die Notiz (S. 562), dass Regiomontanus die Decimalbrüche eingeführt habe, könnte von Manchem so aufgefasst werden, als habe er dieselben auch erfunden, während sie sich doch schon um vieles früher bei Johann von Sevilla finden. Dass die Geschichte sowohl der absteigenden wie der aufsteigenden Kettenbrüche nicht erst mit Brouncker, resp. A. Kunze beginnt (S. 166 des zweiten Bandes), davon dürfte sich der Verf. vermittelst der seitdem über diesen Gegenstand publicirten Untersuchungen ebenfalls überzeugt haben. Vor allem aber möchten wir gegen die (allerdings fast allgemein gewordene) Verwechselung der Napier'schen mit den hyperbolischen Logarithmen protestiren (S. 239 des ersten, S. 562 des zweiten Theiles). Vielleicht darf sich Ref. den Hinweis auf seine vor Kurzem im Verlage dieses Journals erschienene mathematisch-historische Monographien-Sammlung erlauben, in welcher gerade auf die hier bemängelten Punkte ganz speciell Bedacht genommen wird. —

Wir sind in unserer Kritik bereits ausführlicher geworden, als es eigentlich üblich ist, und mussten gleichwohl manchen Vorzug

des Werkes, dessen Erörterung uns Freude gemacht hätte, aus Rücksichten der Kürze mit Schweigen übergehen. Unser aufrichtiger Rath an alle Candidaten und Adspiranten des mathematisch-naturwissenschaftlichen Schulamts geht dahin, Matthiessen's Commentar sich anzuschaffen und als wissenschaftliche Hauspostille bei jeder Gelegenheit zu Rathe zu ziehen; der Nutzen wird nicht ausbleiben.

München. Dr. GÜNTHER.

KOPPE, CARL, Prof., die mathematische Geographie und die Lehre vom Weltgebäude für den Unterricht in höheren Schulen, so wie auch zum Selbstunterricht. II. vermehrte Aufl. bearb. v. Dr. W. Dahl, Oberlehrer am Realgymn. zu Braunschweig. Mit 46 Holzschn. u. einer Sternk. Essen, G. D. Bädeker 1875. VII u. 128 Seit. 8. Preis 2 Mark.

Wir haben über die erste Auflage dieses Buches im IV. Jahrgang dieser Zeitschrift S. 301 ff. ausführlich berichtet und dort gezeigt, in welchem grellen Widerspruch dasselbe mit den in der Vorrede ausgesprochenen gesunden Grundsätzen steht. Die gegenwärtige zweite Auflage ist um nichts besser, um nichts schlechter als die erste (die Aenderungen sind sehr geringfügig), und wir können unser Urtheil nicht ändern, wenn auch Dr. Dahl, der Bearbeiter der zweiten Auflage, nachdem auch er in der Vorrede die unmittelbare Anschauung als unentbehrliche Grundlage für jeden naturwissenschaftlichen Unterricht erklärt hat, sich also äussert:

„Andere Gestalt muss der Unterricht in den obern Classen annehmen. Dem herangereiften Verstande genügt die aus der blossen Beobachtung geschöpfte Erkenntniss nicht mehr, der Schüler oberer Classen wird sich nicht mehr befriedigt fühlen, wenn er nicht in dem Wechsel der ihm bekannten Erscheinungen das ewig bleibende Gesetz zu erkennen und zu verfolgen vermag. Daher tritt nunmehr die Mathematik als Hilfswissenschaft der Beobachtung zur Seite. Die aufgestellten und so weit dies mit Hilfe der niederen Mathematik möglich ist, auch entwickelten Gesetze müssen Probe bestehen können vor den beobachteten Erscheinungen. Der Schüler muss die begriffenen Gesetze in der Rechnung verwerthen lernen; ein selbst errechnetes und nachträglich durch die Beobachtung bestätigtes Resultat, muss ihm, wie die glückliche Lösung jeder andern Aufgabe, der Sporn werden für weitere rüstige Arbeit."

Wir möchten von dem Herrn Bearbeiter doch gern vernehmen, wie denn der Schüler durch dieses Buch (sogar zur Selbstbelehrung bestimmt!!) dazu gelangen könne „ein selbst errechnetes Resultat nachträglich durch Beobachtung bestätigt zu finden"?!

Entweder, oder! Setzt Herr Dr. Dahl all' die nöthigen Anschauungen als bekannt voraus, dann ist es mindestens komisch auf Seite 11 zu zeigen und durch einen Holzschnitt zu erläutern, wie man den Polarstern auffinden könne, wenn auf Seite 6 von der Abplattung und Seite 7 von der Axendrehung der Erde gesprochen wird, mindestens komisch der schon an sich absonderliche „gute Rath an den Leser" am Ende des Buches, zur Erleichterung der Vorstellung die Erscheinungen anfänglich vom Standpunkte des Tychon'schen Systems anzusehen. Aber von all' dem abgesehen müsste bei Voraussetzung der nöthigen Anschauungen aus didaktischen Gründen der gesammte Inhalt ganz anders bearbeitet sein.

Setzt der Bearbeiter die nöthigen Anschauungen nicht voraus, will er vielmehr hierzu anregen (bei Koppe war dies entschieden der Fall), so kenne ich keinen gelungeneren Weg, das Gegentheil von dem zu erzielen, was er anstrebte. Die Classe, ob obere oder untere, macht hierin keinen Unterschied. Es wird vielleicht mit dem Schüler der höheren Classe etwas rascher gehen — oft auch nicht, wenn sich in seinem Kopfe, durch verfehlten früheren Unterricht, allerhand Schiefes festgesetzt hat —; aber für alle Alters- und Bildungsstufen gibt es hier nur den einzigen Weg von der Anschauung der Erscheinungen — des Scheins — zur Erfassung der Wirklichkeit. Ich kann mich nicht enthalten, hier eine selbsterlebte Anekdote zu erzählen, die so recht deutlich zeigt, wie schwer sich einmal festgesetzte, falsche Vorstellungen über Gegenstände der Astronomie beseitigen lassen. Als ich Assistent an der Wiener Sternwarte war, befand sich daselbst als Diener ein ausgedienter Militarist, der correct Deutsch schrieb (damals in Oesterreich ein Zeichen besserer Schulbildung), und der auch sonst nicht ohne Intelligenz war. Er war in der That ein sehr brauchbarer Mensch, dem man die Beobachtungen an den meteorologischen Instrumenten und dergl. hätte getrost überlassen können. Eines Abends, während einer Beobachtungspause, — es war vor dem ersten Mondviertel — sagte er zu mir, er sei überzeugt, dass der Mond sein Licht nicht von der Sonne erhalte, denn solle etwas beleuchtet werden, so müsse die leuchtende Kerze dabei sein. Der Mond sei aber hier, und die Sonne stehe unter der Erde. Zur Widerlegung führte ich ihn an eine Stelle, von wo aus der schon tiefstehende Mond nicht, wohl aber ein von ihm hell erleuchtetes Dach sichtbar war. Dies beweise nichts, meinte er, bei Sonne und Mond sei es ja so, als stände das Licht unter einem undurchsichtigen Körper — einem Schaff*) etwa, wie er sich ausdrückte — und wir oben auf demselben, — und war von dieser Vorstellung nicht abzubringen.

---

*) „Schaff" heisst in Wien ein (mässig grosses Wasch-) „Fass." D. Red.

Dass ohne unmittelbare Anschauung jeder Unterricht in den Zweigen der Naturwissenschaften illusorisch sei, damit stimmen heutzutage sämmtliche Lehrer überein. Und wie noch ganz anders stellt sich die Sache speciell für die mathematische Geographie. Wer gut zu sehen angeleitet worden, der sieht eine Pflanze, ein Thier, ein Mineral, ein physikalisches Instrument richtig an. Was er sieht, das ist, scheint nicht zu sein. Bei der astronomischen Geographie muss er richtig sehen lernen, — um nur zunächst den Schein aufzufassen, und selbst dieses „richtig sehen lernen“ ist hier schwieriger als sonst wo, namentlich bei den ersten grundlegenden Anschauungen. Es ist ein Beweis, wie wenig dies beachtet wird und wie traurig es noch mit diesem Unterrichtszweig bestellt ist, wenn solche und ähnliche Bücher wiederholt Auflagen erleben.

Döbling (Wien). Dr. Pick.

Boymann, Dr. Joh. Rob. (Prof. am königl. Gymnasium zu Coblenz), Grundlehren der mathematischen Geographie und Uebersicht des Weltgebäudes für Gymnasien, Realschulen und andere höhere Lehranstalten. Anhang zur Physik des Verfassers. II. verb. Aufl. Köln und Neuss. L. Schwann 1874. 8vo. 42 S.

Dieses Schriftchen gibt auf 38 S. in 22 Paragraphen eine zumeist in referirendem Tone gehaltene Zusammenstellung der Lehren der mathematischen Geographie. Es mag als Anhang zu einem Lehrbuche der Physik am Ende am Platze sein, wie wohl es selbst von diesem Standpunkte aus zu viel und zu wenig bietet, als selbstständiges Werk hat es trotz der zweiten Auflage keine Berechtigung. Zur Begründung unseres Urtheils führen wir nur beispielsweise an: man sucht darin vergebens die Kepler'schen Gesetze, von Dämmerung, astronomischer Strahlenbrechung und dergl. wird nicht gesprochen, kein astronomisches Instrument (mit Ausnahme der Vorrichtung zur Bestimmung der Mittagslinie, Gnomon) wird beschrieben, Foucault's Pendel wird nur genannt u. s. w. Man ist versucht zu meinen, dies alles werde in der Physik abgehandelt, aber ein Hinweis auf dieselbe findet sich nur ein einziges Mal, und zwar auf das Pendel, welches beweise, dass die Schwere gegen den Aequator abnehme, also die Erde rotire. Von mathematischen Entwickelungen findet sich nur der Satz, dass die geographische Breite gleich sei der Polhöhe und die Bestimmung der Entfernungen mittelst der Parallaxe. Dagegen wird anderseits die Gauss'sche Formel zur Bestimmung des Osterfestes gegeben, zehn Kometen namentlich aufgeführt, und von der Centralsonne als von einer zweifellosen

Thatsache gesprochen. Im Uebrigen ist die Sprache einfach und klar und die Ausstattung wie die Zusammenstellung des Materials ansprechend. Dr. P.

Weiss, Dr. Ed. (Professor an der Sternwarte zu Wien), Zwei Sternkarten. Berlin, Dietrich Reimer, 1874. 2 Blatt querfol. Preis 2 Mk.

Wir begrüssen jede Arbeit, welche geeignet ist, den Unterricht in der astronomischen Geographie, noch immer dem Stiefkinde der Schulen, zu fördern, mit besonderer Freude. Deshalb wollen wir an dieser Stelle auf die genannten Sternkarten aufmerksam machen, wenn auch der geehrte Herr Verfasser bei ihrer Herausgabe nicht eigentlich die Schule und den Unterricht im Auge hatte. Diese Karten bilden nämlich eigentlich eine Ergänzung zu der Abhandlung „Anweisung zur Beobachtung allgemeiner Phänomene am Himmel," welche Prf. Weiss für die von Dr. G. Neumayer herausgegebene „Anleitung zu wissenschaftlichen Beobachtungen auf Reisen" schrieb. Die eben angezogene Anweisung beginnt wie folgt: „Es gibt in der Astronomie eine Reihe von Erscheinungen, zu deren erfolgreicher Beobachtung weder kostbare, schwer zu behandelnde Instrumente, noch tiefe mathematische und astronomische Kenntnisse, sondern nur ein gesundes, scharfes Auge und ein gewisses Beobachtungstalent erforderlich sind. — Ein allgemeines Erforderniss für alle die bezüglichen Beobachtungen ist eine übersichtliche Kenntniss der vorzüglichsten Sternbilder und ihrer Hauptsterne."

Zur Beobachtung solcher Erscheinungen sollen nun diese Karten dienen; der Dilettant soll durch sie ein zweckentsprechendes und wohlfeiles Mittel gewinnen, um Sternschnuppen und etwaige andere mit blossem Auge oder einfachen Instrumenten wahrnehmbare Himmelserscheinungen ihrer Lage nach genau bestimmen oder in die Karte eintragen zu können. Wäre es nun nicht eine würdige Aufgabe für den Lehrer der mathematischen Geographie an Mittelschulen, sei es der Geograph, sei's der Physiker der Anstalt, wenn er bei dem einen oder dem andern seiner Schüler, der einmal als Arzt, Ingenieur, Beamter u. drgl. in einer Landstadt, vielleicht fern von wissenschaftlicher Anregung, sein Leben zubringen wird, ein solches Interesse für die „Königin der Wissenschaften" erwecken würde, dass er nach des Tages Mühen und Sorgen zum Theil auch in der Beobachtung des Himmels Erholung und Erhebung suchte?

Aber auch abgesehen von diesem gewiss edlen Nebenzweck, — das, was Herr Prf. Weiss von der Unerlässlichkeit einiger astrognostischer Kenntnisse sagt, gilt nicht nur in Bezug auf jene oben angedeuteten Beobachtungen, es gilt ebenso in Bezug auf die elementarsten Kenntnisse der astronomischen Geographie. Ohne auf Anschauung beruhende Kenntniss der (scheinbaren) täglichen Rotation

der Himmelskugel, der rückgängigen Bewegung von Mond und Sonne bleibt jedes Studium der Erscheinungen im Weltenraume illusorisch. Ja noch mehr, diese Kenntniss ist auch für die physische und topische Geographie unerlässlich, wenn der Schüler nicht glauben soll, Parallelkreise und Meridiane, die Grenzen der Zonen und dergleichen, seien willkürliche Annahmen.

Die vorliegenden zwei Karten (nördliche und südliche Halbkugel) sind nun vorzüglich geeignet, sich mit dem Himmel vertraut zu machen. Sie sind (ohne Rand) 34 cm. lang und 18 cm. breit und enthalten auf jeder Karte den Himmelsraum bis 10^0, rechts und links bis 23^0 jenseits des Aequators und sind so orientirt, dass die Ekliptik auf jeder Karte vollständig enthalten ist. Dies sollte stets der Fall sein, wenn nicht, wie bei Diesterweg's astronomischer Geographie, bei Müller's kosmischer Physik, bei Benthin's Lehrbuch der Sternkunde eine Karte des Aequatorialgürtels in Mercators' Projection beigegeben ist, weil sonst die Sternbilder in der Nähe des Aequators, also zum Theil die wichtigsten Sternbilder des Thierkreises, wegen ihrer Zertheilung auf den Karten nicht den natürlichen Anblick gewähren und somit schwerer am Himmel aufzufinden sind. — Es sind die Sterne bis incl. fünfter Grösse aufgenommen, somit die Karten nicht überladen und die Zeichen für dieselben so gewählt, dass sie sich deutlich unterscheiden lassen. Sie sind zwar schwarz auf weissem Grunde, nicht wie mitunter jetzt für Schulzwecke üblich weiss auf blauem Grunde eingetragen, heben sich aber sehr gut ab und gewähren einen natürlichen, wohlthuenden Anblick. Ueberdies sind die Karten sowohl was Vollständigkeit als auch was Genauigkeit in Bezug auf Grösse (Lichtstärke) und Positionen der Sterne anbelangt, mit Benützung der besten Quellen gearbeitet, geben die Milchstrasse in zwei Abtheilungen der Helligkeit und haben die Umgrenzung der Sternbilder durch ganz fein punktirte Linien angedeutet, so dass diese nicht störend einwirken. Nur die Namen der Sternbilder sind wegen der grossen, stark markirten Schrift störend; eine kleinere und namentlich minder fette Schrift wäre vorzuziehen gewesen. Ein Alignement ist nicht gegeben; es wäre dies für die Hauptaufgabe störend gewesen; wer seiner beim Aufsuchen der ersten Sternbilder bedarf, kann es ja immer mit Bleistift fein eintragen.

Wenn wir recht berichtet sind, gibt die Verlagshandlung die Karten auch einzeln ab, was den Vortheil gewährt, dass man die in unsern Gegenden entbehrliche Karte des südlichen Sternhimmels nicht mit kaufen muss. Wünschenswerth wäre es, wenn noch eine Karte der Aequatorialzone beigegeben würde, die dann die Sterne der letzten 20^0 in Rectascension (Quadrat des Pegasus u. s. w.) doppelt (an beiden Rändern) zu enthalten hätte. Auch dann noch sollten die Karten einzeln abgegeben werden.

Man sieht es derartigen Arbeiten, wenn sie gewissenhaft ausgeführt sind, wie die gegenwärtige, nicht an, wie viel Mühe auf sie verwendet werden musste; möge ihr die Anerkennung werden, die sie verdient.

Döbling (Wien). Dr. Pick.

Wettstein, H., Schulatlas in 25 Blättern, bearbeitet von J. Randegger. Obligatorisches Lehrmittel der Secundarschulen des Cantons Zürich. Verlag der Erziehungsdirection in Zürich. In Commission bei Wurster & Co. Zürich 1875. Preis?*)

Wenn es wahr ist, dass den jugendlichen Geist nicht das Allgemeine, sondern das Besondere interessirt, wenn es richtig ist, dass er vom Einzelnen zur Gesammtheit, vom Theil zum Ganzen emporsteigt und seine Schwingen auf solcher Stufenleiter kräftigt, dann muss dem vorliegenden nach solchem Principe bearbeiteten Anschauungshilfsmittel die Ehre des Vortritts vor seinen zahlreichen Concurrenten eingeräumt werden. Denn es geht nicht nur — wie die neuere Methodik fordert — von der Heimath aus, sondern es stellt auch durchgehends bei bemerkenswerthen Erdstellen das Wichtige und Interessante in seiner Einzelheit dar.

Die Vorzüge dieses Atlas bestehen nämlich in der vom Referenten bereits an anderer Stelle (VI, 413 ds. Z.) besprochenen Detaildarstellungen, sowie in der consequenten Anwendung des gesunden didaktischen Princips, in der Geographie vom Zugänglichen und Sichtbaren zum nur durch Bild Darstellbaren, vom Bekannten zum Unbekannten, vom Nahen zum Fernen vorzuschreiten, das heisst also: von der Heimath zu beginnen und dann stufenmässig (concentrisch) zum Entfernten nach dem (in der Vorrede betonten) Grundsatze „der geographische Unterricht muss vergleichend sein“ weiter vorzugehen.

Nach den Blättern I bis IV, welche das Nothwendigste aus der mathematischen und physikalischen Geographie (Globen, Erdkarten, Klimalehre) enthalten, folgt (Blatt V—VI) eine „Anleitung zum Verständniss der (für das Kartenzeichnen nöthigen) Terrainlehre“ und hierauf (Blatt VII—VIII) die Heimathskunde. Ohne dass hier eine eigentliche Anleitung zum technischen Kartenzeichnen gegeben wird, kann doch der angehende Geographielehrer lernen, wie er beim geographischen Unterricht in der Volks-, Bürger- oder Unter-Realschule Schüler im Alter von etwa 12—15 Jahren (denn

---

*) Vergl. die Anm. auf S. 129, bei der Recension von Helmes Mathematik.

für diese ist der Atlas bestimmt)*) vorgehen soll. Auf Blatt VII nämlich ist dargestellt: die Gemeinde (das Dorf) Hedingen unweit Zürich und zwar auf drei Kärtchen in abgestuften Massstäben von 1 : 1000, 1 : 10,000, 1 : 25,000 (nebst Höhenprofil) und endlich 1 : 50,000. Ferner ist die Stadt Zürich mit Umgegend in fünf Bildern dargestellt und hierauf folgen grössere Gebirgstheile der Schweiz wie Rigi und Glärnisch. Auf Blatt VIII wird diese Heimathskunde erweitert durch die Darstellung der Gotthardt- und M. Rosa-Gruppe, der Regionen der Schweiz (Hügel-, Berg-, Alpen-, Schnee-R.), des Gebirgsbaues, der Bevölkerungsdichtigkeit, der Sprachen und ihrer Grenzen. Blatt IX gibt Gebirge und Gewässer dieses Landes, Blatt IX[a] die politische Eintheilung desselben mit vier Neben-Kärtchen, enth. Pläne von Bern, Luzern, Genf und Basel. Hierauf folgt in Blatt X und XI Europa, in Blatt XII Alpenland und dann die übrigen europäischen Länder in Gruppen: in XIII Frankreich, Spanien und Portugal, in XIV Italien, Türkei und Griechenland, in XV Gross-Britannien, Belgien, Niederlande und Dänemark, in XVI deutsches Reich und Oesterreich, in XVII Nordosteuropa (Skandinavien und Russland). Allerdings ist hier der Stoff sehr zusammengedrängt und ist nur das Nothwendigste gegeben, was aber durch die immer nebenherlaufende Detailzeichnung wieder aufgewogen wird. (So zeigt z. B. Blatt XIV Rom und Athen mit ihren Umgebungen und Constantinopel mit dem Bosporus.) — Die Blätter XVIII bis XXIII enthalten die aussereuropäischen Erdtheile und die beiden letzten Blätter XXIV—XXV sind noch der Ergänzung der astronomischen Geographie gewidmet.

Wie consequent das Princip der Detailzeichnung in diesem Atlas durchgeführt ist, mag der Leser daraus entnehmen, dass im ganzen Atlas allein ungefähr 22 (kleine) Pläne von den wichtigsten Städten der Erde und von ihren Umgebungen enthalten sind. Hierzu kommen aber noch: wichtige oder interessante Punkte und Gegenden wie z. B. die Meerenge von Gibraltar, die Umgebung von Neapel (der Vesuv) auf X, der Bosporus auf XIV, das Nildelta mit dem Suez-Canal auf XVIII, die Nordküste von Afrika (die Südküste mit der Capstadt fehlt leider!), der Titicaca-See, Isthmus von Panama mit Eisenbahn, Amazonenstrom-Mündung, Missisippi- und Hudsonmündungen mit den Städten Neworleans und Newyork XXI, die wichtige Ostküste der vereinigten Staaten zwischen Norfolk und Boston, verschiedene wichtige Punkte des grossen Oceans und auch — ein Abschnitt aus einer Seekarte: der Hafen von Genua (IV).

*) Im Vorwort heisst es: „die erste Stufe umfasst das 4. 5. 6. Schuljahr“ d. h. also: — falls man den Schulunterricht mit dem vollendeten 6. Lebensjahre beginnt — sie ist für Schüler vom vollendeten 10. bis mit vollendetem 12. Lebensjahre; die „zweite Stufe umfasst das 7., 8. und 9. Schuljahr,“ ist sonach für Schüler vom 13. bis mit 15. Lebensjahre.



Verfasser sagt über letztere sehr beherzigenswerth in der Vorrede: „Bei der enormen Wichtigkeit, welche die Seekarte für die Entwicklung der modernen Menschheit gewonnen hat, schien es angezeigt, in den Schulatlas einen Abschnitt aus einer solchen aufzunehmen.“

Wie der Verfasser die Vergleichung beim Unterricht anwendet, das zeigt Blatt XX, wo zum Zwecke der Auffassung und Beurtheilung der Grösse des Titicaca-See's und des ihn umgebenden Anden-Theiles, ein Stück der Centralalpen mit den Schweizer See'n zum Vergleich herbeigezogen ist und ähnlich an andern Stellen. Die Grössenverhältnisse der Oceane und Festländer zeigt eine graphische Darstellung auf II.

Wir dürfen mit Recht fragen: in welchem Schulatlas finden wir dies Alles und zwar in diesem Masse und so durchgeführt? Nach unserer Einsichtnahme weder im Stieler, noch im Sydow, noch in einem anderen. Dabei ist die Zeichnung, wenn auch nicht so künstlerisch, als im Sydow, aber doch sauber und, was sehr wichtig ist, nicht mit Namen überladen. Dass die Detailzeichnung ein äusserst anregendes Moment bei kartographischen Darstellungen ist, liegt so sehr auf der Hand, dass man sich darüber wundern muss, dass selbst die besten Lehrmittel dieser Gattung dieses Anregungsmittel entweder verschmähen oder ignoriren, oder doch zu wenig pflegen. Den Schüler interessirt nicht der Punkt, welcher die Weltstadt London darstellt, er möchte auch wissen, wie ohngefähr diese Stadt und ihre Umgebung aussieht, oder wie ein Hafen eingerichtet ist, wie die Ufer des auf der Karte kaum sichtbaren Bosporus verlaufen oder wie breit die Landenge von Panama und wie lang ihre Eisenbahn ist. Durch solche Detaildarstellungen gewinnen Oertlichkeiten an Interesse und im Gedächtniss des Lernenden an Halt.

Auch die bildlichen Darstellungen aus der astronomischen und physikalischen Geographie haben manche Vorzüge. Doch müssen wir der Kürze und des uns zugemessenen Raumes halber darauf näher einzugehen verzichten, gedenken aber bei anderer Gelegenheit darauf zurückzukommen.

Ueber die Zweckmässigkeit der Dimensionen des Atlas, welche nicht gerade „handlich“ sind, liesse sich vielleicht streiten (Breite des Atlas 41^{cm}, Höhe 28^{cm} — die Zeichnungsblätter 36^{cm} breit, 25^{cm} hoch). Doch hätte bei kleinerem Format entweder der Umfang des Stoffes oder die Deutlichkeit gelitten.

Im Uebrigen sei noch bemerkt, dass nach unserer Ansicht der Atlas (wie jeder andere Schulatlas auch) an Brauchbarkeit gewinnen dürfte, wenn ihm eine Uebersicht der Verkehrsmittel auf der Erdoberfläche beigegeben würde, eine Karte, welche in keinem Atlas (auch nicht in einem Schulatlas) fehlen sollte. Sie ist bei der Wichtigkeit des Völkerverkehrs in unserer Zeit ein

Bedürfniss und ein fühlbarer Mangel unsrer gegenwärtigen Schulatlanten.

Fassen wir das Gesagte zusammen, so dürfen wir wohl dieses Lehrmittel — welches allerdings speciell für die Schweizer Schulen eingerichtet ist — sowohl allen Geographielehrern, als auch den Herausgebern oder Verfassern von Atlanten angelegentlichst empfehlen. Keiner wird es ohne Gewinn, mindestens nicht ohne Anregung aus der Hand legen. —

Wien. Hoffmann.

Zum Repertorium neuer Entdeckungen und Erfindungen.

A) Meteorologie.

(Fortsetzung von S. 153.)

(Interimistisch bearb. v. Dr. S. Günther in München.)

Das Spektroskop als meteorologisches Instrument. Bekanntlich verursacht die Anwesenheit von Wasserdampf in der Atmosphäre das Auftreten gewisser dunkler Linien im Sonnenspektrum; am stärksten erscheinen diese Bänder, deren Anwesenheit zuerst durch Brewster, Gladstone und Zantedeschi constatirt wurde, zur Zeit des Sonnenunterganges. Man nennt sie „atmosphärische" Linien. Dass nun bestimmte derartige Linien nur bei bevorstehendem Witterungswechsel erscheinen und ihre Existenz sonach unmittelbar zur Wetterprognose dienen könne, glaubt Piazzi Smith ausser Zweifel gestellt zu haben.

Als zur Zeit der letzten grossen Ueberschwemmungen zugleich in Frankreich und England das schlechteste Wetter herrschte, während doch das Barometer constant seine hohe Stellung behauptete, beobachtete Piazzi Smith zu London vermittelst eines gewöhnlichen Taschenspektroskopes zur Seite der Linie D einen tellurischen unter normalen Verhältnissen nicht vorhandenen dunklen Streifen. Derselbe konnte nicht der Londoner trüben Luft angehören, denn er liess sich auch an anderen Orten wahrnehmen, verflüchtigte sich aber beim Eintreten schöner Witterung. Bald darauf aber kamen am Mittag eines hellen Julitages in dem von einigen weissen Wolken ausgehenden Lichte wiederum neben D nicht ein, sondern mehrere schwarze Bänder zum Vorschein, und noch in nämlicher Zeit schlug die Witterung völlig um. Der Luftdruck änderte sich hiebei nicht merklich, wohl aber schien im Spektroskop jenes ominöse schwarze Band neben D alle gewöhnlichen Streifen (die einzige Linie E ausgenommen) gewissermassen zu absorbiren. Die nächsten Tage hindurch besserte sich das Wetter langsam, und das Spektrum nahm allmälig seine normale Gestalt an; ja — was allerdings sehr merkwürdig ist — als einmal ein Westwind tiefen Barometerstand und einen Rückfall des Wetters veranlasste, erschienen doch nicht wieder jene dunklen Stellen.

Piazzi Smith glaubt sich hiernach autorisirt, aus dem plötzlichen Auftreten jener anormalen atmosphärischen Linien bei D, wenn zugleich der Wind aus Osten weht und das Barometer hoch steht, eine abrupte Verschlechterung des Wetters diagnosticiren zu dürfen. — Dass nur lang im nämlichen Sinne fortgesetzte Beobachtungen ein wissenschaftlich feststehendes Ergebniss liefern können, braucht wohl kaum erinnert zu werden. („Nature," B. 12, S. 231; auszugsweise „Gäa," 11. Jahrgang, S. 723 ff.)

v. Bezold's Untersuchungen über die Häufigkeit der Gewitter. In einer früheren Untersuchung über den nämlichen Gegenstand hatte v. Bezold auf die höchst merkwürdige Analogie aufmerksam gemacht, welche zwischen der Curve der Sonnenfleckenfrequenz und derjenigen der Gewitterhäufigkeit obwaltet, insofern nämlich die Ordinatenmaxima bei beiden Linien ein und derselben Abscisse zugehören. Die hier zu besprechende Abhandlung ist bestimmt hiezu einen Nachtrag zu liefern.

Die statistischen Untersuchungen des Autors, über deren mathematische Basis er in jenem früheren Artikel die nöthigen Data gegeben hatte, führten ihn zu nachstehendem Satze: „Die Gewittererscheinungen zeigen im Allgemeinen während der Sommermonate auf der nördlichen Hemisphäre zwei Maxima. Diese Maxima rücken einander um so näher, je mehr man sich von den Tropen entfernt. Trotzdem können sie nicht nur für Deutschland schlagend nachgewiesen werden, sondern sind bei Zugrundelegung von fünftägigen Summen sogar in Barnaul und Petersburg noch deutlich kenntlich. Unter den untersuchten Orten findet sich nur ein einziger, der selbst bei fünftägigen Summen nur mehr ein Maximum besitzt, und diess ist Katharinenburg, dessen Klima wohl auch weniger von den meteorologischen Vorgängen der Tropenwelt beeinflusst wird, als das von irgend einem der übrigen in Betracht gezogenen Punkte."

Die zur Erklärung dieses Umstandes angeführte Ursache leuchtet wohl nicht unmittelbar ein; man muss sich zu diesem Zwecke in v. Bezold's Auffassung hineindenken, welcher die meteorologischen Vorgänge höherer Breiten gewissermassen als die freilich vielfach getrübten und verzerrten Spiegelbilder derjenigen unter den Tropen betrachtet. Sieht man dann mit Dove den Sommer in jenen Gegenden als ständig herrschend und in zwei um ein Halbjahr auseinanderliegenden Maximis der Temperatur gipfelnd an, so wird man den Sinn der Schlussworte unseres Verf. begreifen: „Man wird nicht fehlgehen, wenn man in diesem doppelten Maximum der Gewittererscheinungen, das bei uns noch so deutlich auftritt, einen Nachklang der beiden tropischen Sommer (Wärmemaxima) erblickt."

(Sitzungsb. d. math.-phys. Classe d. bayr. Akad. d. Wiss. 1875. S. 220 ff.)

Reye's Formel zur barometrischen Höhenmessung im Vergleich mit der gewöhnlichen. Die neueren Forschungen über barometrische Höhenbestimmung — wir erinnern nur an diejenigen von Pick, C. M. v. Bauernfeind und Rühlmann — haben uns, abgesehen von ihrer eigentlichen Tendenz, auch betreffs der Constitution der Atmosphäre viele neue und für die allgemeine Meteorologie verwerthbare Aufschlüsse gegeben. Es hat nun Reye in seinem bekannten Werke über die Stürme (Hannover 1871) eine Formel zum genannten Zwecke aufgestellt, welche anscheinend von der sonst üblichen weit abweicht, bei der numerischen Berechnung dagegen nahezu übereinstimmende Werthe liefert. Diesen Umstand hat Sohncke folgendermassen aufgeklärt.

Bezeichnet man den Luftdruck in einer Höhe h_0 und h_1 ($h_1 > h_0$) bezüglich mit p_0 und p_1 ($p_0 > p_1$), setzt R gleich der Constante 29,272 und $T = (273 + t)^0$ des hunderttheiligen Thermometers, wo unter t das arithmetische Mittel aus den Thermometerständen beider Stationen zu verstehen, so liefert die alte Halley-Laplace'sche Formel:

$$h_0 - h_1 = RT \log \frac{p_0}{p_1}.$$

An Stelle der erwähnten von Rühlmann in ihrer Unrichtigkeit nachgewiesenen Hypothese über die Temperatur der in Betracht kommenden Luftsäule, setzt Reye die unzweifelhaft richtigere, dass proportional der

Erhebung die Temperatur abnimmt. So erhält er die beiden Differentialgleichungen (l als constant vorausgesetzt):

$$dt = -\,l dh,\; R\frac{dp}{p} = \frac{1}{l}\frac{dt}{273+t};$$

durch Integration und Combination derselben ergiebt sich das Schlussresultat

$$h_1 - h_0 = \frac{T_0 - T_1}{\log T_0 - \log T_1}\log\frac{p_0}{p_1} = \frac{\varDelta}{\log T_0 - \log T_1}\log\frac{p_0}{p_1}.$$

Das obige $T = \frac{T_0 + T_1}{2}$ kann gleich gesetzt werden $T_0\left(1 - \frac{1}{2}\frac{\varDelta}{T_0}\right)$,

und man erhält, da $\frac{\varDelta}{T_0} < 1$, die Relationen

$$\frac{\varDelta}{\log T_0 - \log T_1} = \frac{T_0}{1 + \frac{1}{2}\frac{\varDelta}{T_0} + \frac{1}{3}\left(\frac{\varDelta}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{\varDelta}{T_0}\right)^3 + \cdots}$$

$$= \frac{T}{1 + \frac{1}{12}\left(\frac{\varDelta}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{12}\left(\frac{\varDelta}{T_0}\right)^3 + \frac{3}{40}\left(\frac{\varDelta}{T_0}\right)^4 + \cdots}.$$

Bricht man die im Nenner stehende Reihe beim dritten Gliede ab, so lautet Reye's Formel:

$$h_1 - h_0 = RT\log\frac{p_0}{p_1}\left[1 - \frac{1}{12}\left(\frac{\varDelta}{T_0}\right)^2\left(1 + \frac{\varDelta}{T_0}\right)\right],$$

und dieser Klammerfactor wird sich unter allen Umständen von der Einheit nur äusserst wenig unterscheiden können. Man erkennt also, dass beide Ausdrücke in praxi so ziemlich das Nämliche besagen, dass aber die Reye'sche Formel stets kleinere Werthe als die ältere liefern muss.

(Zeitschr. f. Mathem. u. Phys. 20. Jahrg. S. 478 ff.)

Neues Hygrometer. Der als feinsinniger Constructeur bekannte Göttinger Astronom Klinkerfues hat vor Kurzem ein neues ungemein handliches Hygrometer angegeben, welches gewissermassen als Universalinstrument dienen soll. Denn während sowohl das Daniell'sche als auch das durch Regnault verbesserte Döbereiner'sche Hygrometer blos zur Beobachtung des Thaupunktes verwendet werden kann, liefert August's Psychrometer erst nach einer Vergleichung der Tabelle den absoluten beziehungsweise relativen Wasserdampfgehalt der Luft. Von seinem neuen Werkzeuge sagt dagegen Klinkerfues: „Dasselbe besteht aus drei Haupttheilen, und zwar: 1. dem eigentlichen Feuchtigkeitsmesser, welcher durch die eigenartige Aufhängung eines Zeigers die relative Feuchtigkeit der Luft auf einer stereotypen Scale, welche von 0 bis 100% lautet, direct in Procenten angibt; 2. dem Thermometer, welches an den vollständigeren Instrumenten gleich befestigt ist; 3. der Reductionsscheibe, bestehend aus zwei aufeinanderliegenden Scheiben von verschiedener Grösse, mit Eintheilung und Zahlen versehen, von denen die untere grössere die Procentsatzscale benannt ist und von 2% bis 100% läuft.“ Die obere Scheibe ist die Temperaturscheibe. Wie man beide Scheiben benützt, lehre ein Beispiel. Die Lufttemperatur ist + 9,°6; man sucht diese Zahl am Rande der oberen Scheibe auf und dreht letztere solange, bis die Zahl 9,6 dem 100%-Strich auf der (unteren) Reductionsscheibe gegenüber steht. Nunmehr weist der auf höchst eigenthümliche Weise oben am Instrumente angebrachte Zeiger auf die Zahl 65% der relativen Feuchtigkeit; diese Zahl wird wiederum auf der Reductionsscheibe abgelesen, und um 180° von ihr entfernt findet sich auf der Temperaturscheibe 4,°2 — eben die Temperatur des Thaupunktes.

Klinkerfues bestimmt seine Vorrichtung hauptsächlich für Praktiker, aber auch für Gymnasial- u. Real-Lehrer, welche die meteorologischen Elemente ihres Wohnortes studiren wollen, dürfte sich dasselbe seiner Handlichkeit und Wohlfeilheit halber sehr wohl empfehlen. (Kurze Beschreibung und Anleitung zum Gebrauch des Klinkerfues'schen Patenthygrometers, construirt und fabricirt von Wilh. Lambrecht, 2. Aufl. Göttingen 1875.)

B) Astronomie.

Der Venusmond. Die Existenz eines Trabanten des uns nächsten Planeten hatten verschiedene Astronomen des vergangenen Jahrhunderts aus ihren Beobachtungen erschlossen, und auch aus teleologischen Gründen fand man damals die Thatsache ganz natürlich. Da jedoch auch wieder viele Zweifel laut wurden, so hat vor Kurzem Schorr in einer eigenen Monographie (der Venusmond, Braunschweig 1875) die ganze Frage einer nochmaligen gründlichen Untersuchung unterzogen, und aus dieser theilt wiederum H. J. Klein einen kritischen Auszug mit, dessen Hauptpunkte hier wiedergegeben werden sollen.

Schorr stellt mit höchst anerkennenswerther Genauigkeit die Zeugnisse der verschiedensten älteren und neueren Gelehrten zusammen. Die vorhandenen Zeugnisse für die Existenz des Satelliten sind directer und indirecter Natur: zu den ersteren gehören diejenigen Beobachtungen, welche den neuen Himmelskörper unmittelbar oder aber in seiner Projection auf die Sonnenscheibe erkannt haben, zu den letzteren diejenigen, wo man gewisse Lichtreflexe der Planetenkugel nur durch die Beleuchtung eines selbst unsichtbaren Trabanten erklären zu können glaubte. Direct gesehen haben den Mond, d. h. einen Stern, welchen sie für den Mond hielten, Fontana, Dominic Cassini, Short (nur fraglich), Montaigne. Als Gegner dieser Männer trat der Wiener Jesuit Maximilian Hell auf, welcher das am Ocular reflectirte Nebenbild der Venus als die eigentliche Ursache jener Vermuthungen betrachtete. Immerhin hat das viel für sich, obwohl Klein bei einem gewiegten Beobachter wie Cassini eine derartige Täuschung für sehr unwahrscheinlich hält; doch hat es uns gewundert, dass Schorr nicht auch jene Beobachtung Wargentin's (s. Littrow's Wunder des Himmels, letzte Auflage, S. 307 des 1. Theiles) mit aufgeführt hat, welcher ebenfalls plötzlich einen Stern neben Venus in seinem Gesichtsfelde erblickte, durch Drehung des Teleskopes um seine Axe jedoch eine entsprechende Drehung des vermeintlichen Trabanten bewirkte und sich so von dessen Immaterialität überzeugte. Als Flecken auf der Sonne will beim Venusdurchgang von 1761 Scheuten und auch Lambert den Mond bemerkt haben, eine Wahrnehmung Pingrés aber bezieht sich ganz zweifellos lediglich auf den allen praktischen Astronomen zu ihrem Schaden bekannt gewordenen Umstand, dass vor Herstellung des inneren Contactes zwischen der Venuskugel und dem Sonnenrande eine unsichere nur allmälig zerreissende Verbindung sich herstellt. Flecke auf der Venus, welche man allenfalls als Erscheinungen des Mondes deuten könnte, sind Fontana, Cassini, De la Hire, Bianchini und Bode aufgefallen, und auch die der Nachtseite der Sichel angehörigen Lichtpunkte, welche nach Schröter's etwas phantastischer Ansicht Berge von ganz enormer Höhe anzeigen sollten, kann man hieher rechnen. Farbenphänomene jedoch, welche Louville und Delisle bei der Bedeckung der Venus durch unseren Mond wahrnehmen, lassen sich unserer Meinung nach so ungezwungen durch Diffraction erklären, dass an einen Venustrabanten wahrhaftig nicht gedacht zu werden braucht. — Lambert hat 1760 sogar die vollständigen Elemente des neuen Gestirnes, dem man bereits den Namen D'Alembert beilegen wollte, berechnet, und Schorr sucht wenigstens die Umlaufszeit zu 12,1702 Erdtagen festzulegen; wie wenig

innere Berechtigung jedoch dieses Resultat in sich trage, scheint uns Klein zur Genüge dargethan zu haben.

Schliesslich registrirt Schorr mit grosser Treue alle Beobachtungen des aschgrauen (oft auch als phosphorescirend bezeichneten) Lichtes der Ergänzungssichel. Die hier in Frage kommenden Beobachter sind, chronologisch geordnet, folgende: Derham, Riccioli, Kirch der Jüngere, Andreas Bayer,*) Graf Hahn, Schröter, Harding, Pastorff, Gruithuisen, Guthrie, Jahn, Berry, Leeson Prince, Engelmann, Lyman, Petty, Safarik, Langdon, Noble, Browning und Winnecke. Da jenem Lichte bisher noch kein genügender Erklärungsgrund zur Seite steht, so wird es der Conjecturalastronomie unbenommen bleiben müssen, dasselbe im beregten Sinne zu verwerthen.

Jedenfalls gebührt der Schorr'schen Arbeit das Verdienst, mit redlichem Fleisse ein altes fast vergessenes Problem wieder in Aufnahme gebracht zu haben.

(Wochenschr. f. Astronomie, Meteorologie u. Geographie, 18. Jahrg., S. 396 ff. S. 403 ff. S. 412 ff.)

(Fortsetzung folgt.)

C. Bibliographie.

Januar. Februar. März.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Böhm, Kurzgefasste Geschichte der Pädagogik. 4. Aufl. Nürnberg. Korn. 2.
Erkelenz, Denkschrift über die Organisation der städtischen höheren Töchterschule zu Köln. Köln. Du Mont-Schauberg. 0,80.
Gräber, Die confessionelle Schule. Ein Vortrag. Ruhrort. Andreä. 0,40.
Kinkelin, Statistik des Unterrichtswesens in der Schweiz. Basel. Georg. 15.
Rein, Pädagogische Studien. 2. Heft. Betrachtungen über Methode und Methodik. Eisenach. Bacmeister. 0,75.
Rundschau, allgemein pädagogische. Populär-pädagogische Zeitschrift für die Interessen des gesammten Unterrichtswesens nach Innen und Aussen. 1. Jahrgang. 24. No. Berlin. Imme. 9.
Schulz, Das Wesen der Landwirthschafts-Schulen und ihre Bedeutung in volkswirthschaftlicher Hinsicht. 2. Aufl. Lpz. Voigt. 0,50.
Schumann, Lehrbuch der Pädagogik. 1. Theil. Einleitung in die Pädagogik und Grundlage für den Unterricht in der Geschichte der Pädagogik. 3. Aufl. Hannover. Meyer.
Wonnberger, Die Schule und ihre Beziehungen zu Staat, Kirche, Gemeinde und bürgerl. Leben. 1. Thl. Berlin. Muskalle. 0,50.
Zürcher, Der Gesundheits-Unterricht für die Schule. Aarau. 0,60.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Hablützel, Lehrbuch der synthetischen Geometrie. 2. Bd. Lpz. Mentzel. 2,25.
Herold, Einleitung zur Geometrie. 2. Aufl. Nürnberg. Korn. 0,50.

---

*) Wohl nur ein Druckfehler statt Mayer. — Die Abhandlung Safarik's im Jahrgang 1873 der Prager Berichte verdiente wohl noch eine eingehendere Beachtung.

Horn, Geometrischer Anschauungscursus. Essen. Bädeker. 0,60.
Paulson, Lehrbuch der Planimetrie. 2. Aufl. Dorpat. Schnakenburg. 3.
Renkwitz, Anfangsgründe der Trigonometrie und der Arithmetik. 2. Aufl. Neuwied. Heuser. 1.
Streissler, Elemente der darstellenden Geometrie der ebenen und räumlichen Gebilde. Zunächst für Realschulen. Brünn. Winicker. 4.
Uth, Leitfaden für den Unterricht in der Planimetrie. (VIII, 80 S.) Kassel. Fischer. 1.

2. Arithmetik.

August, Die Elemente der Arithmetik für die Mittelclassen höherer Lehranstalten. Berlin. Winkelmann. 1.
Bardey, Methodisch geordnete Aufgabensammlung über alle Theile der Elementararithmetik. 5. Aufl. Lpz. Teubner. 2,70.
Berthelt, Rechenschule. Methodisch geordnete Aufgaben zum Tafelrechnen. Lpz. Klinkhardt. 4 Hefte à 0,15.
Bremiker, Logarithm.-trig. Tafeln mit 6 Decimalen. 4. Ausg. Berlin. Nicolai. 4,20.
Diekmann, Einleitung in die Lehre von den Determinanten und ihrer Anwendung auf dem Gebiete der niederen Mathematik. Essen. Bädeker. 1.
Falke, Lehrbuch des bürgerlichen Rechnens für die Schüler höherer Lehranstalten. Arnstadt. Frotscher. 1,50.
Féaux, Rechenbuch und geometr. Anschauungslehre zunächst für die 3 unteren Gymnasialclassen. 5. Aufl. Paderborn. Schöningh. 1,20.
Frischauf, Lehrbuch der allgemeinen Arithmetik. 3. Aufl. Graz. Leuschner. 2,40.
Fry, Die erste Stufe des arithmetischen Unterrichts. Strehlen. 0,50.
Gerlach, Lehrbuch der Mathematik. 1. Thl. Elemente der Arithmetik. 3. Aufl. Dessau. Reissner. 2.
Günther, Das independente Bildungsgesetz der Kettenbrüche. Wien. Gerold. 0,50.
—, Vermischte Untersuchungen zur Geschichte der math. Wissensch. Lpz. Teubner. 9.
Hauck, Lehrbuch der Arithmetik für Gewerb-, Handels- und Realschulen. 2. Aufl. Nürnberg. Korn. 2.
Heis, Sammlung von Beispielen und Aufgaben aus der allg. Arithmetik und Algebra. 44. Aufl. Köln. 3.
Hermes, Sammlung von mathematischen Aufgaben. 1. Thl.: Elementaraufgaben aus der Algebra. Berlin. Winkelmann. 1,60.
Huther, Sammlung von arithmetischen Aufgaben. 7. Aufl. Regensburg. Pustet. 1.
Krafft, Sammlung arithmetischer Beispiele und Aufgaben. 4. Aufl. Nürnberg. Korn. 1,80.
Montag, Die Gesellschaftsrechnung. Ein Hand- und Hülfsbuch für Feuer- und Lebensversicherungs-Gesellschaften. Elberfeld. Lucas. 1,50.
Petrik, Multiplicationstabellen geprüft mit der Thomas'schen Rechenmaschine. Fehlerfreie Ster.-Ausg. 1. Lfg. 1—1000. Berlin. Nauck. 3.
Riemann, Partielle Differentialgleichungen und deren Anwendung auf physikal. Fragen. Bearb. u. herausg. von Hattendorf. 2. Aufl. Braunschweig. Vieweg. 8.
Scheffler, Die Theorie der Anschauung oder die mathemat. Gesetze. Enth. die allgemeinen Gesetze der Zahl etc. 1. Lfg. Lpz. Förster. 10.
Schmidt, Die Elemente der Algebra für höhere Lehranstalten. 3. Aufl. Trier. Lintz. 3.



Steck und Bielmayr, Arithmetische Aufgaben. 3. Aufl. Kempten. Kösel. 0,20.
Weber, Theorie der Abel'schen Functionen vom Geschlechte III. Berlin. Reimer. 6.
Würth, Methodisch geordnetes Lehr- und Aufgabenbuch zum Unterricht im Kopfrechnen. 4. Aufl. Giessen. Roth. 1,20.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Bauernfeind, Elemente der Vermessungskunde. Ein Lehrbuch der technischen Geometrie. 5. Aufl. Stuttgart. Cotta. 15.
Diesterweg's Populäre Himmelskunde und astronomische Geographie. 9. Aufl. Herausg. v. Strübing. 1. Lfg. Berlin. Enslin. 1.
Fortschritte auf dem Gebiete der Astronomie. No. 3. 1875. Lpz. Mayer. 2.
Hartner, Handbuch der niederen Geodäsie. 5. Aufl. Wien. Seidel u. S.
Lang, Construction des Reflexionsgoniometers. Wien. Gerold. 2,40.
Lipschitz, Bedeutung der theoretischen Mechanik. Berlin. Habel. 0,75.
Meyerhofer, Mathematisch-technisches Lehr und Handbuch in 5 Theilen. Mannheim. Schneider. 0,75.
Sternfreund, Astronomischer Führer pr. 1876. München. Lit. Anstalt. 1.

Physik.

Battig, Die physikalischen Experimente der Volksschule. 3. Aufl. Langensalza. Schulbuchh. 0,60.
Blum, Grundriss der Physik u. Mechanik f. gewerbliche Fortbildungsschulen. 5. Aufl. Lpz. Winter. 2.
Clausius, Die mechanische Wärmetheorie. 2. Aufl. 1. Bd. Die Entwickelung der Theorie, soweit sie sich aus den beiden Hauptsätzen ableiten lässt, nebst Anwendungen. Braunschweig. Vieweg. 8.
Exner, Ueber das Sehen von Bewegungen und die Theorie des zusammengesetzten Auges. Wien. Gerold. 0,80.
Fliedner, Aufgaben aus der Physik. 5. Aufl. Braunschweig. Vieweg. 2,40. Aufl. dazu 3,60.
Gretschel, Katechismus der Physik. 2. Aufl. Lpz. Weber. 2.
Hirsch, Vergleichungstabelle der Thermometerscalen von Fahrenheit, Réaumur u. Celsius. Hamburg. Prinz. 0,15.
Howe, Die beiden Urkräfte der Natur. Ein Beitrag zur Physik und Astronomie. Lübeck. Seelig. 1,60.
Kirchhoff, Vorlesungen über mathematische Physik. Mechanik. Lpz. Teubner. 4. Vollst. Werk: 13.
Klinckerfues, Theorie des Bifilar-Hygrometers mit gleichtheil. Procent-Scala. Göttingen. Pappmüller. 0,60.
Krist, Anfangsgründe der Naturlehre für die unteren Classen der Mittelschulen. 7. Aufl. Wien. Braumüller. 4.
Lommel, Ueber die Interferenz des gebeugten Lichtes. 3. Abth. Erlangen. Besold. 0,30.
Münch, Lehrbuch der Physik. 3. Aufl. Mit einem Anhang: Die Grundlehren der Chemie. Freiburg. Herder. 4.
Radau, Die Lehre vom Schall. Gemeinfassliche Darstellung der Akustik. 2. Aufl. München. Oldenbourg. 3.
Reis, Lehrbuch der Physik. 3. Aufl. Mit 829 Aufg. nebst Lösungen. Leipzig. Quandt und Händel. 7,50.

Secchi, Die Einheit der Naturkräfte. Autor. Uebersetzg. v. Schulze. 2. Lfg. Lpz. Frohberg. à 3.
Simon, Physik für Elementar- und Mittelschulen. 2. Aufl. Berlin. Klemann. 0,80.
Tyndall, Das Licht. 6 Vorlesungen geh. in Amerika im Winter 1873. Autor. deutsche Ausg. v. Wiedemann. Braunschweig. Vieweg. 6.
Wirth, Die Fortschritte in den Naturwissenschaften. 3. Heft: Die elektr. Telegraphie. Die Galvanoplastik. Die Photographie. Das Stereoskop. Nordlicht. Hagel. 2. Aufl. Langensalza. 1,50.
Zetzsche, Handbuch der elektr. Telegraphie. In 4 Bdn. à 3 Lfgn. 1. Bd. Geschichte der elektr. Telegraphie. Berlin. Springer. 1 Lfg. à 4,60.

Chemie.

Dragendorff, Die gerichtlich chemische Ermittelung von Giften in Nahrungsmitteln, Luftgemischen, Speiseresten, Körpertheilen etc. 2. Aufl. Petersburg. Röttger. 12.
Hartsen, Was heisst ein chemisches Aequivalent? Kritik der heutigen Chemie. Heidelberg. Winter. 1.
Hofmann, Lehrbuch der physiologischen Chemie. 1. Abth. Zoochemie. Wien. Mainz. 3.
Hosaeus, Leitfaden für praktisch-chemische Uebungen. 2. Aufl. Helmstedt. Richter. 1,75.
Krafft, Ueber die Entwickelung der theoretischen Chemie. Vortrag. Basel. Schneider. 1.
Lautze, Chemische Versuche für die Volks- u. Fortbildungsschule. Wiesbaden. Limbarth. 0,60.
Lielegg, Erster Unterricht aus der Chemie an Mittelschulen. Ausg. für Realschulen. 2. Aufl. Wien. Hölder. 2,40.
Lorscheid, Lehrbuch der anorganischen Chemie nach den neuesten Ansichten der Wissenschaft. 4. Aufl. Freiburg. Herder. 3,60.
Mayer, Lehrbuch der Gährungschemie in 11 Vorlesungen. 2. Ausg. Heidelberg. Winter. 6.
—, Lehrbuch der Agriculturchemie in 40 Vorlesungen. Ebd. 20.
Nettl, Grundriss der unorganischen Chemie nach den neuesten Ansichten der Wissenschaft. Frankenberg. Rossberg. 5,50.
Pfeiffer, Chemische Untersuchungen über das Reifen des Kernobstes. Jena. Deistung. 1.
Pinner, Repetitorium in der organischen Chemie. 3. Aufl. Berlin. Oppenheim. 6,50.
Ruchte, Taschenwörterbuch der in der Chemie am häufigsten auftretenden Körper unter Angabe ihrer chem. Formeln nach neuester Schreibweise. Lpz. Körner. 0,36.

Zoologie.

Darwin, Insektenfressende Pflanzen. Aus dem Engl. v. Carus. Stuttg. Schweizerbart. 9.
Eger, Der Naturaliensammler. Prakt. Anleitg. zum Sammeln, Präpariren, Conserviren organ. u. unorgan. Naturkörper. Wien. Fäsy. 2.
Gizycki, Philosophische Consequenzen der Lamarck-Darwin'schen Entwickelungstheorie. Lpz. Winter. 2.
Götz, Die kleinen Feinde des Waldes aus der Käferwelt, bes. die Borkenkäfer. Vortrag. Dresden. Schönfeld. 0,50.
Isis, Zeitschrift für alle naturwissenschaftl. Liebhabereien. Verkehrsblatt für naturw. Kauf u. Tausch. Hersg. v. Dr. Russ u. Dürigen. Alle 14 Tage eine No. Pro Quartal 1,50. Berlin. Gerschel.

Graber, Die tymponalen Sinnesapparate d. Orthopteren. Wien. Gerold. 10.
Häckel, arabische Korallen. Ein Ausflug nach den Korallenbänken des Rothen Meeres und ein Blick in das Leben der Korallenthiere. Populäre Vorlesgn. Berlin. Reimer. 15.
Hayek, Illustrirter Leitfaden der Naturgeschichte des Thierreiches. Für untere Classen von Mittelschulen. Wien. Gerold. 2,40.
Katter, Entomologischer Kalender f. Deutschland, Oesterreich und die Schweiz. Quedlinburg. Vieweg. 2,25.
Knauer, Amphibien- und Reptilienzucht. Wien. Hölder. 2,40.
Kuntz, Trichinenkunde. Stuttg. Enke. 1,20.
Leitfaden zur Naturgeschichte des Thier-, Pflanzen- und Mineralreichs. 1. Thl. Säugethiere. Esslingen. Schreiber. 0,40.
Leuckhart, Die menschlichen Parasiten und die von ihnen herrührenden Krankheiten. 2. Bd. 3. Lfg. Lpz. Winter. 8. I. u. II. Bd. 33.
Michelis, Häckelogonie. Ein akademischer Protest gegen Häckels „Anthropogonie.“ Bonn. Neusser. 3.
Pfaff, Die Theorie Darwins. Ein Vortrag. Frankfurt. Heyder. 0,60.
Russ, Der Kanarienvogel. 2. Aufl. Hannover. Rümpler.
Sel, Die Topographie des menschlichen Körpers. 4 Steintafeln. Pilsen. Maasch. 2,40.
Semper, Der Häckelismus in der Zoologie. Ein Vortrag. Hamburg. Mauke. 0,80.
Seidlitz, Fauna baltica. Die Käfer der Ostseeprovinzen. Lpz. Köhler. 12.
Sprockhoff, Hülfsbuch für den naturkundlichen Unterricht. 1. Abthl. Zoologie. Thierbeschreibungen und das Wichtigste vom Bau des menschlichen Körpers. Berlin. Thiele. 1.
Wigand, Der Darwinismus und die Naturforschung Newtons und Cuviers. 2. Bd. Braunschweig. Vieweg. 13,20. I. u. II. Bd. 25,20.
Wolff, Die Untersuchung des Fleisches auf Trichinen. 3. Aufl. Breslau. Maruschke. 1.

Botanik.

Behrens, Untersuchungen über den anatomischen Bau des Griffels und der Narbe einiger Pflanzenarten. Göttingen. Ruprecht. 1,20.
Callsen, Pflanzenkunde in der Volksschule. Flensburg. 0,75.
Gressler, Deutschlands Giftpflanzen mit naturgetreuen Abbildungen. 10. Aufl. Langensalza. 1,20.
Heer, Flora fossilis Helvetiae. 1. Lfg. Die Steinkohlenflora. Zürich. Wurster. 24.
Jahresbericht, botanischer. Systematisch geordnetes Repertorium der botan. Literatur aller Länder. 2. Jahrgang. Berlin. Bornträger. 13.
Kerner, Die Geschichte der Aurikel. Innsbruck. Wagner. 0,80.
Löw, Methodisches Uebungsbuch für den Unterricht in der Botanik an höheren Lehranstalten. 2. Heft. Für die Mittelstufe. Lpz. Gülker. 2.
Müller, Kryptogamen aus dem Walde. Herbarium. 1.—3. Lfg. Laubmoose und Torfmoose. Lebermoose. 34.
Russ, In der freien Natur. Schilderungen aus der Pflanzen- und Thierwelt. Berlin. Hauk. 6.
Schimper, Synopsis muscorum europaeorum, praemissa introductione de elementis bryologicis tractante. 2. Vol. Stuttg. Schweizerbart. 28.

Mineralogie.

Berendt, Geologische Karte der Provinz Preussen. 1 : 100000. Berlin. Neumann. à 3.
Credner, Elemente der Geologie. 3. Aufl. Lpz. Engelmann. 14.

Feistmandel, Die Versteinerungen der böhmischen Kohlengebirgsablagerungen. 7. Lfg. Kassel. Fischer. 24.
Kinkelin, Ueber die Eiszeit. 2 Vorträge. Lindau. Ludwig. 1,50.
Kleefeld, Der Diamant. Berlin. Habel. 1.
Scharff, Ueber den innern Zusammenhang der verschiedenen Krystallgestalten des Kalkspaths. Frankfurt. Winter. 4.
Senft, Fels und Erdboden. München. Oldenbourg. 3.
Sohncke, Die unbegrenzten regelmässigen Punktsysteme als Grundlage einer Theorie der Krystallstructur. Karlsruhe. Braun. 1,60.
Zängerle, Lehrbuch der Mineralogie, unter Zugrundelegung der neueren Ansichten in der Chemie. 2. Aufl. Braunschweig. Vieweg. 2.

Geographie.

Amthor und Issleib, Kleiner Schulatlas für Volks- und Landschule. 12 Blatt. Gera. Issleib. 0,50.
—, Volksatlas für Schule und Haus. 24 Karten. 23. Aufl. Ebd. 1.
Andree's allgemeiner Schulatlas in 34 Karten. Bielefeld. Velhagen. 1.
Dammann, Ethnologischer Atlas sämmtlicher Menschenracen in Photographien. Hamburg. Meissner. 42.
Geographie für Schüler in den Schulen Bayerns. 5. Aufl. Nürnberg. Korn. 0,30.
Guthe, Schulwandkarte der Provinz Hannover. Neu bearb. von Keil. 1 : 250000. 12 Blatt. Kassel. Fischer. 9.
Hartmann, Die Nigritier. Ethnolog.-anthropol. Monographie. Mit 52 Tafeln. Berlin. Wiegandt & Hempel. 30.
Herr, Lehrbuch der vergleichenden Erdbeschreibung für die unteren und mittleren Classen der Gymnasien etc.. 3. Aufl. Wien. Sallmayer. 1,20.
Hobirk, Wanderungen auf dem Gebiete der Länder- und Völkerkunde. 8. Bd. Spanien und Portugal. Detmold. Meyer. à 1.
Lange, Atlas der Geographie. 28 Karten nebst erläuterndem Texte von Ule. Lpz. Brockhaus. 11.
Meinicke, Die Inseln des stillen Oceans. Eine geograph. Monographie. 2. Thl. Polynesien und Mikronesien. Lpz. Frohberg. 12.
Nagel, Lehrgang für den geographischen Unterricht nach der vergleichenden Methode in gehobenen Schulen. Hildburghausen. Kesselring. 0,40.
Peters, Die Donau und ihr Gebiet. Lpz. Brockhaus. 7.
Pollack, Geographie des deutschen Kaiserreichs und des Kaiserthums Oesterreich nebst Uebersicht der brandenburg-preussisch. Geschichte. 9. Aufl. Langensalza. 0,25.
Schopf, Reform des geographischen Unterrichts an Gymnasien. Wien. Müller. 1,20.
Sonklar, Leitfaden der Geographie von Europa für höhere Lehranstalten. 2. Aufl. Wien. Seidel. 5.
Schneider und Keller, Handbuch der Erdbeschreibung und Staatenkunde. 2. Aufl. 1. Lfg. Glogau. Flemming. 0,75.
Steinhauser, Lehrbuch der Geographie. 2. Thl. Politische Geographie. Prag. Tempsky. 3. I. u. II. Bd. 4,60.
—, Wandkarte von Mitteleuropa. 6 Blatt. Wien. Artaria. 9. color. 12.
Willkomm, Spanien und die Balearen. Berlin. Grieben. 7.
Winkelmann, Wandkarte von Württemberg, Baden und Hohenzollern. 4 Blatt. Esslingen. Weychardt. 6.

Pädagogische Zeitung.

Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Ein nachträglicher Nekrolog*).

Gottfried Friedlein († 31. Mai 1875).

Vorbemerkung der Redaction. Als im vorigen Jahre dieser gelehrte Mitarbeiter unserer Zeitschrift am obgenannten Tage das Zeitliche gesegnet hatte, bemühten wir uns alsbald nach Empfang der Trauerkunde, einen Nekrolog dieses Gelehrten aus der Feder eines bayrischen Schulmannes zu erlangen, um demselben, wie es ein von der Pietät gebotener Brauch erheischt, in unserer Zeitschrift einen Denkstein zu setzen. Aber unser Bemühen war vergeblich, und selbst von der Anstalt, an welcher der Verewigte gewirkt hatte, konnten wir eine Biographie und Würdigung der Verdienste desselben nicht erlangen. Um aber doch das Andenken dieses unsers Mitarbeiters durch ein bleibendes Merkzeichen zu ehren, und um die Pflicht der Pietät, wenn auch spät, zu erfüllen, wollen wir im Nachstehenden einen in der allgemeinen Zeitung von einem anderen unserer Mitarbeiter**) verfassten Nachruf (mit gütiger Erlaubniss der Redaction jenes Blattes) mit wenigen unwesentlichen (redactionellen) Aenderungen nachträglich hier abdrucken lassen. Die Beiträge, welche Friedlein in unsere Zeitschrift lieferte, waren:

Untersuchungen der sogenannten Definition Heros . . . . { 1. Th. II, 173—191. / 2. „ II, 277—291.

Recensionen von:

Wohlwill, der Inquisitionsprocess des Galileo Galilei I, 333 ff.

Bretschneider, die Geometrie und die Geometer vor Euklides II, 341—348.

„Der letzte Tag des Monats Mai 1875 nahm einen Mann aus unserer Mitte weg, dessen Verlust das Schulwesen seines engeren Vaterlandes (Bayern) wie die Wissenschaft gleich schwer empfinden wird — am genannten Tage starb zu Hof der Rector des dortigen Gymnasiums, Dr. Johann Gottfried Friedlein. Je stiller und eingezogener das Leben des nur der Wissenschaft und seiner Familie lebenden Mannes verlief, je weniger bei seiner anspruchslosen Bescheidenheit schon die Verdienste des Verewigten bei dem grösseren Publicum Beachtung und Anerkennung gefunden haben mögen, um so mehr ist es Pflicht in einem kurzen Nachrufe des Wirkens eines Gelehrten zu gedenken, das in seiner Eigenartigkeit uns mit tiefer Bewunderung erfüllen muss***).

---

*) Einen andern Nekrolog von Cantor findet der Leser in Schlömilchs Zeitschr. etc. XX. Jahrg. 5. Hft. Hist.-lit. Abth. p. 109 ff. Dort sind auch die wissensch. Arbeiten Friedlein's genauer angegeben. D. Red.

**) Dr. S. Günther in München.

***) Bezüglich seines Lebensganges möge hier nur Folgendes bemerkt sein. Friedlein, geb. am 5. Jan. 1828 zu Regensburg, studirte zu München Philologie und Mathematik, und wirkte von 1850—1853 am Gymnasium seiner Vaterstadt als Assistent. 1854 als Studienlehrer nach Erlangen, 1862 als Mathematikprofessor nach Ansbach versetzt, übernahm er 1868 das Studienrectorat zu Hof, wie auch etwas später die Vorstandschaft der höheren Töchterschule. Beide Aemter bekleidete er bis zu seinem Tod; es überleben ihn eine Wittwe und drei Töchter.

Gerade diese eigenartige Stellung, welche der Verstorbene auf wissenschaftlichem Gebiet einnahm, ist geeignet eine richtige und sachgemässe Würdigung seiner überaus zahlreichen Leistungen zu erschweren. Gleichmässig als Philolog und Mathematiker ausgebildet, war es sein Bestreben in beiden Disciplinen zugleich thätig zu sein, eine durch die andere zu fördern, und gerade solche Gegenstände zu bearbeiten, welche ebenso die genaueste antiquarische wie mathematische Sachkunde voraussetzten. So konnte es, zumal in unserer in so ausgedehntem Masse dem Princip der Arbeitstheilung zugewandten Zeit, natürlich nicht fehlen, dass keine der beiden grossen Gelehrtenkategorien ihn ganz zu den ihrigen rechnen zu dürfen glaubte, dass er dem Mathematiker zu viel Philologe, dem Philologen zu viel Mathematiker war. Wollen wir demnach einen Standpunkt gewinnen, von dem aus wir Friedleins literarische Thätigkeit einer ganz unparteiischen Beleuchtung unterwerfen können, so müssen wir nothwendig zuvor einen vergleichenden Blick auf die geschichtliche Entwicklung der Specialdisciplin werfen, welcher er seine ganze Kraft gewidmet hat; wir müssen erkannt haben, in welcher Phase die Geschichte der Mathematik sich zu der Zeit befand, als Friedlein in die Arena trat; wir müssen, um ihn seiner vollen Bedeutung nach zu schätzen, gewissermassen die Vorgeschichte der Fragen untersuchen, zu deren Klarstellung er so werthvolle Beiträge geliefert hat.

Die historische Darstellung des Entwicklungsganges, welcher die mathematischen Wissenschaften von den schwächsten Anfängen bis zu ihrer späteren Höhe leitete, ist seit dem Beginn des vorigen Jahrhunderts von den verschiedensten Seiten aus in Angriff genommen worden, jedoch ohne dass befriedigende Resultate erzielt worden wären. Denn selbst das grosse vierbändige Werk Montucla's, das kein billig Denkender anders als mit höchster Achtung für den unermüdlichen Verfasser nennen wird, zeigt uns eben doch aufs deutlichste, dass ohne vorhergegangene emsige Durcharbeitung des Riesenmaterials im Einzelnen die grossartige Idee einer Universalgeschichte der Mathematik nicht, oder doch nicht in dem von der strengen Wissenschaft vorgezeichneten Sinne, verwirklicht werden könne. Es fehlte noch zu sehr an Detailforschungen, ausgedehnte Zeiträume waren so gut wie noch gar nicht erschlossen, und selbst die Energie eines so eminent architektonisch angelegten Kopfes, wie es Montucla unzweifelhaft war, musste an der Massenhaftigkeit des Stoffes scheitern.

Mit den ersten Jahrzehnten des neuen Jahrhunderts beginnt die zweite Epoche mathematisch-historischer Forschung, es genügt an die Namen Sédillot, Wöpcke, Chasles, Quetelet, Nesselmann zu erinnern, und an diese Koryphäen schliesst sich, zumal unter der jüngeren mathematischen Generation Deutschlands, eine achtungswerthe Reihe von Arbeitern an. Mit enormen Opfern und seltener Schaffungskraft suchte Fürst Balthasar Boncompagni in Rom einen Centralpunkt für diese Richtung zu begründen; er gab der jungen Wissenschaft die einzige selbstständige Zeitschrift, über welche sie zur Zeit verfügen kann, und brachte, durch die grossartige Liberalität, mit welcher er den Wünschen des bewährten Forschers wie des Anfängers entgegenzukommen pflegt, neuen Fluss in die geschichtlich-mathematischen Studien. Vor allem das classische Alterthum war es, das man nun nach allen Seiten hin zu durchspüren begann; die Fortschritte der Linguistik erleichterten die Arbeit, und wohl dürfen wir jetzt sagen, dass es auf dem ganzen weiten Feld nicht wohl einen besser aufgeklärten Punkt geben wird als gerade die Glanzperiode der griechischen Geometrie und Astronomie. Allein wie die Alterthumskunde denjenigen Perioden der Literatur, welche sie als die goldene und die silberne bezeichnet, eine weitaus erhöhtere Theilnahme zuzuwenden geneigt ist als der an bedeutenden Erzeugnissen ärmeren nachclassischen Zeit, so auch die Geschichte

der Mathematik und überhaupt der inductiven Wissenschaften. Für directe Erkenntniss war freilich hier nicht so viel zu holen, die Wissenschaft war stationär geworden, und den originellen Genies der beiden Jahrhunderte vor und nach Christus waren fleissige Sammler gefolgt, die freilich noch vieles für die Verfolgung des organischen Zusammenhangs zwischen den einzelnen Entwicklungsphasen zu bieten vermochten, aber nur für den, der sich die Goldkörner aus dem Schutt scholastisch durcheinandergewürfelter Nebendinge herauszuholen getraute. So kam es, dass die Kenntniss von dem, was Archimedes und Apollonius, Hipparch und Ptolemäus geleistet, längst zum Gemeingut der Fachgenossen geworden war, während über den Anfängen wie über den Ausläufern der antiken Mathematik noch tiefes Dunkel lagerte. Hier nun setzte Friedlein ein, und dass er es gerade hier gethan, dass er gerade an dieser scheinbar wenig dankbaren Stelle seine Kenntnisse zu verwerthen begann, muss ihm sehr hoch angerechnet werden. Denn — verkennen wir die Sachlage nicht — auf grosse Resultate, auf blendende Erfolge durfte er hier nicht rechnen; mit Opferwilligkeit, ja mit einer gewissen ascetischen Resignation, musste hier dem spröden Stoff lebendiges Interesse abgerungen werden. Aber gerade zu dieser Bergmannsarbeit war er der rechte Mann; zu solcher Beschäftigung befähigten ihn gleichmässig sein anspruchloser nur auf die Sache gerichteter Sinn, wie die sichere Art und Weise, mit der er, in Fachfragen vollkommen orientirt, anderseits auch den neurömischen und späthellenischen Sprachgebrauch beherrschte.

Ueberblicken wir die stattliche Reihe Friedlein'scher Arbeiten, so bemerken wir bald, dass sie sich ihrer Haupttendenz nach in zwei Classen sondern lassen, die freilich unter einander die mannichfachsten Berührungspunkte aufweisen. Hatte er bei der einen Kategorie das Ziel vor Augen: durch directe, mit grösster philologischer Akribie ins Werk gesetzte, Editionen älterer Mathematiker unsere Kenntnisse zu erweitern, so suchte er bei seinen der zweiten Classe angehörigen Untersuchungen Beiträge zur endlichen und endgültigen Lösung des mathematisch-historischen Fundamentalproblems zu liefern: zur Geschichte der Zahlzeichen. Skizziren wir mit kurzen Worten seine Verdienste in beiden Sparten.

Angeregt durch die damals eben eifrig erörterte Frage nach dem eigentlichen Wesen der Leistungen des Alexandriners Hero, studirte Friedlein diejenigen von Epigonen verfassten Werke, welche Hero'sche Fragmente enthalten sollten, und übergab dann im Jahre 1867, als reife Frucht dieser Studien, der gelehrten Welt die erste Ausgabe eines wenig beachteten Schriftstellers, des byzantinischen Geometers Johannes Pediasimus. Schon im folgenden Jahr aber erschien seine überaus verdienstvolle Edition derjenigen mathematischen Schriften des Boëthius, welche er allein für echt erklären zu dürfen glaubte; indess hielt ihn dies nicht ab die von ihm verworfene Geometrie gleichwohl hinzuzufügen, und Referent, der über diesen Punkt anderer Meinung ist und über denselben mehrfach von dem Verstorbenen Aufklärung erbat und in liebenswürdigster Weise erhielt, steht nicht an, ihm jene Aufnahme als einen Act von Selbstverläugnung zu hoher Ehre anzurechnen. Zur eigenen Beschäftigung mit der Boëthius-Frage hatte ihn eben das Studium der Zahlzeichen geführt, und der gleiche Grund war es, der ihm die Erledigung einer neuen philologischen Aufgabe nahelegte. Das Rechnungssystem eines Weströmers, des Aquitaniers Victorius, hatte sich handschriftlich unter den reichen Schätzen der Münchener Hof- und Staatsbibliothek vorgefunden, und unmittelbar nachdem von Professor Christ die ersten vorläufigen Eröffnungen gegeben waren, ging Friedlein mit Feuereifer daran die vorhandenen Codices zu collationiren und wissenschaftlich durchzuarbeiten; die Ergebnisse seiner Mühe stellte er im neunten Bande der Schlömilch'schen Zeitschrift zusammen. Noch wenige Jahre vor seinem raschen Ende, bereits unter den

Vorahnungen der tödtlichen Krankheit, beendete er die kritische Ausgabe des altberühmten Commentars, welchen der Neuplatoniker Proclus zum ersten Buche der Euklid'schen Elemente verfasst hat. Bei dieser Arbeit war auch eine weitere Anforderung an ihn herangetreten: es galt Klarheit über einen gewissen Hypsikles zu erhalten, über dessen Lebenszeit und Leistungen man noch sehr im Ungewissen sich befand. Auch hier schuf Friedlein Abhülfe, und dafür, dass seine Entscheidung das Richtige getroffen hat, spricht wohl vor allem der Umstand, dass Henri Martin, der gelehrte und hier besonders competente Decan von Rennes, in demselben siebenten Bande des „Bulletino Boncompagni,“ welcher Friedleins Studien brachte, seine volle Zustimmung zu dessen Ergebnissen erklärte.

Neben diesen Arbeiten, die, wie man meinen sollte, die relativ so kurze Zeit, während welcher dem unermüdlichen Manne zu wirken vergönnt war, vollauf hätten ausfüllen können, erschienen, ausser verschiedenen kleineren Abhandlungen, noch zwei grössere selbstständige Schriften, deren eine seine Forschungen in der Geschichte der Logistik einleitet, während die andere den vorläufigen Abschluss signalisirt. Es sind dies: „Gerbert, die Geometrie des Boëthius und die indischen Ziffern,“ Erlangen 1859, und „Die Zahlzeichen und das elementare Rechnen der Griechen und Römer und des christlichen Abendlandes,“ ebenda 1869. Ein näheres Eingehen in die von ihm aufgestellten und stets mit Geist und Gelehrsamkeit verfochtenen Ansichten würde hier nicht am Platze sein, es möge nur als eigenthümliche Schicksalsfügung hervorgehoben werden, dass die stark prononcirte Weise, in der Friedlein für seine Aufstellungen einzutreten pflegte, ihn bei vielen engeren Fachgenossen, die ihn nicht persönlich kannten, als eine vorwiegend polemische Natur erscheinen liessen — ihn, den milden, ja fast schüchternen Mann, der aber freilich im literarischen Streit oftmals gewaltig aus sich herauszutreten vermochte. Und gewiss kann man sich diese Erscheinung leicht erklären, wenn man der Worte sich erinnert, mit welchen sein bedeutendster und von ihm selbst am höchsten geachteter Gegner, Cantor in Heidelberg, den eben erwähnten, für die Wissenschaft so nutzbringend gewordenen, Kampf aufnahm: „Wer sich einmal ein Jahrzehnt hindurch theils im Stillen, theils öffentlich mit einem Gegenstand beschäftigt hat, der wird begreifen können, wie man diesen Gegenstand lieb gewinnt, und auch nicht die leiseste Trübung des Spiegels ertragen kann, in dem man sich selbst zu schauen gewohnt ist.“

Was Friedlein sonst noch als mathematischer Historiker leistete, wie er den gerade in dieser Beziehung schon so vielfach durchforschten Schriften Plato's gar manche neue Seite abzugewinnen verstand, wie er mit einschneidender Schärfe den apokryphen Charakter der sogenannten Heron'schen Definitionen darthat, das alles kann hier nur angedeutet werden. Aber nicht darf verschwiegen bleiben, dass er ein Schulmann im edelsten Sinne des Wortes war und seinen sämmtlichen Schülern lebhaftes Interesse an der Wissenschaft beizubringen wusste, deren lässige Betreibung gerade auf den humanistischen Anstalten so lebhaft beklagt werden muss, und ebensowenig darf das grosse Verdienst hier unberührt bleiben, welches er sich als langjähriger Redacteur des Organs für das bayerische Gymnasialwesen um dieses letztere erworben hat. Gewiss wird man nach Durchsicht dieser Zeilen den Gefühlen beistimmen, welche wir in unsern Eingangsworten zum Ausdruck zu bringen versuchten, gewiss wird man mit den zahlreichen Freunden und Fachgenossen des Verstorbenen zugestehen, dass der Tod, welcher rasch und vielleicht glücklich ein dem ermatteten Körper drohendes Siechthum abschnitt, in die verschiedensten Kreise eine schwer empfundene Lücke gerissen hat.“

Von der Naturforscherversammlung in Graz.

a) Hoppes Vortrag „über den Raumbegriff" in der mathematischen Section.

Unter allen angekündigten Vorträgen der mathem. Section war für den Ref. dieses keiner lockender als der Hoppe'sche „über den Raumbegriff," weil Referent gerade dieses Thema seit Jahren zum Gegenstande seines besondern Nachdenkens und Studiums gemacht hat. Ref. sah daher diesem Vortrage mit Spannung entgegen, war aber (selbst abgesehen von der Form des Vortrages) über den Inhalt desselben sehr enttäuscht. Einerseits erschien ihm derselbe nicht hinreichend klar,*) und Unklarheit, mag sie nun ihre Quelle im einzelnen Ausdrucke (Begriffe) oder in der sprachlichen Fassung (im Stil) haben, ist bekanntlich der schlimmste Feind des Verständnisses und der Verbreitung einer Ansicht; andrerseits schien derselbe dem Ref. an einem Irrthum zu leiden, gegen welchen Ref. nach Schluss des betr. Vortrages das Wort ergriff. Leider ist nach einer Bemerkung des Tageblattberichtes Ref. entweder nicht oder miss-verstanden worden und dies ist der Grund, warum er diese Angelegenheit hier nochmals zur Sprache bringt. Wir lassen zu diesem Zwecke den im Tagbl. d. Nr. 1. (S. 142—143) gegebenen (warscheinlich von Herrn H. selbst verfassten) Auszug seines Vortrages hier folgen:

„Ich wähle zum Thema den Raumbegriff, als das deutlichste Beispiel meiner allgemeinen Ausführung in der öffentlichen Sitzung von 1872, wo ich den Satz vertheidigte: Die Naturwissenschaft muss die Fragen der Philosophie in die Hand nehmen, und wird in der Kürze zur einfachen entscheidenden Lösung führen, was durch den Unverstand der gesonderten Philosophie zu anscheinend unlösbaren Problemen geworden war. In Bezug auf den Raum ist das Geforderte bereits geschehen: von Seiten der Geometrie wird die philosophische Frage untersucht. Was den heutigen Standpunkt betrifft, so ist man nach einigen Richtungen hin zu unbestreitbaren Resultaten gelangt; ob sie erledigend sind, ist jetzt weniger wichtig, jedenfalls können sie es in der Kürze werden. Mehr vermisse ich die Allseitigkeit und den Plan der Inangriffnahme, und hierauf bezieht sich, was ich zu sagen habe. Zuerst möchte ich darauf hinweisen, dass wir unter Raum zwei ganz verschiedene Dinge verstehen, deren Vermischung die schlimmsten Widersprüche ergeben hat. Der Raum ist einerseits eine Eigenheit der thatsächlich erlebten Empfindungen, namentlich der Gesichts- und Tastempfindungen, andrerseits ein vom Verstande gebildetes System. Erstere ist subjectiv und vor jeder Erkenntniss da, letzteres objectiv und rational empirisch zu begründen.**) Der thatsächlich gegebene Raum ist allerdings der ursprüngliche Gegenstand, mit dem sich die objectiv räumliche Erkenntniss beschäftigt; nur ist diese Erkenntniss keine Reproduction des Gegebenen, sondern eine Erzeugung der Mittel und Werkzeuge, durch welche der Geist das Gegebene in seine Gewalt bekommt.

---

*) Ob nicht derselbe Vorwurf die Recensionen H's trifft, die meist sehr scharf und verurtheilend sind, das zu untersuchen ist hier nicht unsere Aufgabe. Hr. H. hat auch unsern Aufsätzen und Schriften die Ehre seiner scharfen Kritik erwiesen. Ob dieselbe stichhaltig ist, das werden wir an anderer Stelle sehen.

**) Der hierher gehörige wichtige Passus Kants ist schon in III, 382 mitgetheilt: „Es ist also unzweifelhaft gewiss und nicht blos möglich oder auch wahrscheinlich, dass Raum und Zeit als die nothwendigen Bedingungen aller (äusseren und inneren) Erfahrung blos subjective Bedingungen aller unserer Anschauungen sind, im Verhältniss auf welche daher alle Gegenstände blose Erscheinungen und nicht für sich in dieser Art gegebene Dinge sind, von denen sich auch um deswillen, was die Form derselben betrifft, vieles a priori sagen lässt, niemals aber das Mindeste von dem Dinge an sich selbst, das diesen Erscheinungen zu Grunde liegen mag."

Der gegebene Raum ist ein in jedem Augenblicke anderer, der erzeugte Raum ein unveränderlich Dauerndes. Jener besteht allein in dem Neben-, Ausser-, Zwischen-Einander des Geschehenen, dieser in den für unsern Zweck geschaffenen Ideen der geraden Linien, Ebenen, rechten Winkeln u. s. w. Die Ideen werden Gegenstände der Raumbetrachtung nicht nur neben den ursprünglichen, sondern sie verdrängen sogar dieselben grossentheils aus unserm Interesse, nämlich so lange wir theoretisch denken. Jede Beobachtung jedoch führt uns auf sie zurück. Wir sind daher fähig, uns auf die objective Raumbetrachtung zu beschränken, und dies thut die Geometrie. Allein erledigt wird dadurch die Raumfrage nicht; schon die Grundlegung der Geometrie zwingt uns weiter zurückzugreifen, wenn wir uns nicht mit willkürlichen Axiomen begnügen, sondern zu einer sichern Entscheidung gelangen wollen. Hierzu hat der Parallelensatz den Antrieb gegeben; man hat weiter zurückgegriffen, man hat den Antheil der Erfahrung an der Bildung des Raumbegriffs constatirt, man hat die Punkte ermittelt, welche auf Erfahrung beruhen, man hat sogar die empirische Genesis einzelner Ideen untersucht, und man wird wohl einräumen, dass selbst diese stückweise Forschung nicht nach Art der früheren Philosophie zu getheilten Meinungen, sondern zu unausweichlichen Resultaten geführt hat. Aber eins fehlt noch: statt sich mit so viel Sperren und Widerstreben durch die Nothwendigkeit zu jedem neuen Schritte drängen zu lassen, hat man sich endlich einmal zu entschliessen, die Frage in voller Ausdehnung als berechtigte und nothwendige für die Wissenschaft anzuerkennen, und demgemäss die Genesis der geometrischen Begriffe vom natürlich gegebenen Anfang in den Gesichtsempfindungen gründlich zu betrachten, bis alles Punkt für Punkt ausser Zweifel gestellt ist. Vor Allem ist hier die generelle Frage zu erledigen: Wie gewinnen wir durch individuelle Erfahrung und stets mit Fehlern behaftete Beobachtung allgemeine, reelle und exacte Erkenntnisse? Das Vorurtheil, nach welchem dies für unmöglich gehalten wird, ist durch Aufstellung der einfachen Erklärung zu beseitigen. Jetzt lautet die Raumfrage: Durch welche Erfahrungen gelangen wir successive von den sinnlich gegebenen Differenzen aus zu der allumfassenden gleichmässigen, dreifach ausgedehnten Raumvorstellung, in wieweit ist diese absolut oder relativ? Der Weg hierzu führt sämmtliche besondere principiell geometrische Fragen von selbst herbei, und macht sie dadurch zur umfassenden. (Es folgt die Ausführung, in welcher der Vortragende sich mit den gewöhnlichen Ansichten in Uebereinstimmung glaubt.)"

Im erw. Tageblatt steht nun (S. 143):

„Nach Beendigung desselben spricht Herr Hoffmann gegen die Auffassung des subjectiven Raumbegriffs, womit er jedoch den vorhergegangenen Vortrag nicht berührt."

Hier ist, wie gesagt, der Ref. nicht oder miss-verstanden worden. Ref. richtete sich nicht gegen „die Auffassung des subjectiven Raumbegriffs," sondern gegen die bekannte Kantsche Auffassung des Raumes als eines rein Subjectiven.

Diese Auffassung zeigte sich aber auch in H.'s oben gesperrt gedrucktem Satze und deshalb ergriff Ref. das Wort. Wer den Raum nur entweder für eine „Eigenheit der Empfindungen" oder für ein „vom Verstande gebildetes System!" hält — denn von einem realen Raum ist ja in der obigen Zweitheilung gar nicht die Rede —, der macht ihn mit Kant zu einem rein subjectiven Etwas, das mit dem menschlichen Geiste besteht und vergeht, steht und fällt. Aber dieser philosophische Standpunkt sollte doch wenigstens für die Mathematiker und Naturwissenschafter von heute ein „überwundener" sein. Ref. hat seine Ansicht hierüber schon ausführlicher ausgesprochen bei Gelegen-

heit der Besprechung der Schriften von Becker und Rosanes im III. Bde. ds. Z. (s. bes. III, 383) und er darf deshalb hier auf jene Stelle den Leser verweisen. Er führte diesen Gedanken auch in der math. Sct. d. Natf. in gedrängter Kürze aus, indem er einen realen und einen idealen Raum unterschied; jener ist (wie die Zeit) eine Grundexistenz und also unabhängig vom menschlichen Geiste, dieser (der ideale) ist nichts Anderes als das Abbild des realen Raums in unserer Vorstellung (am allerwenigsten kann er ein „System“ sein!). Auch suchte er die Genesis des Kant'schen Irrthums nachzuweisen. Da nun Hr. H. in seiner Definition des Raums einen realen Raum nicht nennt (kennt), so galt allerdings dieser Einwand auch dem Hrn. Vortragenden. Von einem „Nichtberühren“ des Hoppe'schen Vortrags konnte also gar keine Rede sein! Wozu hätte Ref. denn auch das Wort ergriffen? Zu des Ref. Verwunderung sprach Niemand aus der Versammlung weiter hierüber, was wohl ein Beweis davon ist, wie wenig das Grenzgebiet der Mathematik und Philosophie von den Mathematikern gekannt oder — geliebt wird.

Auch jener Ansicht H.'s, der gegebene Raum (der aber in seiner Zweitheilung gar nicht vorkommt) ist ein „in jedem Augenblicke anderer,“ der erzeugte Raum ein „unveränderlich dauernder,“ muss Ref. hier nachträglich widersprechen. Denn erstens kann der Raum selbst nicht „erzeugt“ werden, sondern nur sein Abbild in unserm Geiste (der ideale Raum) wird „erzeugt“ durch Vorstellung. Zweitens muss gerade der gegebene Raum „unveränderlich dauernd“ sein, weil seine Veränderung durch keine Erscheinung wahrzunehmen und nachzuweisen ist; ist etwa der Raum von heute ein anderer als er gestern war? Weit eher könnte der ideale Raum „ein in jedem Augenblicke anderer“ genannt werden, insofern er immer von Neuem vorgestellt werden muss. H.

b) Eine unpassende Aeusserung eines Mitgliedes der Naturforscherversammlung.

Wir müssen hier nachträglich mit Bedauern berichten, dass (nach verbürgten Mittheilungen) ein Mitglied der Naturforscher-Versammlung in Graz sich zu der Aeusserung hat hinreissen lassen: „in die pädagogische Section gehen doch nur solche, welche bei keiner andern Section ankommen.“ Also die pädagogische Versammlung nimmt sozusagen den Abfall (Abschaum) der andern hohen Sectionen in sich auf. Schönes Compliment für die Pädagogen! Welche Anmassung und welcher Dünkel spricht sich doch hierin aus! Wenn eine solche Aeusserung aus dem Munde eines grossen Gelehrten — etwa eines Gauss oder Humboldt — gekommen wäre, nun — so hätte sie wenigstens einige Berechtigung, obschon wir zweifeln, dass so hochgebildete Männer jemals so gesprochen haben würden. Wenn heute ein Lederfabrikant als „Grosshändler“ mit verächtlichem Blicke auf die Schuhmacher sagen würde, „auf die kleinen Messen und Jahrmärkte laufen doch nur die armen Teufel von Schustern, die kein Geld im Säckel haben,“ so wäre das obiger Aeusserung so ziemlich parallel. Aber wenn nun so ein Grosshändler ein Paar Stiefeln machen sollte, so würde er kläglich durchfallen und er ist immer wieder auf den „Schuster“ angewiesen, wenn er nicht barfuss gehen will. Aber es sind nur leider nicht alle Fabrikanten „Grosshändler“ und nicht alle Universitätsprofessoren Gausse und Humboldte. Im Gegentheil, man dürfte getrost manchen tüchtigen Lehrer an einer Mittelschule gegen manchen Universitätsprofessor abwägen, es wird nicht selten nur eines winzigen Uebergewichts bedürfen, um das Gleichgewicht herzustellen. Die „Gelehrten“ sollten froh sein, wenn ihre Waare (gleichsam der Rohstoff)

für die Schule verarbeitet wird und besonders die Naturforscher-Versammlung, die ohnehin wenig für die Lehrer thut*), sollte die pädagogische Section sich zu erhalten suchen, und die Herren vom hohen Katheder sollten nicht so verächtlich von einem Stande sprechen, dem sie, streng genommen, selbst angehören, oder aus dem sie hervorgegangen sind**). Traurig und der Schule gewiss nicht zum Vortheile gereichend ist es aber, wenn solche Männer einer Prüfungscommission angehören und die oberste Unterrichtsbehörde etwa von ihnen Berichte über Unterrichts-Einrichtungen oder dergl. fordert. Es wäre besser, diese Herren kämen gerade recht in die pädagogische Section, um etwas über den Unterricht zu hören oder zu lernen, damit man nicht sagen muss, „von der pädagogischen Section halten sich doch nur die fern, die vom Unterrichte nichts verstehen.“

Einen ähnlichen Geist wie die oben mitgetheilte Aeusserung athmet folgender

Angriff auf diese Zeitschrift.

Einen solchen nämlich, namentlich auf hervorragende Mitarbeiter dieser Zeitschrift, hat sich ein anderer Hochschulprofessor Hr. Dr. Fiedler in Zürich erlaubt. In der Vorrede zur 2. Auflage seiner darstellenden Geometrie (S. XXIV) hat derselbe den vielen lesens- und beherzigenswerthen Worten, welche er darin betreffs der Methode des mathematischen Unterrichts niederlegt, auch einen gegen diese Zeitschrift gerichteten Passus beifügen zu müssen vermeint, den andurch gründlich zu beleuchten wir für ein Gebot der Ehre und für eine Pflicht gegen unsere Mitarbeiter halten. Der Passus lautet:

> „Liegt nicht ebenda“ — nämlich in dem Mangel der Kenntniss von darstellender Geometrie bei akademisch gebildeten Lehrern an Gymnasien etc. — „auch der Grund der Erklärung für das Räthsel z. B. dass in den Jahren 1870, 1871***) in einer†) Zeitschrift für math. u. natw. Unterricht, dem einzigen pädagogischen Organ für strebsame Lehrer dieser Fächer, sich eine lange Discussion††) über die unendlichen fernen Raumelemente so lamentabel und compromittabel entwickeln konnte, als es geschah?“

Also „lamentabel und compromittabel“ erdreistet sich ein akademischer Lehrer den Cyklus von Discussionen zu nennen, in welcher eine Reihe ehrlicher und erfahrener Pädagogen über einen Durchgangspunkt der Elementargeometrie sich gegenseitig aussprechen! Denn dies, oder sogar mehr, ist die Parallelen-Frage. Nun — wenn ein Mittelschul-Lehrer dadurch, dass er die ihm bei dieser Gelegenheit aufgestiegenen Bedenken unverhüllt zur Sprache bringt, sich höheren Orts compromittirt, so wird er sich sehr ruhigen Gemüths in sein Schicksal zu finden wissen. Wohl aber eröffnet es einen tiefen und wahrlich nicht erfreulichen Einblick in

---

*) Dies zeigt sich z. B. darin, dass sie (trotz gestellter Anträge) ihre Versammlungen nicht in die Zeit verlegt, in welcher auch die Lehrer an h. Schulen sie besuchen könnten. Vrgl. d. Z. II. 478—479.

**) Eine ehrenwerthe Ausnahme hiervon machten in Graz: Prof. Reitlinger aus Wien und die Professoren Rogner (Polyt.) und Riehl (Univ.) aus Graz.

***) auch 1872.

†) warum nicht in „der“? Es kann nur die unsere gemeint sein, denn es gibt nur diese eine.

††) S. I, 277 (Anmerk. d. Red.), 479—480 (Sturm u. Hoffmann), 491 ff. (Kober); II, 89 ff. u. 517 (Becker), 334 (Boltze), 391 (Sturm), 408 ff. (Kober u. Hoffmann), 494 ff. (Fresenius); III, 155 ff. (Schlegel), 160 ff. (Steiners Def. u. Bew. H's.); III, 463 ff. (Scherling). Auch dürfte hierher zu rechnen sein der Aufsatz von Kober: „Ueber das Unendliche und die neuere Geometrie“ (III, 249 ff.), welcher zugleich die Aufsätze von Hoppe (III, 11) und von Sturm (II, 391) seiner Kritik unterzieht. —

unsere deutschen Schulverhältnisse, wenn ein aus der Mittelschule selbst hervorgegangener Professor über irgend welche redliche Bemühung ehemaliger Collegen — mögen sie seinem sublimeren Standpunkt auch naiv erscheinen — in solcher Weise abzusprechen für angezeigt halten kann. —

Anregungen und Mittheilungen.

1) betr. die math. u. pädagog. Sectionen der Philologen-, Naturf.- u. Mathematiker-Versammlung.

Es wäre sehr wünschenswerth, wenn die Vorträge und Discussionen obgenannter Sectionen zeitig genug angemeldet und vorbereitet würden, damit sie in dieser Zeitschrift vorher angekündigt werden könnten. Manche Lehrer würden sich zum Besuche der Naturf.-Vers. — welche, um es wiederholt zu sagen, für unsere Fachgenossen doch die angenehmste und belehrendste bleibt — angeregt fühlen oder — manche würden Vorträge oder Anträge einsenden. Bislang waren diese Verhandlungen in der Regel ungenügend vorbereitet. Man weiss oft selbst als anwesender Besucher Tages vorher nicht, was die nächste Tagesordnung bringt. Wir richten daher an die Hrn. Lehrer, denen der Auftrag geworden, die Sections-Verhandlungen einzuleiten, die dringende Bitte, uns sobald als möglich das projectirte Programm der Sections-Verhandlungen jener Versammlungen mitzutheilen. Wenn irgend eine Zeitschrift dazu berufen (verpflichtet) ist, die Verbindung resp. Einheit der genannten Sectionen der drei Lehrerversammlungen herzustellen und zu erhalten, so ist es die unsere. Für die nächste Naturforscherversammlung in Hamburg — die leider auch wieder, weil sie nicht in die Schulferien fällt (18.—24. Sept.), von wenigen Lehrern besucht sein und nur ein locales Gepräge haben dürfte, möchte die Discussion der in Graz vom Ref gestellten und dort nur oberflächlich besprochenen „Thesen über Hochschulseminare“ (s. VI, 351 ff. und 506) als ein zeitgemässer Gegenstand sehr zu empfehlen sein.

2) Die Mathematiker-Versammlung und der projectirte Mathematiklehrer-Congress.

Wäre es nicht zweckmässig, falls ein Mathematiker-Congress, den wir in VI, 457 vorschlugen, zu Stande kommen sollte, dass derselbe sich mit der Mathematiker-Versammlung, die künftig gewiss wieder zusammentreten wird, vereinigte und dass die Versammlungszeit in die gemeinsamen Ferien der höhern und der Hoch-Schulen fiele? Ich meine damit nicht, dass in dem Congresse die gerade anwesenden Hochschulprofessoren als solche Sitz und Stimme haben sollen (— die Versammlung soll ja aus Abgeordneten bestehen —), aber der Congress könnte vielleicht einige der Herren, die früher als Lehrer sich ausgezeichnet haben, zur Berathung herbeiziehen und überdies würde auch die gegenseitige Anregung, welche beide Versammlungen durch einander erfahren müssten, nicht zu unterschätzen sein.

Die Recensionen von Meyers Axonometrie durch Hrn. Prof. Staudigl betr.

(Vergl. d. Jahrg. S. 57—60.)

Durch Hrn. Dr. Günther in München aufmerksam gemacht, theilt uns Herr Prof. Staudigl mit, dass — im Gegensatze zu der uns vom Verleger J. Hässel in Leipzig gegebenen Versicherung, das Werk Meyers habe noch keine Recension erfahren — bereits in Grunerts Arch., Bd. 44, Lit. Ber.

CCXXIII S. 14 und in Zarnckes lit. Centralbl., Jahrg. 1863, S. 586 Recensionen d. W. gegeben worden seien. Die unsrerseits angestellte Untersuchung bestätigte die Richtigkeit dieser Mittheilung. Dass aber ein Verleger versichern kann, es sei noch keine Recension seines Verlagsartikels vorhanden, während doch deren zwei da sind, beweist, wie wenig gewissenhaft manche dieser Herren nachlesen mögen.

Signale.

Das Kartenzeichnen betr.

Herr Dr. Czech (Oberl. a. d. Realsch. in Düsseldorf) hat der Redaction seinen in den N. Jahrb. f. Ph. u. Päd. (II. 1875 Heft 12. S. 618 ff.) abgedruckten Aufsatz: „Zur Lehrmethode der Geographie" eingesandt. Derselbe enthält eine neue Methode für das geogr. Zeichnen „mittelst Distancen zwischen den ausgezeichneten Punkten eines Landes." Wir machen die Lehrer der Geographie und besonders die Freunde des Kartenzeichnens hierauf aufmerksam. Befremdender Weise ist darin nicht erwähnt der (im Wesentlichen dieselbe Methode befolgende) Aufsatz von Langensiepen in d. Z. (I. 36 ff.). Der Verf. hat seine Arbeit angeblich deshalb in jener Zeitschrift abdrucken lassen, damit sie auch die Philologen lesen. In den jüngsten Tagen erst ist uns eine ähnl. Arbeit vom Realschuldirector Dr. Dronke in Trier: „Geographische Zeichnungen" Bonn 1876 eingesandt worden, über die wir seiner Zeit berichten werden. —

Zwei neue literarische Erscheinungen auf dem Gebiete der Realschule.

Wir machen aufmerksam auf

1) Die (neue) Zeitschrift für Realschulwesen in Oesterreich herausgegeben von Prof. Dr. Kolbe (Präses der Realschul-Commission in Wien). Sie ist gewissermassen die Fortsetzung von Döll's „Realschule," welche zu erscheinen aufgehört hat, und wird, wie die Oester. Gymnasial-Zeitschrift, vom Unterrichtsministerium unterstützt. An dem rein pädagogischen Theile betheiligt sich auch Ref. als Mitarbeiter. Das 1. Heft ist bereits erschienen, es enthält unter den Abhandlungen und Aufsätzen: „Fünf und zwanzig Jahre Realschulgeschichte (in Oesterreich)" von Wahrhanek, dem Mitherausgeber und Mit-Redacteur eines früheren ähnlichen Organs. — „Was uns fehlt und was uns frommt" von Hoffmann. — „Das Mittelhochdeutsch in der Realschule" von Poelz. — „Die mathematischen Lehrmittel der Mittelschulen" von Dr. S. Günther. Dann Schulstatistik, Recensionen, Journalschau, Verordnungen etc.

2) Frischauf, Elemente der absoluten Geometrie. Diese Schrift wird signalisirt in Teubners Mittheilungen 1876, Nr. 1, und soll sich von desselben Verfassers „absolute Geometrie nach J. Bolyai," die sich hauptsächlich mit dem Parallelen-Axiom beschäftigt, dadurch unterscheiden, dass sie „die sämmtlichen Axiome kritisch untersucht" und „diejenigen Fragen, welche sich auf die Grundlagen und Principien der Raumlehre beziehen, vollständig beantwortet." Trotz des Eingehens auf die abstractesten Untersuchungen Riemanns und Helmholtzs soll doch der eigentliche Hapttheil der Schrift nur geringe mathematische Kenntnisse erfordern und auch dem Anfänger die Lecture ermöglichen und fruchtbringend machen. —

Die allgemeine deutsche Lehrerversammlung
(Lehrertag)

soll in diesem Jahre während der Pfingstwoche in Erfurt abgehalten werden. Die höchst bemerkenswerthe Aenderung in der Organisation dieser Versammlung besteht darin, dass man, wie bereits in Breslau geschah, endlich den zweiten Versammlungstag lediglich zu Sectionssitzungen verwendet, deren im officiellen Berichte der letzten 21. Versammlung zu Breslau, nicht weniger als sechszehn aufgeführt sind. Früher wurden „Sectionen" perhorrescirt, man nannte sie „Nebenversammlungen" und legte den Schwerpunkt in die Hauptversammlungen. Der Herausgeber d. Z. hat seine Ansicht hierüber bereits 1869 in seinem „Berichte über die Bestrebungen und die bisherige Thätigkeit der drei pädagogischen Sectionen für Mathematik und Naturwissenschaft in den Versammlungen der Volksschullehrer, Philologen und Naturforscher in Masius päd. Jahrb. Bd. 100" niedergelegt. Es gereicht ihm zu grosser Genugthuung, dass seine Ansicht und sein Antrag, den er früher als Gründer und Vorstand der mathem.-naturw. Section bei dem Präsidium stellte, nach dem Vorgange anderer Versammlungen, „den Schwerpunkt der Versammlungen aus den allgemeinen in die Sectionssitzungen zu verlegen," und welcher seiner Zeit auf scharfen Widerspruch stiess (vergl. d. cit. Bericht bes. Abdruck S. 13—14), doch durchgedrungen ist. Auch wurde er hierin von andern tüchtigen Schulmännern (z. B. Stoy) unterstützt. Nach dem Breslauer Bericht (S. 52) sagte der Vorsitzende nach Aufzählung der verschiedenen Sectionsberichte in seinem Schlusswort:

> „Meine Hochgeehrten Herren! Aus der grossen Anzahl der vorliegenden Berichte haben Sie ersehen, dass die Abänderung in der äusserlichen Abhaltung unserer Versammlungen eine ausserordentlich förderliche gewesen ist. . . . . . . Unsere Hauptsitzungen sind allerdings durch die Sectionssitzungen verkürzt worden. Hoffentlich werden Sie bei ihrer Rückkehr das nicht für eine Beraubung derselben halten, sondern sich dessen freuen etc.

Ausser der mathem.-naturw. Section, über deren Verhandlungen wir in V, 309 fl. einen Specialbericht gaben*) (s. auch im offic. Ber. S. 99 ff.) haben noch nachstehende Sectionssitzungen stattgefunden:

Section für Naturkunde (Naturgeschichte u. Physik, off. Ber. S. 71—98)
„ „ Geographie (S. 101—104),

deren Berichte recht interessant zu lesen sind und von dem Fleisse der Vortragenden und der Sectionsmitglieder Zeugniss ablegen. Sehr zu wünschen wäre, dass in den nächsten Sectionssitzungen einmal der mathematische Seminarunterricht, welcher die Quelle so vieler von den höheren Schulen schwer empfundener Mängel im Elementarunterrichte ist, gründlich discutirt würde. Anregung hierzu würde bieten unsere Zeitschrift I, 515—517. II, 121. 122. 266. III, 42—49, bes. 43, auch 402—404 u. Anm. IV, 222—223 u. d. Anm. V, 101 Anm. u. 312—313 (Nachschr. d. Red.) endlich VII, 67—70 (Nachschr. d. Red.). —

---

*) Ueber die früheren Sectionsverhandlungen kann der Leser sich orientiren aus folgender Uebersicht:

Hildesheim, 1867 (Gründung d. Sect. durch den Ref.) S. Masius päd. Jahrbuch Bd. 98 und allgem. d. Lehrerzeitung 1867 Nr. 40.
Cassel, 1868 (Ber. ebenda Bd. 100. Allgem. L.-Z.). 1868, Nr. 39.
Berlin, 1869 s. d. Zeitschr. I, 164 ff.
Wien, 1870 „ „ I, 345 ff. u. 348.
Hamburg, 1872 „ „ III, 505 ff.
Breslau, 1874 „ „ V, 309 ff.

Schulgemässe Behandlung der Symmetrielehre.

Von Dr. Hubert Müller in Metz.

(Mit 5 Fig. in Text. Fig. 9—13.)

II.

Fortsetzung von S. 178.

§ 5. Bedingungen für die Congruenz der Dreiecke.

a) Wenn zwei Dreiecke einen Winkel und zwei Seiten entsprechend gleich haben, so sind sie congruent.

b) Wenn zwei Dreiecke die 3 Seiten entsprechend gleich haben, so sind sie congruent.

α) Wenn zwei Dreiecke eine Seite und zwei Winkel entsprechend gleich haben, so sind sie congruent.

β) Die Gleichheit der entsprechenden Winkel bedingt noch nicht die Congruenz zweier Dreiecke.

Unter a) und α) sind je zwei Fälle zu unterscheiden. Der eine Fall unter a) erleidet eine Einschränkung.

Beweise. a) 1. Wenn in jedem Dreieck die gleichen Winkel von den in Frage kommenden Seiten eingeschlossen sind, so bringe man diese Winkel zur Deckung, so dass die entsprechenden Schenkel auf einander fallen. Alsdann kommen auch die übrigen Ecken paarweise auf einander zu liegen als Punkte desselben Winkelschenkels, welche vom Scheitel gleichen Abstand haben.

2. Sind die gleichen Winkel Gegenwinkel von entsprechend gleichen Seiten, so kann man auf die Congruenz beider Dreiecke nur dann schliessen, wenn die Gegenwinkel der andern Seiten nicht supplementär sind. In diesem Falle lege man die Dreiecke so, dass sie verschiedenen Sinnes sind und dass die Gegenseiten der gleichen Winkel sich mit entsprechenden Endpunkten decken. Es entsteht alsdann, mit Ausnahme eines besonderen in der Anmerkung behandelten Falles, ein Viereck, welches nach den noch nicht verwendeten Voraussetzungen zwei Nachbarseiten (z. B. $D'A$ und $D'C$ in Fig. 7 oder 8) und die

an ihnen liegenden Gegenwinkel (die Winkel DAB und DCB) gleich sind. Das Viereck wird nun (§ 4 d.) als Deltoid erkannt und die Dreiecke sind nach § 4 b. congruent.

• α) 1. Wenn in beiden Dreiecken die in Frage kommenden Winkel den gleichen Seiten anliegen, so lege man die Dreiecke so auf einander, dass die gleichen Seiten sich mit entsprechenden Endpunkten decken. Alsdann fallen auch je zwei der übrigen Seiten in dieselben auf diese Gerade, weil sie auf den Endschenkeln gleicher Winkel liegen, deren Scheitel und Anfangsschenkel vereint sind. Die Dreiecke decken sich also, weil ihre Seiten paarweise in dieselben Geraden fallen.

2. Wenn zwei entsprechend gleiche Winkel den gleichen Seiten anliegen, die andern beiden Winkel aber Gegenwinkel dieser Seiten sind, so beachte man, dass das Vorhandensein von zwei Paaren entsprechend gleicher Winkel die Gleichheit der übrigen nach sich zieht. Hierdurch ist dieser Fall auf 1. zurückgeführt.

b) Man lege die Dreiecke so, dass sie verschiedenen Sinnes sind und die grössten der entsprechenden Seiten mit entsprechenden Endpunkten auf einander fallen. Dann bilden die Dreiecke ein Deltoid und sind nach § 4 b. congruent.

Anmerkung zum zweiten Fall unter a). Da über das dritte Winkelpaar (die Winkel bei D) nichts vorausgesetzt ist, so können diese Winkel auch supplementär sein. Dann entsteht kein Viereck, sondern ein Dreieck, in welchem die zusammengelegten Seiten die Mitteltransversale bilden (wegen der Gleichheit von DA und DC). Das Dreieck ist nun wegen der Gleichheit der Basiswinkel gleichschenklig und die Congruenz der vorgelegten Dreiecke folgt aus § 3 b.

§ 6. Das Parallelogramm.

Ein Viereck mit zwei Paaren parallelen Seiten wird Parallelogramm genannt.

a) Lehrsätze. 1) Jede Diagonale theilt das Parallelogramm in zwei congruente Dreiecke; die gegenüberliegenden Seiten oder Winkel sind einander gleich.

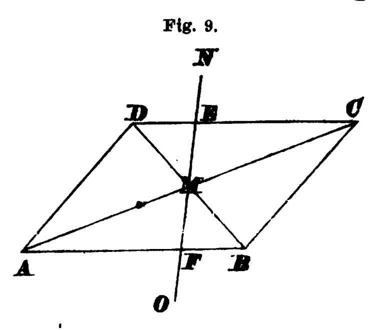
2) In jedem Parallelogramm halbiren die Diagonalen einander.

3) Der Schnittpunkt M der Diagonalen ist Mittelpunkt der Figur, das heisst, jede durch ihn in das Parallelogramm einge-

legte Strecke wird in M halbirt und jede durch M gezogene Gerade theilt das Parallelogramm in zwei congruente Trapeze.

Beweise. 1) M sei der Mittelpunkt einer beliebigen Diagonale. Man gebe dem Dreieck ABC eine halbe Umdrehung um den Punkt M. Dadurch kommen die Punkte A und C desselben auf die Punkte C und A des obern Dreiecks zu liegen. Wegen der Gleichheit der Wechselwinkel kommen ferner die Seiten AB und CB mit CD und AD zur Deckung. Daraus folgt, dass Dreieck ABC das Dreieck CDA deckt, und es ergibt sich auch die Gleichheit der Gegenseiten und Gegenwinkel.

Fig. 9.



2) Durch das Umdrehen kommt der Punkt B auf den Punkt D zu liegen (1). Die Strecken MB und MD, welche sich nach der Umdrehung decken, müssen also vor dieser Umdrehung entgegengesetzt gerichtete Hälften derselben Strecke BD gewesen sein. Der Mittelpunkt M der Diagonale AC ist also zugleich Mittelpunkt der zweiten Diagonale BD, was zu beweisen war.

3) Man ziehe durch den Schnittpunkt M eine Gerade ON, welche zwei Gegenseiten in F und E trifft. Durch die halbe Umdrehung kommen die Richtungen MO und AB bezüglich mit den Richtungen MN und CD zur Deckung. Der Schnittpunkt F der ersten beiden Richtungen fällt daher auf den gemeinsamen Punkt E der beiden letzten. Hiermit ist bewiesen, dass $MF = ME$. Aus dem Bisherigen folgt auch, dass, wenn man die ganze Figur eine halbe Umdrehung um M beschreiben lässt, jeder Eckpunkt und jede Seite in die frühere Lage des gegenüberliegenden Eckpunktes oder der gegenüberliegenden Seite zu liegen kommt. Gleiches ist für die Punkte F und E der Fall; jeder deckt die alte Lage des andern. Dadurch kommt aber das Viereck $AFED$ auf das Viereck $CEFB$ zu liegen, und diese Vierecke müssen congruent sein.

Bemerkungen. Was die Umkehrungen dieser Parallelogrammsätze betrifft, so beweise man zuerst den Satz, welcher in § 2. angedeutet ist, dass nämlich zwei congruente Dreiecke, mit entsprechenden Seiten und verwechselten Endpunkten an-

einander gelegt, ein Parallelogramm bilden. Man kann dann bei den folgenden Sätzen hierauf Bezug nehmen und hat nicht nöthig, jedesmal aus der Congruenz der Dreiecke auf die Gleichheit der Wechselwinkel und den Parallelismus der Seitenpaare zu schliessen. Für ein Viereck, von welchem bekannt ist, dass je zwei Gegenseiten gleich sind, oder dass zwei Gegenseiten gleich und parallel sind, schliesst man die Congruenz der Dreiecke am besten aus den Congruenzsätzen des § 5. Um aber das Viereck, dessen Diagonalen einander halbiren, als Parallelogramm zu erkennen, ist die halbe Umdrehung des Vierecks um den Schnittpunkt der Diagonalen vorzuziehen. Man vermeidet alsdann den zweimaligen Congruenzbeweis für die Scheiteldreiecke.

b) Wenn ein Winkel eines Parallelogramms recht ist, so sind es alle und das Parallelogramm heisst Rechteck.

Das Rechteck hat zwei Symmetrieaxen, welche durch den Schnittpunkt der Diagonalen gehen und die Mittelpunkte gegenüberliegender Seiten verbinden. Die Diagonalen sind gleich lang und ihr Schnittpunkt hat von den Ecken des Rechtecks gleiche Abstände.

β) Wenn zwei benachbarte Seiten eines Parallelogramms gleich sind, so sind es alle und das Parallelogramm heisst Rhombus.

Der Rhombus hat zwei Symmetrieaxen, nämlich die beiden Diagonalen. Die Diagonalen des Rhombus stehen auf einander senkrecht und halbiren die Winkel der Figur. Der Schnittpunkt der Diagonalen hat von den Seiten des Rhombus gleiche Abstände.

Fig. 10.

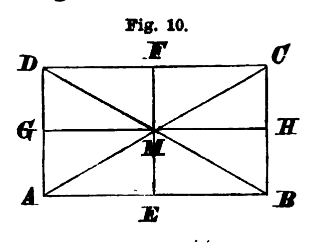
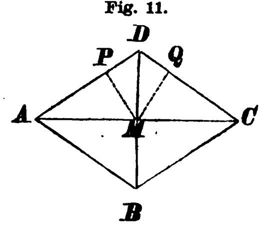


Fig. 11.



Beweis zu b). Man ziehe im Rechteck $ABCD$ (Fig. 10) durch den Schnittpunkt M der Diagonalen eine Gerade FE, welche mit zwei Gegenseiten parallel ist, also auf den übrigen senkrecht steht und das Viereck in zwei Rechtecke theilt. Hier-

aus folgt $FC = EB$ und $DF = AE$. Hält man damit zusammen, dass nach dem Früheren (a) $FC = AE$ und $DF = EB$, so folgt, dass EF die Seiten AB und CD senkrecht halbirt. Durch Umwenden um FE kommen also die Rechtecke $AEFD$ und $BEFC$ und ebenso die Strecken MA und MB, MC und MD zur Deckung. Gerade so beweist man die Existenz einer zweiten Symmetrieaxe GH. Das Rechteck $GABH$ fällt nach dem Umwenden um diese Axe mit dem Rechteck $GDCH$ zusammen. Dabei decken sich auch die Strecken MA und MD, MB und MC. Die Gleichheit der Diagonalen folgt aus der Gleichheit ihrer Hälften.

Beweis zu β). Die ersten Behauptungen in β) folgen schon aus § 4 c. Beim Umwenden um die Axe BD fällt die Richtung DC auf DA. Die senkrechten Entfernungen DQ und DP fallen dadurch in die einzige Strecke zusammen, welche man von M auf die Richtung DA senkrecht ziehen kann. Wenn der Punkt M von je zwei Nachbarseiten gleiche Abstände hat, so sind seine Abstände von den 4 Seiten des Rhombus gleich.

c) Wenn man ein Rechteck mit zwei gleichen Nachbarseiten oder einen Rhombus mit einem rechten Winkel construirt, so erhält man beidemal ein Viereck, welches lauter gleiche Seiten und lauter rechte Winkel enthält (regelmässiges Viereck). Dasselbe heisst Quadrat. Da das Quadrat zugleich Rechteck und Rhombus ist, so kommen ihm die Eigenschaften beider zu. Das Quadrat hat 4 Symmetrieaxen, von denen je zwei gleichartig sind und auf einander senkrecht stehen, nämlich die beiden Diagonalen und die beiden Mittellinien.

§ 7. Fortsetzung der Symmetrielehre. Axiale Symmetrie.

Nach dem Früheren ist eine Figur symmetrisch in Bezug auf eine Axe, wenn ihre Elemente (Punkte und Gerade) sich paarweise so entsprechen, dass durch ein Umwenden um die Axe jedes Element in die frühere Lage des entsprechenden kommt.

a) Zwei entsprechende Gerade haben die Axe zur Halbirungslinie des gebildeten Winkels oder Streifens.

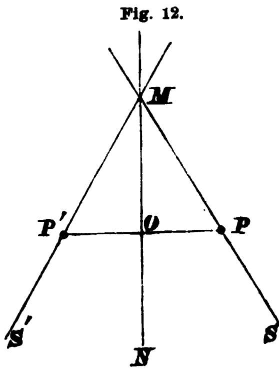
α) Zwei entsprechende Punkte haben die Axe zu Mittelsenkrechten der verbindenden Strecke.

b) Jede auf der Axe senkrecht stehende Gerade entspricht sich selbst.

β) Die Punkte der Axe entsprechen sich selbst.

Beweise. a) Wenn die Figur SMN um die Axe MN gewendet wird, so verändert sich weder die Grösse des Winkels SMN noch die Lage des Punktes M. Ist alsdann MS durch das Umwenden in die Lage MS' der entsprechenden Geraden gekommen, so halbirt MN den gebildeten Winkel SMS'. Wenn dagegen eine Gerade g mit der Axe a parallel ist, so muss auch die entsprechende Gerade g' mit a parallel sein, denn ein Schnittpunkt von a und g' wäre nach dem Vorigen auch ein Schnittpunkt von a und g. Ausserdem theilt die Axe den Streifen zwischen g und g' in 2 Theile, welche sich nach dem Umwenden decken.

Fig. 12.



α) PO sei die von dem Punkte P auf die Axe gefällte Senkrechte. Durch das Umwenden kommt OP in die Lage OP'. Die Richtungen OP und OP' sind entgegengesetzt, weil die Winkel POM und $P'OM$ recht sind. Da ausserdem $OP = OP'$, so ist die Axe Mittelsenkrechte von PP'. P' ist aber nach der Definition der entsprechende Punkt zu P.

c) Die Punkte der Axe bilden eine sich selbst entsprechende Punktreihe.

γ) Die Strahlen, welche auf der Axe senkrecht stehen, bilden einen sich selbst entsprechenden Parallelstrahlenbüschel.

d) Zwei entsprechende Gerade sind Träger entsprechender Punktreihen. Je zwei entsprechende Punkte liegen auf einem Strahle des sich selbst entsprechenden Parallelstrahlenbüschels.

δ) Entsprechende Punkte sind Scheitel entsprechender Strahlenbüschel. Je zwei entsprechende Gerade haben einen Punkt der sich selbst entsprechenden Punktreihe gemein.

e) Dem Schnittpunkte zweier Geraden entspricht der Schnittpunkt der homologen Geraden.

ε) Der Verbindungslinie zweier Punkte entspricht die Verbindungslinie der homologen Punkte.

Die Beweise folgen unmittelbar daraus, dass jedes Element nach dem Umdrehen in die frühere Lage des andern kommt.

f) Zwei Paare entsprechender Geraden bestimmen ein symmetrisches Vierseit.

Die Symmetrieaxe geht durch zwei gegenüberliegende Ecken und halbirt die Winkel daselbst.

Die übrigen Endpunkte sind Scheitel gleicher Winkel. Ihre Verbindungslinie wird durch die Symmetrieaxe senkrecht halbirt.

Das Vierseit hat zwei Paare gleicher Nachbarseiten und wird daher als Deltoid erkannt.

Diejenigen Punkte, in welchen die Träger der Gegenseiten sich schneiden, sind symmetrisch entsprechend (§ 7e.). Ihre Verbindungslinie wird durch die Axe senkrecht halbirt.

φ) Zwei Paare entsprechender Punkte bestimmen ein symmetrisches Viereck.

Die Symmetrieaxe geht durch die Mittelpunkte zweier Gegenseiten und steht senkrecht auf den letztern.

Die übrigen Seiten sind gleich lang. Ihre Träger schneiden sich auf der Axe und sind gegen dieselbe gleich geneigt.

Das Viereck hat zwei Paare gleicher Nachbarwinkel und wird aus dem Bisherigen als gleichschenkliges Trapez erkannt.

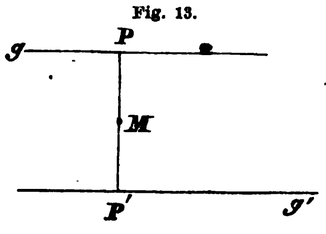
Die Diagonalen (§ 7, ε.) sind entsprechende Gerade. Sie schneiden sich auf der Axe und bilden mit derselben gleiche Winkel.

§ 8. Centrische Symmetrie.

Eine Figur heisst symmetrisch in Bezug auf ein Centrum M, wenn ihre Elemente sich paarweise so entsprechen, dass eine halbe Umdrehung um den Punkt M jedes Element in die frühere Lage des entsprechenden Elements bringt.

a) Zwei entsprechende Punkte haben das Centrum zum Mittelpunkt der von ihnen begrenzten Strecke.

α) Zwei entsprechende Gerade sind parallel und haben vom Centrum gleiche senkrechte Abstände.



Beweis. a) Wenn P und P' zwei entsprechende Punkte sind, so kommt die Strecke MP nach dem Umdrehen mit MP' zur Deckung. Daraus folgt, dass $MP = MP'$ und dass die beiden Strecken vor dem Umdrehen der Figur entgegenge-

setzte Richtung hatten. Die 3 Punkte P, P', M liegen also in einer Geraden und M halbirt den Abstand PP'.

α) Wenn sich die Geraden g und g' nach dem Umdrehen decken sollen, so müssen auch die senkrechten Abstände MP und MP' zur Deckung kommen. M ist also vor der Drehung die Mitte von PP' und die Geraden g, g' sind parallel, weil sie auf denselben Geraden PP' senkrecht stehen.

b) Alle Strahlen, welche durch M gehen, bilden einen sich selbst entsprechenden Strahlenbüschel. Der Scheitel M desselben ist ein sich selbst entsprechender Punkt.

β) Je zwei entsprechende Gerade haben als Parallele einen unendlich fernen Punkt gemein. Diese unendlich fernen Punkte kann man als Punkte einer unendlich fernen Geraden ansehen, welche sich selbst entspricht.

c) Zwei entsprechende Punkte sind Scheitel entsprechender Strahlenbüschel. Je zwei entsprechende Strahlen derselben sind parallel.

γ) Zwei entsprechende Gerade sind Träger von zwei entsprechenden Punktreihen. Die entsprechenden Punkte derselben liegen auf Strahlen des sich selbst entsprechenden Strahlenbüschels.

d) Dem Schnittpunkte zweier Geraden entspricht der Schnittpunkt der homologen Geraden.

δ) Der Verbindungslinie zweier Punkte entspricht die Verbindungslinie der homologen Punkte.

Die Beweise dieser Behauptungen folgen daraus, dass jedes Element nach dem Umdrehen in die frühere Lage des entsprechenden Elements kommt. Nur der Sinn des in β) Gesagten bedarf noch einer Erklärung: Es gibt eine Art, die Punkte oder Geraden einer Ebene auf einander zu beziehen,*) welche die axiale und centrische Symmetrie als Grenzfälle erscheinen lässt. Während die axiale Symmetrie durch die Axe allein und die centrische Symmetrie durch das Centrum allein bestimmt ist, so braucht man zur Feststellung jener allgemeineren Zuordnung von Punkten und Geraden eine Gerade als Axe und einen Punkt als Centrum. Die Axe ist alsdann der Träger einer Punktreihe, deren Punkte sich selbst entsprechen. Das

*) Das involutorische System in der Ebene.

Centrum ist der Scheitel eines Strahlenbüschels, dessen Strahlen sich ebenfalls selbst entsprechen. Je zwei entsprechende Strahlen schneiden sich auf der Axe, während die Verbindungslinie von je zwei entsprechenden Punkten durch das Centrum geht. Wenn nun das Centrum nach einer zur Axe senkrechten Richtung sich ins Unendliche entfernt, so geht diese Beziehung in die axiale Symmetrie über. Rückt aber die Axe parallel mit sich selbst in unendliche Entfernung vom Centrum, so kommt die centrische Symmetrie zum Vorschein. In Beziehung auf diese Entstehungsweise muss man sowohl der axialen als der centrischen Symmetrie eine Axe und ein Centrum zuschreiben. Nur liegt das Centrum bei der axialen Symmetrie in unendlicher Ferne. Die entsprechenden Geraden schneiden sich also auf der im endlichen Theile der Ebene angebbaren Axe, während die Verbindungslinien entsprechender Punkte unter sich parallel oder nach dem unendlich fernen Centrum hin gerichtet sind. Bei der centrischen Symmetrie liegt im Gegentheil das Centrum im endlichen Theile der Ebene und je zwei entsprechende Punkte liefern eine durch dieses Centrum gehende Verbindungslinie. Die Axe der Symmetrie ist aber unendlich fern. Je zwei entsprechende Gerade sind nach einem auf dieser Axe gelegenen und deshalb unendlich fernen Punkte gerichtet und laufen deshalb parallel.

e) Zwei Paare entsprechender Geraden bestimmen ein centrisch symmetrisches Vierseit. Dasselbe ist ein Parallelogramm, weil seine Gegenseiten parallel sind.

ε) Zwei Paare entsprechender Punkte bestimmen ein centrisch symmetrisches Viereck. Da die Diagonalen dieses Vierecks sich halbiren, so muss es ein Parallelogramm sein.

Eine correcte Ableitung des Foucault'schen Pendelgesetzes.

Von Dr. Ad. Jos. Pick in Döbling bei Wien.

(Mit 2 Fig. im Text.)

Im VI. Jhrg. S. 46 dieser Blätter führt Dr. Reidt einige Bedenken gegen die üblichen Ableitungen der Formel für den Foucault'schen Pendelversuch an. Weder dort, noch in den durch Reidt's Bemerkungen angeregten Discussionen in demselben Jahrgang S. 441 und im VII. Jahrg. S. 185 ff. wird auf einen Umstand Rücksicht genommen, der mehr noch als die Vernachlässigungen bei Ableitung der Formel die Schüler in Verwirrung setzt. Die Schwingungsebene soll sich nämlich stets parallel bleiben, und trotzdem bildet sie nach Verlauf einer ganzen Erdumdrehung mit ihrer früheren, ursprünglichen Richtung einen grössern oder kleinern Winkel je nach der Breite. Und noch mehr. Ist der Schüler ein wahrhaft wissbegieriger, gründlicher, so muss er sich sagen: Die Formel wird unter Voraussetzung des Parallelismus der Schwingungsebene abgeleitet; die Formel, die man auf diesem Wege, allerdings mit einigen Vernachlässigungen erhält, sei sie nun

$$\sin \omega = \sin t \sin \varphi$$

$$\text{oder } \sin \frac{\omega}{2} = \sin \frac{t}{2} \sin \varphi,$$

stimmt noch wenigstens darin mit der Hypothese, dass sie für eine volle Umdrehung die ursprüngliche Lage der Schwingungsebene wiedergibt. Nun setzt man für den Sinus die bezüglichen Bogen, was doch nur für kleine Winkel gilt, erhält die Formel

$$\omega = t \sin \varphi$$

und wendet sie für jedes t an, wodurch die Hypothese aufgehoben wird.

Sagt man etwa, um diese Bedenken zu zerstreuen, die Pendelebene habe eben nur das Streben parallel zu bleiben und daher seien nur für kleine t die Lagen der Schwingungsebenen parallel, so fragt er weiter, wodurch denn das Pendel gehindert werde, den Parellelismus der Schwingungsebene durchwegs beizubehalten und warum gerade in der Weise?

Keine elementare Ableitung stellt meiner Ansicht nach diesen Umstand hinreichend klar dar. Ich hoffe mit der nachfolgenden Ableitung sowohl streng wissenschaftlichen als didaktischen Anforderungen zu entsprechen. Allerdings setze ich einige Kenntnisse der sphärischen Trigonometrie voraus; sollte man aber auch, wo diese Kenntniss nicht vorausgesetzt werden kann, von dem Beweise der Formel Umgang nehmen müssen, so wird doch wenigstens eine klare Anschauung der Erscheinung ermöglicht.

Vor allem muss bestimmt werden, von welchen Momenten die Lage der Schwingungsebene abhänge. Diese sind:

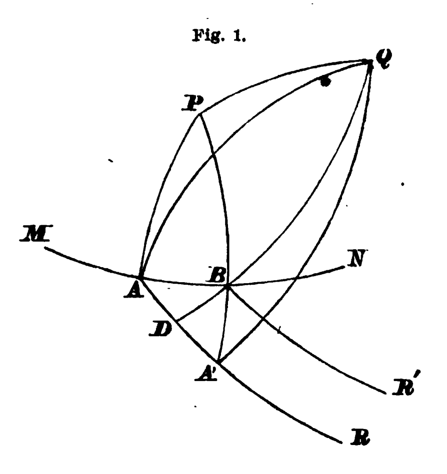
1. Vermöge des Beharrungsvermögens sucht die Schwingungsebene des Pendels ihre Richtung im Raume beizubehalten, bei einer etwaigen Bewegung also sich parallel zu verschieben.

2. In Folge der Schwerkraft muss die Pendelebene stets durch den Erdmittelpunkt gehen.

3. Es muss nicht blos die Pendelebene, sondern auch die Richtung des Pendels in seiner Ruhelage durch den Mittelpunkt der Erde gehen.

Es sei nun in Fig. 1 MN irgend ein Parallelkreis der Erde, dessen Breite φ, A ein Ort auf demselben, in dem ein Pendel schwingt, AP der Meridian dieses Ortes und AQ die Schwingungsebene, die also mit dem Meridian den Winkel $PAQ = \omega$ bildet. Nach Verlauf einiger Zeit habe sich die Erde um den Winkel Δt gedreht, so dass nun der Ort A in B sich befindet und $\sphericalangle APB = \Delta t$ ist. Es handelt sich nun darum, die Lage der Schwingungs-

Fig. 1.



ebene in B zu bestimmen. Das Pendel schwingt stets in einem grössten Kreise. Soll nun das Element dieses grössten Kreises in A sich parallel bleiben, so muss Punkt A, ähnlich wie ein im Aequator liegender Punkt eines Meridians, sich in einem zu AQ senkrechten grössten Kreise, etwa AR, bewegen, so dass sowohl A als auch alle Punkte von AR von dem Drehungspunkte Q (dem Pole des Kreises AR) 90^0 entfernt sein müssen. Der im Meridian AP liegende Punkt A der Schwingungsebene muss demnach nach der angegebenen Zeit in A' liegen. Da aber dieser Punkt nicht blos an den Meridian, sondern auch an den Parallel MN gebunden ist, so muss er in B sein, also ist die Lage der Schwingungsebene BQ. Das Pendel wird um den Bogen $A'B$ (um den ihm am Mittelpunkt der Erde entsprechenden Winkel) gedreht und in Folge dessen die Ebene aus ihrer zur Anfangslage parallelen Lage gerückt. Wir können diese Drehung in zwei zu einander senkrechte Drehungen $A'D$ und DB zerlegen, von denen die letztere auf die Lage der Schwingungsebene keinen Einfluss nimmt (sie verkürzt blos QB um das Stück DB unter 90^0). Der Winkel PBQ nun ist der Winkel, den jetzt die Schwingungsebene mit dem Meridian bildet und den wir mit $\omega + \Delta\omega$ bezeichnen.

Es ist klar, dass im nächsten Moment nicht mehr Q, sondern ein um DB von B (über Q hinaus) entfernterer Punkt der Drehungspunkt (Pol) der Pendelebene sein wird, und dass der Punkt B nun das Streben hat, sich in dem auf QB in B senkrechten grössten Kreise, also in BR' zu bewegen und dass sich diese Erscheinung in jedem Zeitelemente wiederholen wird.

Um nun den Winkel $QBP = \omega + \Delta\omega$ zu bestimmen, zie en wir die Hilfslinie QP (verbinden Q mit P durch den Bogen des durch diese Punkte gehenden grössten Kreises) und erhalten die zwei sphärischen Dreiecke QPA und QPB. Bezeichnen wir den Winkel QPA der Kürze wegen mit P, so ergibt sich

$$\text{aus } PBQ \ldots \sin PB \operatorname{cotg} PQ = \cos PB \cos (P - \Delta t) + \sin (P - \Delta t) \operatorname{cotg} (\omega + \Delta\omega)$$

$$\text{aus } PAQ \ldots \sin PA \operatorname{cotg} PQ = \cos PA \cos P + \sin P \operatorname{cotg} \omega$$

also

$$1) \cos PB \cos (P - \Delta t) + \sin (P - \Delta t) \operatorname{cotg} (\omega + \Delta\omega) = \cos PA \cos P + \sin P \operatorname{cotg} \omega.$$

Nun ist wegen $PB = PA = 90^0 - \varphi$

$$\cos PB = \cos PA = \sin \varphi;$$

substituiren wir diese Werthe in 1), indem wir gleichzeitig $\cos(P - \varDelta t)$, $\sin(P - \varDelta t)$ und $\operatorname{cotg}(\omega + \varDelta\omega)$ auflösen, so erhalten wir

$$2)\ \sin\varphi\cos P\cos\varDelta t + \sin\varphi\sin P\sin\varDelta t + \left\{\sin P\cos\varDelta t - \cos P\sin\varDelta t\right\}\cdot\frac{1 - \operatorname{tang}\omega\operatorname{tang}\varDelta\omega}{\operatorname{tang}\omega + \operatorname{tang}\varDelta\omega} = \sin\varphi\cos P + \sin P\operatorname{cotg}\omega;$$

dividiren wir durch $\sin P$, so folgt:

$$3)\ \sin\varphi\operatorname{cotg}P\cos\varDelta t + \sin\varphi\sin\varDelta t + \left\{\cos\varDelta t - \operatorname{cotg}P\sin\varDelta t\right\}\cdot\frac{1 - \operatorname{tg}\omega\operatorname{tg}\varDelta\omega}{\operatorname{tg}\omega + \operatorname{tg}\varDelta\omega} = \sin\varphi\operatorname{cotg}P + \operatorname{cotg}\omega.$$

Aus dem Dreiecke PQA folgt aber

$$\sin AP\operatorname{cotg}AQ = \cos AP\cos\omega + \sin\omega\operatorname{cotg}P$$

oder wegen $\operatorname{cotg}AQ = \operatorname{cotg}90 = 0$

$$0 = \sin\varphi\cos\omega + \sin\omega\operatorname{cotg}P,$$

woraus

$$4)\ \operatorname{cotg}P = -\sin\varphi\operatorname{cotg}\omega$$

Dieser Werth in 3) eingeführt gibt

$$5)\ -\sin^2\varphi\operatorname{cotg}\omega\cos\varDelta t + \sin\varphi\sin\varDelta t + \left\{\cos\varDelta t + \sin\varphi\operatorname{cotg}\omega\sin\varDelta t\right\}\cdot\frac{1 - \operatorname{tg}\omega\operatorname{tg}\varDelta\omega}{\operatorname{tg}\omega + \operatorname{tg}\varDelta\omega} = -\sin^2\varphi\operatorname{cotg}\omega + \operatorname{cotg}\omega.$$

Lassen wir $\varDelta t$ in dt, folglich $\varDelta\omega$ in $d\omega$ übergehen, so ist wegen $\cos dt = 1$, $\sin dt = dt$, $\operatorname{tang} d\omega = d\omega$:

$$6)\ -\sin^2\varphi\operatorname{cotg}\omega + \sin\varphi\, dt + \left\{1 + \sin\varphi\operatorname{cotg}\omega\cdot dt\right\}\cdot\frac{1 - \operatorname{tg}\omega\cdot d\omega}{\operatorname{tg}\omega + d\omega} = -\sin^2\varphi\operatorname{cotg}\omega + \operatorname{cotg}\omega$$

oder

$$7)\ \sin\varphi\, dt + \left\{1 + \sin\varphi\operatorname{cotg}\omega\, dt\right\}\frac{1 - \operatorname{tg}\omega\cdot d\omega}{\operatorname{tg}\omega + d\omega} = \operatorname{cotg}\omega;$$

daher

$$8)\ \sin\varphi\operatorname{tg}\omega\, dt + \sin\varphi\, dt\, d\omega + 1 - \operatorname{tg}\omega\cdot d\omega + \sin\varphi\operatorname{cotg}\omega\cdot dt - \sin\varphi\,.\,dt\cdot d\omega = 1 + \operatorname{cotg}\omega\cdot d\omega;$$

oder

$$9)\ \sin\varphi\operatorname{tg}\omega\cdot dt - \operatorname{tg}\omega\, d\omega + \sin\varphi\operatorname{cotg}\omega\cdot dt = \operatorname{cotg}\omega\cdot d\omega;$$

woraus

$$(\operatorname{cotg}\omega + \operatorname{tg}\omega)\, d\omega = (\operatorname{cotg}\omega + \operatorname{tg}\omega)\sin\varphi\cdot dt;$$

also

$$10)\ \frac{d\omega}{dt} = \sin\varphi$$

woraus durch Integration

$$\omega = t \sin\varphi + \text{Const.}$$

Diese Constante ist, wie leicht für den Fall $t = 0$ ersichtlich, der Winkel, welchen bei Beginn der Beobachtung die Schwingungsebene des Pendels mit dem Meridian gebildet hat.

Die Ableitung gestaltet sich etwas einfacher, wenn man in Gleichung 2) zuerst blos $\cos(P - \varDelta t)$ und $\sin(P - \varDelta t)$ auflöst und $\operatorname{tg}(\omega + \varDelta\omega)$ vorläufig noch stehen lässt; hierauf $\cos \varDelta t = 1$, $\sin \varDelta t = dt$ setzt, was sich aufhebt weglässt und erst hierauf, nachdem man noch $\operatorname{cotg} P$ durch ihren Werth aus Gleichung 4) ersetzt, $\operatorname{tg}(\omega + \varDelta\omega)$ auflöst.

Einer Integration bedarf es nicht, wenn man sagt, dass man wegen der Kleinheit der Winkel $\cos \varDelta t = 1$, $\sin \varDelta t = \varDelta t$ ($=$ arc $\varDelta t$), $\operatorname{tg} \varDelta\omega = \varDelta\omega$ ($=$ arc $\varDelta\omega$) setzen kann; man erhält dann als Endformel

$$\varDelta\omega = \varDelta t \cdot \sin\varphi.$$

Ist also der ursprüngliche Winkel der Schwingungsebene ω, so wächst er in der Zeit $\varDelta t$ um $\varDelta t \sin\varphi$, wird also sein

$$\omega + \varDelta t \cdot \sin\varphi = \omega_1,$$

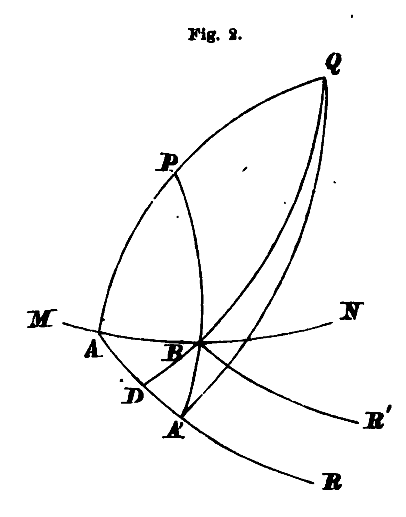


Fig. 2.

und nach abermaligem Verlauf der Zeit $\varDelta t$

$$\omega_1 + \varDelta t \sin\varphi = \omega + 2 \cdot \varDelta t \sin\varphi$$

u. s. w. Das, um was sich der Winkel der Schwingungsebene mit dem Meridian ändert, ist von der Grösse dieses Winkels unabhängig und wächst proportional mit dem Drehungswinkel der Erde.

Es ist interessant nach den oben angedeuteten Principien die Formel auch für den speciellen Fall abzuleiten, wenn die ursprüngliche Lage der Schwingungsebene mit dem Meridian zusammenfällt. Man hat mit Beibehaltung derselben Bezeichnungen (Fig. 2.):

Aus dem sphärischen Dreiecke PBQ

$$\cos BQ = \cos PQ \cos PB + \sin PQ \sin BQ \cos (180^0 - \varDelta t)$$

oder weil

$$PQ = 90^0 - (90^0 - \varphi) = \varphi$$

$$\cos BQ = \cos\varphi \sin\varphi - \sin\varphi \cos\varphi \cos\varDelta t$$

$$= \sin\varphi \cos\varphi (1 - \cos\varDelta t)$$

oder

$$1)\quad \cos BQ = \frac{\sin 2\varphi}{2}\left(1 - \cos\varDelta t\right) = \sin 2\varphi \sin^2\frac{\varDelta t}{2}.$$

Für BQ folgt aber aus demselben Dreiecke

$$\sin BQ \div \sin PQ = \sin (180 - \varDelta t) \div \sin\varDelta\omega;$$

oder

$$\sin BQ \div \sin\varphi = \sin\varDelta t \div \sin\varDelta\omega$$

also

$$2)\quad \sin BQ = \frac{\sin\varphi \sin\varDelta t}{\sin\varDelta\omega}$$

Aus 2) folgt, wenn man quadrirt und von der Einheit subtrahirt

$$3)\quad \cos^2 BQ = 1 - \frac{\sin^2\varphi \sin^2\varDelta t}{\sin^2\varDelta\omega}$$

Den Werth für $\cos^2 BQ$ aus 1) in 3) eingeführt, gibt

$$4)\quad \sin^2 2\varphi \sin^4\frac{\varDelta t}{2} = 1 - \frac{\sin^2\varphi \sin^2\varDelta t}{\sin^2\varDelta\omega}$$

woraus nach Reduction

$$5)\quad \sin\varDelta\omega = \frac{\sin\varDelta t \sin\varphi}{\sqrt{1 - \sin^4\frac{\varDelta t}{2}\cdot\sin^2 2\varphi}}$$

Dieses ist die Hullmann-Friedlein'sche Formel, welche von diesen als die richtige, allgemein giltige angesehen wird. Sie ist dies aber nicht, da ja im nächsten Moment die Schwingungsebene nicht mehr im Meridian liegt; sie gilt also nur für unendlich kleine Werthe von $\varDelta t$; in diesem Falle geht sie aber, weil $\sin^4\frac{\varDelta t}{2} = 0$ über in

$$d\omega = dt \sin\varphi,$$

gibt also mit der allgemeinen Formel übereinstimmende Werthe; zur Ableitung des allgemeinen Gesetzes genügt sie aber trotz dieser Uebereinstimmung wegen der beschränkenden Voraussetzung nicht.



Zur Organisation des naturkundlichen Unterrichtes an den Grossh. Badischen Gymnasien.

Von Professor P. Treutlein in Karlsruhe.

Gleichzeitig mit anderen das Gymnasialwesen berührenden Fragen legte ein Circularschreiben des Grossh. Badischen Oberschulrathes vom 3. November 1875 den Lehrercollegien der Gymnasien die folgende Frage zur Begutachtung vor:

> „Ist es zweckmässig, dass in dem zweijährigen Cursus der Tertia Physik getrieben und dann erst in Secunda die Naturbeschreibung zum Abschlusse gebracht wird? oder welche Gliederung empfiehlt sich besser?"

Der Unterzeichnete glaubt der Sache, die er vertritt, zu nützen, wenn er in dieser Zeitschrift sein in der Conferenz des Karlsruher Gymnasial-Lehrercollegiums vom 31. Januar d. J. erstattetes Referat im Folgenden veröffentlicht.

Referat.

Es ist mir die angenehme, aber schwierige und in gewissem Sinne verantwortungsvolle Aufgabe zu Theil geworden, meine Ansicht über die Vertheilung des naturkundlichen Unterrichtsstoffes Ihnen darzulegen: angenehm, weil es gilt, lange gehegten Wünschen nun Ausdruck zu geben in der Hoffnung, damit einen Beitrag zu liefern zur Besserung unseres Unterrichtswesens; schwierig, weil mehrfach die Wahl zu treffen ist zwischen verschiedenen scheinbar gleich guten Vorschlägen; verantwortungsvoll, weil es sich handelt um die Bildung gerade der besten Schichten unseres Volkes, aus denen die künftigen Erzieher, Berather und Lenker der Nation hervorgehen.

Ich beginne damit, in Kürze und nur auf Baden Bezug nehmend die historische Entwickelung der uns heute zur Be-

rathung stehenden Frage Ihnen darzulegen, ich werde dann zu entscheiden suchen, welche Abtheilungen aus der unendlichen Menge des Stoffes im Gymnasium zur Behandlung kommen müssen, und schliesslich werde ich für das Unter- wie für das Obergymnasium die classenweise Vertheilung des zu behandelnden Unterrichtsstoffes vorzuschlagen haben.

Die das Badische Mittelschulwesen, wie es scheint, zum ersten Male regelnde Verfügung vom Jahre 1837 theilt von 241 wöchentlichen Stunden des Lehrplanes dem Unterricht in Naturkunde deren 12 zu, d. h. 5% der Gesammtstundenzahl und bestimmt dessen Anfang für (nach heutiger Bezeichnungsweise) Unter-III. mit den Anfangsgründen der Naturgeschichte, welcher in Ober-III. populäre Naturlehre folgt. In Unter-II. sollte der wissenschaftliche naturhistorische Unterricht mit einer Einleitung in die Naturgeschichte und nachfolgender Mineralogie beginnen, worauf die allgemeine Botanik einen systematischen Ueberblick über das gesammte Pflanzenreich gibt, die specielle dann die wichtigsten Pflanzen hervorhebt. In Ober-II. sollte ebenfalls wieder zuerst allgemeine, hierauf specielle Zoologie gelehrt werden. Während dann in Unter-I. jeder naturwissenschaftliche Unterricht zu ruhen hatte, sollte in Ober-Prima in 4 wöchentlichen Stunden die Physik in wissenschaftlicher Form und in Verbindung mit der angewandten Mathematik gelehrt werden, während der mathematische Unterricht selbst ausfiel.

Fast 30 Jahre blieb diese Ordnung unberührt; erst im Jahre 1864 wurde für I. ein zweijähriger je zweistündiger physikalischer Unterricht angeordnet, im Uebrigen blieb Alles beim Alten: es blieb die bis dahin beliebte Vertheilung des Stoffes, es blieb das Voranstellen der allgemeinen Theile in Zoologie und Botanik mit nachhinkender Betrachtung der wichtigsten Einzelgebilde, es blieb die Uebergehung der drei unteren Classen. Erst unserem jetzt bestehenden, im Jahre 1869 erlassenen Lehrplan gebührt das Verdienst, die beiden letzteren der namhaft gemachten Schäden des alten Planes ausgemerzt zu haben; wir freuen uns und beglückwünschen die Jugend, dass sofort beim Eintritt in die Schule schon ihr Sinn für die Natur gepflegt wird und dass ihr statt abstracter Begriffe im Anfang nur concrete Einzelgestalten geboten werden sollen. Aber dass die Frage selbst, mit welcher mein heutiges Referat sich beschäftigt, vom Grossh.

Oberschulrath gestellt wurde, scheint zu zeigen, dass auch der erste der vorhin erwähnten Punkte, nämlich die Vertheilung des naturkundlichen Unterrichtsstoffes auf die einzelnen Classen, als ein wunder, der Heilung bedürftiger Fleck unseres annoch geltenden Lehrplanes aufgefasst wird.

Die Verordnung vom Jahre 1869 erhöhte die Gesammtzahl der dem mehrfach genannten Unterrichte gewidmeten Wochenstunden des Lehrplanes von 12 auf 18, also um 50 %, was freilich in Anbetracht der Erhöhung der Anzahl sämmtlicher Unterrichtsstunden (von 241 auf 258) sich darauf reducirt, dass jenem Unterrichte nicht mehr wie früher nur 5 %, sondern jetzt 7 % Bedeutung am Gymnasium eingeräumt wurde. Im Einzelnen bestimmt unser jetzt geltender Lehrplan, dass der ganze Stoff in dem 9jährigen wöchentlich zweistündigen Cursus zweimal behandelt werden soll, in den 5 ersten Jahren als propädeutischer, in den 4 letzten als wissenschaftlicher Unterricht, so dass in den 3 untersten Classen Hauptrepräsentanten der drei Reiche zur Behandlung kommen, in III. aber in einem Cursus der physikalischen Geographie die wichtigsten Naturgesetze zur Anschauung gebracht werden sollen; in II. folgt dann abermals naturgeschichtlicher Unterricht und zwar in einem Winter Zoologie, gegründet auf menschliche Anatomie und Physiologie, im andern Geologie und, soweit zu deren Begründung nothwendig, auch Mineralogie; den Abschluss soll dann in I. Physik bilden.

Mit dieser Vertheilung bin ich, um es gleich hier im Anfang zu sagen, nicht einverstanden: ein zwei Jahre dauernder Unterricht in physikalischer Geographie ist ein zeitverzehrender Luxus, aus jener Organisation her übernommen, der zufolge das Gymnasium auch die Stelle der höheren Bürgerschule vertreten musste; ferner aber wird bei der jetzigen Einrichtung die Naturbeschreibung, kaum dass die Schüler in den drei unteren Classen die rohesten Anfänge derselben überwunden haben, unterbrochen, um zwei Jahre später wieder aufgenommen zu werden zu einer Zeit, wo die Schüler für Behandlung schwieriger Kapitel noch nicht reif genug, für die gebotene Wiederaufnahme der früheren aber überreif sind.

Um nun zu einem geeigneten Vertheilungsplan zu gelangen und zugleich die Begründung meiner Vorschläge durchzuführen, ist es nöthig, den unter dem Namen Naturwissenschaften zu-

sammengefassten Stoff genauer anzusehen und auf seinen Bildungswerth zu prüfen.

Man pflegt die sämmtlichen Naturwissenschaften einzutheilen in beschreibende (descriptive = Naturgeschichte) und erklärende (rationelle = Naturlehre): jene haben es zu thun mit den Naturgegenständen selbst, sie suchen durch treue und allseitige Beobachtung deren Eigenschaften auf, vergleichen dieselben, bilden hierauf bauend die niederen und höheren Gruppen des Systems und bestreben sich, die Bildungsgesetze der Naturkörper aufzufinden; die erklärenden Naturwissenschaften aber beschäftigen sich mit den Vorgängen in der Natur, suchen dieselben als Bewegungserscheinungen aufzufassen und die Gesetze dieser Bewegungen und die dabei wirkenden Kräfte aufzufinden.

Will der für das ganze Leben den Grund legende Unterricht also sein Ziel erreichen, nämlich Kenntniss und Erkenntniss der Natur zu vermitteln, so wird er beide Arten der Naturwissenschaft zu berücksichtigen haben.

Zu demselben Ergebniss gelangt man bei Beachtung der formalen Bildung, zunächst der Ausbildung der Erkenntnisssphäre, welche durch die Pflege der Naturwissenschaften gefördert wird: die beschreibenden cultiviren die sinnliche Wahrnehmung und wecken die Thätigkeit der Vorstellung, zwingen zur scharfen Begriffsbildung und gewöhnen so an abstractes Denken und schärfen die Urtheilskraft durch oft wiederholtes Trennen des Verschiedenen und Zusammenfassen des Gleichartigen, und wenn man das, was man unter Bildung versteht, auch erklären kann als die Fertigkeit, Unterschiede aufzufassen und darzustellen, so trägt die richtige Pflege der sog. Naturgeschichte recht eigentlich dazu bei, eine gute Bildung zu gewähren; die erklärenden Naturwissenschaften aber sind vortrefflich geeignet, die übrigen logischen Thätigkeiten zu cultiviren, vornehmlich die Pflege von Urtheil und Schluss an Objecten von realem Inhalte.

Wenn also beide Zweige der allgemeinen Naturwissenschaft Aufnahme verlangen in den Lehrplan des Gymnasiums, so wird man sich, was aus der eben angestellten Ueberlegung folgt, auch leicht damit einverstanden erklären können, die sog. Naturgeschichte dem früheren, die sog. Naturlehre aber dem späteren Jugendalter zuzuweisen, man wird sich also dagegen aussprechen müssen, wie jetzt den naturgeschichtlichen Unterricht in III. zu

unterbrechen und nach zweijähriger Pause denselben in Unter-II. wieder aufzunehmen: denn ein Erreichen eines gewissen Abschlusses mit IV. ist nicht möglich, ebensowenig aber auch in Unter-II. ein unmittelbares Anknüpfen an den früheren Unterricht, so dass mit Nothwendigkeit ein Widerspruch auftritt mit dem unterdess fortgeschrittenen jugendlichen Geiste, der Schwierigeres verlangt und dem doch wegen mangelnder Vorkenntnisse nur der frühere Stoff nochmals geboten werden kann; dass so statt lebensvoller Theilnahme nur Gleichgültigkeit oder blasirtes Herabsehen auf die, wie es heisst, für Kinder nur sich ziemende Beschäftigung erzielt werden muss, ist klar und durch die Erfahrung verbürgt. Aber auch die Rücksicht auf die nach der Confirmation etwa austretenden Schüler, der Wunsch nämlich, ihnen vorher noch eine encyklopädische Uebersicht über die verschiedensten, zumal im praktischen Leben brauchbaren Gebiete der Naturwissenschaften geben zu wollen, diese Rücksicht kann nicht massgebend sein für die Gestaltung unseres Lehrplanes; derselbe ist einzurichten nach dem Ziele, welches das Gesammtgymnasium erreichen will, um so mehr, als glücklicher Weise die Zeit nicht mehr ferne scheint, in der auch für das Studium der technischen Fächer nicht mehr nur das Absolviren der Ober-Secunda, sondern von Ober-Prima nachgewiesen werden muss.

Aus allen diesen Gründen schlage ich vor, den Unterricht in Sexta, Quinta, Quarta und den beiden Tertien, also volle fünf Jahre der Naturgeschichte zu widmen: nur so ist es möglich, den jugendlichen Geist durch lang andauernde Uebung zur Cultur der Sinne, zur Beobachtungstüchtigkeit zu erziehen, welche durch kein anderes Gymnasiallehrfach gepflegt wird; nur so ist es möglich, den heranwachsenden Menschen in der Natur, als unser Aller gemeinsamen Heimath, wirklich heimisch werden zu lassen, zugleich bleibendes geistiges Eigenthum ihm zu schaffen und dies vornehmlich durch wirkliche Selbstthätigkeit des Schülers; nur so ist es möglich, in diesem auch, was nicht zu unterschätzen, das Gefühl der Befriedigung zu erregen, bis zu einem gewissen Grade doch über einen reichen Stoff Herr geworden zu sein.

Ist ein solcher fünfjähriger Cursus für Naturgeschichte zugestanden, so erhebt sich die Frage nach der Auswahl des Stoffes. Dass als eigentlicher Unterrichtsgegenstand die Mineralogie für 9—14jährige Knaben nicht geeignet ist, wird allerseits zugegeben,

da für ihn Vorkenntnisse aus der Raumformenlehre, aus der Physik und vor Allem aus der Chemie erforderlich sind; somit bleiben nur Zoologie und Botanik übrig, als für das frühere Jugendalter geeignet, welche beiden Disciplinen semesterweise abwechseln, so dass der Hauptsache nach Zoologie im Winter-, Botanik aber je im Sommerhalbjahre zu behandeln ist. Im Einzelnen wird sich nach meinem Dafürhalten der Unterricht in Zoologie in der nachfolgenden Weise zu gliedern haben.

Der VI. fällt die Aufgabe zu, vielleicht nach ganz kurzer Besprechung der äusseren Formverhältnisse des menschlichen Körpers, einzelne Repräsentanten der Thierwelt zu betrachten, am besten wohl ausgewählt aus der Classe der Säugethiere und Vögel und aus den Ordnungen der Käfer und Schmetterlinge — letztere schon hier, um gleich für den ersten nachfolgenden Sommer dem Sammeleifer und damit der Selbstthätigkeit des Schülers Anregung und Directive zu geben. Die einzelnen Thiere werden genau betrachtet, ihre äusseren Merkmale werden zuerst ordnungslose angegeben, nöthigenfalls auf Anregung des Lehrers vervollständigt, dann zusammengefasst in eine gute Beschreibung, welcher Mittheilungen folgen über das Wichtigste und Beglaubigte von der Lebensweise des Thieres und seinen Beziehungen zur übrigen Natur und zum Menschen; hauptsächlich ist zu achten auf möglichste Förderung des Beobachtungsvermögens und der sprachlichen Ausbildung des Schülers und auf Anbahnung eines liebevollen Umganges mit der Natur.

In V. werden dann die schon gesehenen und nun neu hinzukommenden Thiere aus passend gewählten Ordnungen der Wirbel- und Gliederthiere, unter letzteren besonders der Insecten, wiederholt betrachtet und beschrieben; dabei kann auch schon das Allerwichtigste über den innern Bau, etwa die Skeletbildung der Wirbelthiere beigezogen werden. Zur Erhöhung der Selbstthätigkeit ist in dieser Classe, wie theilweise schon in der vorigen, mehr noch in der folgenden Anleitung zu geben zum Sammeln und Aufbewahren von kleineren Thieren, also hauptsächlich Gliederthieren; jedoch ist darauf zu achten, dass nicht etwa einzelne Ordnungen (wie z. B. die Schmetterlinge) bevorzugt werden, sondern dass die kleine Sammlung von den Hauptgruppen gleichmässig Vertreter enthalte.

In IV. reiht sich an die Betrachtung und Beschreibung der

einzelnen Objecte eine die unterscheidenden und die gemeinsamen Merkmale aufsuchende Vergleichung von mindestens zwei derselben Ordnung angehörigen und die daraus hervorgehende Ableitung der Merkmale der Ordnungen und hieraus der Classen, d. h. der durch die Schüler selbst aufzufindende Anfang der Systematik. Die Ergebnisse solcher Arbeit des Vergleichens werden in kurzen prägnanten Charakteristiken der Ordnungen ausgesprochen, aber es ist stets dafür Sorge zu tragen, dass letztere nicht zu todtem Gedächtnisskram erstarren.

In gleicher Weise ist in Unter-III. unter steter Wiederholung und Vervollständigung des Früheren die von der Einzelanschauung ausgehende Betrachtung von Thieren auszudehnen auf die am leichtesten zur Erkenntniss zu bringenden der noch übrigen Gruppen, so dass eine Weiterführung stattfindet zur Bereicherung an Kenntniss von Einzelwesen und Thiergruppen; dabei sind bei passenden Gelegenheiten und allmählig Erläuterungen über Bau und Functionen der wichtigsten inneren Organe beizufügen und im Interesse derselben auch gelegentliche chemische und physikalische Versuche nicht zurückzuweisen.

Nachdem so in den Winterhalbjahren der vier ersten Classen gewissermassen ein Sammeln der Bausteine und Fertigstellen des systematischen Aufbaues stattgefunden, kommt es als Ergänzung des seitherigen inductiven Verfahrens dem Unterrichte in Ober-III. zu, dem Schüler einen Ueberblick zu gewähren über das ganze unendlich reiche Gebiet. Etwa das erste Dritttheil des Semesters würde eine Darstellung des Baues und der Lebensthätigkeit des menschlichen Körpers einzunehmen haben, also ein auf das Wesentliche sich beschränkender, die Anatomie und Physiologie des Menschen behandelnder Cursus der Anthropologie; in der übrigen Zeit folgt ein systematischer Ueberblick über die gesammte Thierwelt mit steter Vorausschickung des Allgemeinen, dann Besprechung der Gliederung des Systemes und nachfolgender, theils die natürlichen Objecte, auch die in der Sammlung des Schülers enthaltenen, theils Abbildungen zu Hülfe nehmender Betrachtung der wichtigsten Thierformen.

In den Verhältnissen der Natur und in dem wohlthuenden Wechsel der Beschäftigung ist es begründet, mit dem vorhin skizzirten zoologischen Unterrichte halbjährlich abwechselnd, also jeweils im Sommersemester in denselben fünf unteren Classen

den Unterricht in Botanik zu betreiben, welcher vor dem zoologischen sogar noch wesentliche Vorzüge voraus hat: so die leichte Beschaffung einer genügend grossen Anzahl einzelner Exemplare von Pflanzen, die leichte Handhabung derselben, die Möglichkeit der Zerlegung, die die stete Selbstthätigkeit anregende Beschäftigung und ein frühes Erreichen einer gewissen Selbstständigkeit, die Veranlassung, sich im Freien umzuthun und die Erregung des Gefühles, heimisch zu werden in der Natur.

Die Aufgaben der einzelnen Classen scharf abzugrenzen, ist kaum möglich; doch lässt sich in Bezug auf Vertheilung des Stoffes das Folgende angeben.

Nachdem schon vor Beginn des eigentlichen botanischen Unterrichtes in Sexta Anregung gegeben worden, das Wiedererwachen der Natur mit Bewusstsein zu erleben, beginnt bei Eintritt der wärmeren Jahreszeit die Betrachtnng einzelner Blüthenpflanzen, deren Auswahl durch den Lehrer zu geschehen hat mit Rücksicht auf genügende Grösse der Theile, Einfachheit der Verhältnisse und stufenweisen Fortschritt vom Leichteren zum Schwereren; als Ziel ist dabei im Auge zu behalten möglichste Pflege der genauen Beobachtung, Einübung der auf das Nothwendigste zu beschränkenden Terminologie und logisch wie sprachlich richtige und gewandte Beschreibung der zur Betrachtung kommenden Pflanzen. Schon in dieser Classe ist das der jeweiligen Besprechung in der Schule nachfolgende Sammeln und Trocknen der Pflanzen zu verlangen.

In Quinta sind zunächst die Kenntnisse aufzufrischen, sowohl indem dieselben Pflanzen wiederum zur Betrachtung kommen, als auch indem beim Durchsehen der im Jahre zuvor eingelegten Exemplare zur Ersetzung der schlechten durch bessere angeregt wird; dann aber kommen auch neue, stets noch passend ausgewählte Arten von Blüthenpflanzen zur Beschreibung, dann und wann auch zur Vergleichung, so dass aber von Systematik noch nicht die Rede ist, obwohl man immerhin die Namen bekannter Familien mit nennen und merken lassen, auch gelegentlich das Interesse auf Familienähnlichkeit lenken mag. Das Streben nach Abwechslung, die Sorge, durch stete Wiederkehr derselben Form oder Behandlungsweise den Lernenden nicht zu ermüden und sein Interesse abzustumpfen, führt schon von selbst dazu, die reichlich sich darbietenden Anlässe zu Abschweifungen wohl

zu benützen, um Bemerkungen physiologischer Natur oder über Wechselbeziehung zwischen Thier und Pflanze u. s. w. einzustreuen, kurz den geistigen Blick vom Besonderen hinzulenken auf das Allgemeine. Im Besonderen ist noch zu erwähnen, dass, wenn auch im vorliegenden Plane ein eigentlich mineralogischer Unterricht für die Unterclassen ausgeschlossen ist, dies nicht verbietet, ja sogar es wünschenswerth macht, gelegentlich Bodenbildung und Aehnliches zu besprechen.

Die erlangten Kenntnisse ermöglichen es nun, im dritten Sommer in Quarta schon die Grundzüge des Linné'schen Systemes mitzutheilen, um so das zu erhöhter Selbstthätigkeit anregende Bestimmen der Pflanzen einführen zu können.

Die beiden Sommer der Tertia führen die begonnene Arbeit an den Phanerogamen weiter; neben der fortschreitenden Bestimmung neuer Arten findet stets eine Zusammenfassung der bestimmten in systematischer Reihenfolge und eine Anbahnung des Verständnisses des natürlichen Systemes statt, in dessen Rahmen dann auch bekanntere Gartenpflanzen und von den exotischen (nach Abbildungen) die für den Menschen besonders wichtigen eingefügt werden können. Die Kryptogamen sind ebenfalls beizuziehen, jedoch nur durch Familienrepräsentanten i. A. zu charakterisiren. In Ober-Tertia hat schliesslich eine zusammenhängende Behandlung der gesammten allgemeinen Botanik (also Morphologie, Anatomie, Physiologie) und Systematik stattzufinden.

Ein in der eben skizzirten Weise durchgeführter Unterricht, auf volle fünf Jahr ausgedehnt, im Wesentlichen beschränkt auf Zoologie und Botanik, jedoch nicht ängstlich die Natur in Fächer trennend, sondern stets den Blick auf sie als auf ein einheitliches Ganzes gerichtet haltend, wird, wie zu hoffen ist, „das Wichtigste von dem, was aus diesem Gebiete zur allgemeinen Bildung gehört, dem Schüler für das Leben mitgeben, er wird in formaler Beziehung eine Seite seines Geistes, deren Cultur kein anderes Gymnasiallehrfach übernimmt, das Beobachtungsvermögen, trefflich üben und entwickeln, er wird ihn zur Concentration in seiner Thätigkeit führen und wird ihn an die Natur fesseln, von der keine Schule ihn loslösen darf.“ (Kirschbaum in der Schmid'schen Encyklopädie.) Man sage nicht, dass wenn dieser naturgeschichtliche Unterricht in den Ober-

classen nicht fortgesetzt wird, dass dann die erlangten Kenntnisse vergessen und die Uebung im Untersuchen wieder verloren würde: wer einmal festen Fuss in der heimischen Flora gefasst, wird derselben sobald nicht wieder fremd, jeder Schritt ins Freie ruft ihm Altbekanntes ins Gedächtniss zurück, zudem vermag ein anregender Lehrer in II und I Manches rege zu erhalten; und wenn auch Alles verschwände, bei etwaiger späterer Beschäftigung werden die alten, auf die einzig richtige Weise gewonnenen und durch so vielfache Wiederholung befestigten Vorstellungen leicht wieder wach. Auch der Einwand, dass durch die so lange dauernde Beschäftigung mit denselben Dingen Ermüdung hervorgerufen werde, ist zurückzuweisen: schon die halbjährigen Unterbrechungen dienen zur Erfrischung, einer Ermüdung wirkt aber auch die unerschöpfliche Fülle stets neuer und interessanter Formen entgegen, in der Botanik zumal von Formen, die im Freien unter stets neuen Verhältnissen und in geänderter Umgebung sich finden.

Nach Erledigung des Pensums der fünf Unterclassen wende ich mich zu der den vier oberen Jahrescursen zuzuweisenden Aufgabe. Dass dieselbe wesentlich in der Pflege der rationellen Naturwissenschaft bestehen müsse, wurde schon dargelegt: in der That ist es auch allgemein gebräuchlich, in den Oberclassen der Gymnasien Physik zu lehren, freilich höchst unterschiedlich in Bezug auf die derselben zugetheilte Dauer, also auch Ausdehnung und in Bezug auf die Vertheilung des Stoffes.

Selbstverständlich stimme ich für Beibehaltung des physikalischen Unterrichtes, dessen Vertheilung nachher zu erörtern sein wird; jedoch möchte ich als einen Theil der allgemeinen Physik und als grundlegend für den Unterricht in der Mineralogie einen Cursus in den Elementen der Chemie vorschlagen. Ihr Uebergehen ist nicht mehr zulässig: als Grund gilt zunächst der bildende Einfluss ihrer Methode, in der Erscheinungen Flucht den ruhenden Pol aufzufinden, trotz tausendfältig wechselnder Form das Gesetz zu erkennen; aber noch mehr, es ist die Kenntniss ihrer wichtigsten Thatsachen und Gesetze von der grössten Bedeutung für den, welcher sich von den gewöhnlichen Erscheinungen des alltäglichen Lebens Rechenschaft geben will und geradezu unerlässlich für den, welcher berufen und bestrebt ist, nicht nur sein akademisches Fachstudium zu absolviren,

sondern auch voranzuschreiten im Erkennen der Gesetze der Weltordnung. Was für solch weiteres Streben an Fundamenten nöthig ist, kann und muss unsere Schule geben, aber in richtiger Weise, so dass es Bestandtheil des sog. „Schulsackes“ wird, kann es nicht die Hochschule, sondern **nur** die Mittelschule geben.

Es erhebt sich nun, da Physik und Chemie nicht gleichzeitig neben einander betrieben werden können, die Frage, mit welchem von beiden Zweigen in Untersecunda zu beginnen sei. Mehrfach wird vorgeschlagen, mit Chemie den Anfang zu machen, da sie am zugänglichsten sei, nicht wie die meisten Partieen der Physik mathematische Kenntnisse voraussetze, weit rascher in die Natur der Körperwelt einführe und auch eher eigene experimentirende Beschäftigung des Schülers gestatte. Aber trotzdem, obwohl insbesondere der letztere Vorzug nicht zu läugnen ist, komme ich zu der Ansicht, dass zuerst Physik und zwar in den beiden Jahren der Secunda und dann erst in Unterprima Chemie zu behandeln sei. Denn fürs Erste ist ein chemischer Unterricht nicht möglich ohne eine Reihe von Vorkenntnissen aus der Physik (z. B. betr. Luftdruck, Specif. Gewicht, Temperatur, Ausdehnung der Körper durch Wärme, Constanz des Schmelz- und Siedepunktes), welche freilich vorher vermittelt werden könnten; in dem als nachfolgend gedachten eigentlichen physikalischen Unterrichte müssten aber dann jene Lehren doch nochmals vorkommen, so dass auf diese Weise nicht nur Zeit verloren, sondern für eine Reihe von Capiteln auch schon das Interesse theilweise abgestumpft sein würde. Zweitens aber ist wohl die Befürchtung am Platze, dass ein in Untersecunda zu erledigender chemischer Unterricht nicht etwa der Aufmerksamkeit des Schülers entbehren, wohl aber, dass er nicht mit solchem Ernste aufgefasst würde und nicht den Bildungsgewinn bringen würde, um dessenwillen hauptsächlich ich ihn aufgenommen sehen möchte. Endlich drittens kann es für den mit dem chemischen zu verwebenden mineralogischen Unterricht und den ihm nachfolgenden Abriss der Geognosie nur förderlich sein, möglichst in den oberen Cursen behandelt zu werden, da ein Auffassen der dabei in Betracht kommenden Verhältnisse sicherlich grössere Reife des Geistes voraussetzt.

Aus diesen Gründen erkläre ich mich dafür, dass in Unter-

secunda mit Physik begonnen werde, jedoch durchaus nicht, wie es in weitaus überwiegender Weise zu geschehen scheint, mit der Mechanik. Diese als die Lehre von der Bewegung, hervorgebracht durch Kräfte, enthält, auch wenn sie durch Experimente verdeutlicht wird, zuviel des Abstracten, so dass sie als Anfang entschieden für zu schwierig erachtet werden muss. Man beginne mit der Lehre von Magnetismus und Elektricität (ausser Elektrolyse) und widme ihr fast das ganze erste Halbjahr; der Sommer bringe dann, weil weniger mathematische Entwickelung fordernd, die Lehre vom Schall und Wärme. Es wäre dann angezeigt, die Optik nachfolgen zu lassen und zum Schlusse erst die Mechanik zu behandeln, da Bewegung als das allen Naturvorgängen Gemeinsame erkannt ist; die Rücksicht auf die Witterungsverhältnisse gebietet aber, die Optik im Sommer durchzunehmen, somit das erste Halbjahr in Obersecunda der Mechanik zu widmen.*)

In Bezug auf die Methode sei kurz bemerkt, dass sowohl das Experiment, als auch, soweit möglich, die mathematische Entwickelung, aber auch drittens die geschichtliche Behandlung zur Anwendung zu kommen hat. Freilich wird so in Obersecunda, bei noch nicht genügend entwickelten mathematischen Kenntnissen, die ausgedehnte Behandlung der Mechanik, wie sie sonst der I. zufällt, nicht durchgeführt werden können; aber leicht lassen die an die Lehre vom Schwerpunkt sich anknüpfenden Aufgaben in den stereometrischen Unterricht der Unterprima sich einfügen und dass die für Oberprima sich unzweifelhaft besser eignende mathematische Theorie des Pendels und die Lehre von der Centralbewegung daselbst in hübscher Verbindung vorkommt, wird nachher ersichtlich werden.

Der Unterprima fällt dann ein nicht in zu vielen Einzelheiten sich verlierender, vielmehr die früher angegebenen Ziele wohl

*) Ein umsichtiger Lehrer wird bei diesem physikalischen Unterrichte einerseits im engen Anschluss an gewisse physikalische Erscheinungen Lehren der Physiologie, welche einem Gymnasiasten deutlich gemacht werden können, also Theile des früheren naturgeschichtlichen Unterrichtes wiederholen und vertiefen, andererseits auch, wie z. B. gelegentlich der wieder vorzuführenden Beschreibung vom Auge und Ohr und der Lehre von den Sinnestäuschungen, dem im Jahre darauf folgenden Unterricht in den Elementen der Psychologie vorarbeiten.

im Auge behaltender Cursus der anorganischen Chemie zu, in welchen eine Behandlung der wichtigsten Mineralien zu verflechten ist; eine Zusammenfassung des hierbei zerstreut Vorgekommenen lässt den chemischen Unterricht gegen Ende des Jahres übergehen in Mineralogie, welche mit dem Wichtigsten aus der Geognosie, insbesondere mit der Lehre von den gegenwärtigen Veränderungen der Erdoberfläche abschliesst.

Es bleibt mir noch übrig, die Aufgabe von Oberprima genauer zu bestimmen. Ich habe es s. Zt. als einen grossen Vorzug der Verordnung vom Jahre 1869 begrüsst, dass sie als Hauptaufgabe des mathematischen Unterrichtes der Oberprima die Elemente der sog. neueren Geometrie bestimmt; diese, als die systematische Entwickelung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten von einander, lässt den Schüler den gesammten in den vorhergehenden Classen von ihm erlernten geometrischen Unterrichtsstoff vom höheren Gesichtspunkte aus betrachten und ist so recht geeignet, den Abschluss zu bilden. In gleicher Weise möchte ich bestrebt sein, auch dem naturkundlichen Unterrichte der Oberprima dieses Gepräge des Abschliessens zu verleihen, den gesammten Unterrichtsstoff, zumal der oberen Classen, zu wiederholen, in wechselseitiger Durchdringung zu vertiefen und zugleich den Vielen, die mit solchen Dingen fachmässig sich nicht weiter beschäftigen werden, Anregung zu geben fürs ganze Leben. Ich finde nichts, was für solchen Zweck sich passender eignen würde, als eine Kosmographie. Nicht dogmatisch überlieferte, sondern auf eigener Beobachtung ruhende Kenntniss des Himmelsgewölbes und der wichtigsten an ihm sich zeigenden Bewegungen, die sich anschliessenden mathematischen Aufgaben der Bestimmung von Meridian und Zeit, Kenntniss des Kalenders, die die Optik zum Theil wiederholende Lehre von der Sonne und die mathematische Geographie, das Studium der im Einzelnen schon bekannten und jetzt nur im Zusammenhang aufzufassenden calorischen Erscheinungen, die im Wesentlichen die physikalische Geographie ausmachen, vor Allem aber das aus Obersecunda nachzuholende Capitel der Mechanik, die Lehre von der Schwere, vom Pendel und von der Centralbewegung sind wohl Gegenstände, welche der Bemühungen eines angehenden Studenten werth sind und geeignet, jenes vorhin genannte Ziel zu erreichen. Neben der weitgehenden Vorführung des clas-

sischen Alterthums ist es wohl am Platze, die Anwendung der Kegelschnitte zu zeigen, dieser mit der Culturgeschichte der Menschheit so innig verwachsenen Erfindung griechischen Geistes, und nach jahrelangen gewissermassen grammatischen Studien den nach allen Facultäten auseinander gehenden jungen Männern nun auch unsere Classiker noch vorzuführen, die Geistesthaten eines Copernikus und Kepler und sie begreifen zu lassen, dass auch hier Götter sind. Nicht das Streben, möglichst viele Einzelheiten aufzuhäufen, darf massgebend sein, im Gegentheil, möglichst soll der innige Zusammenhang der physikalischen Lehren, zugleich auch die Anwendungsfähigkeit der Mathematik nicht blos auf die trivialsten Fragen des täglichen Lebens, sondern auch auf die Fragen der Wissenschaft nachgewiesen werden, um, wenn es nöthig wäre, auf der obersten Stufe des Gymnasiums noch dem nur aus unvollständiger Sachkenntniss hervorgegangenen, alt überkommenen Vorurtheil entgegen zu treten, die Mathematik wirke nur formal bildend.

Zum Schlusse fasse ich meine Anträge nochmals dahin zusammen, dass in den fünf unteren Jahrescursen des Gymnasiums im Wesentlichen Zoologie und Botanik in der oben angegebenen Weise, in den beiden Jahren der Secunda Physik, in Unterprima Chemie mit Mineralogie und in Oberprima Kosmographie zu betreiben sei.

Kleinere Mittheilungen.

Neue Methode zur Bestimmung der wahren Grösse des Neigungswinkels zweier durch ihre Spuren gegebenen Ebenen.

Von K. Klekler, Professor a. d. k. k. Marine-Akademie in Fiume.

(Mit 1 Fig. auf Tafel III.)

Es seien (Fig. auf Taf. III) $A_1 A_2$ und $B_1 B_2$ die Spuren zweier gegebenen Ebenen A, B, so sind die Schnittpunkte α_1 und α_2 der gleichnamigen Spuren $A_1 B_1$ und $A_2 B_2$, die Spuren der Schnittgeraden α der beiden Ebenen, aus welchen man auf bekannte Weise die Projectionen α' und α'' dieser Geraden bestimmen kann.

Betrachtet man die Gerade α als die Axe eines Ebenenbüschels, dem also auch die gegebenen Ebenen A und B angehören, so bilden die Spuren aller Ebenen dieses Büschels zwei projectivische Strahlenbüschel in perspectivischer Lage in den Projectionsebenen, als deren Mittelpunkte α_1 und α_2, die Spuren der Axe des Ebenenbüschels, erscheinen. Denkt man sich den Ebenenbüschel durch eine zur Axe α senkrechte Ebene geschnitten, so entsteht wieder ein Strahlenbüschel, der mit den beiden durch die Spuren der Ebenen gebildeten Strahlenbüscheln projectivisch ist und dessen Strahlen die Neigungswinkel der Ebenen des Ebenenbüschels bestimmen, in welchen sie liegen. Diesen Strahlenbüschel wollen wir den Neigungswinkelbüschel des gegebenen Ebenenbüschels nennen.

Nach dem bekannten Satze, dass es in zwei projectivischen Strahlenbüscheln je ein Paar einander entsprechender Strahlen geben muss, die in beiden Büscheln auf einander senkrecht sind, müssen die durch die Spuren gebildeten Strahlenbüschel je ein Paar zu einander rechtwinkliger Strahlen enthalten, denen im Neigungswinkelbüschel ebenfalls ein Rechtwinkelpaar entspricht; d. h. es gibt je ein Paar auf einander senkrechter Ebenen des gegebenen Ebenenbüschels, deren Spuren ebenfalls auf einander senkrecht sind.

Diese Paare lassen sich leicht aus Folgendem bestimmen: Errichtet man in dem Punkte α_1 der Horizontalebene eine Senkrechte C_1 auf die Projection α' der Axe des Ebenenbüschels, so steht diese Gerade auch auf der horizontalprojicirenden Ebene H der Geraden α senkrecht. Betrachtet man also C_1 als die Horizontalspur einer Ebene C des gegebenen Ebenenbüschels, deren Verticalspur C_2 durch α_2 gehen muss, so steht diese Ebene C auf der horizontalprojicirenden Ebene H senkrecht, da sie durch die auf H senkrechte Gerade C_1 gelegt ist. Die beiden Horizontalspuren C_1 und H_1 (α') dieser Ebenen

sind daher ein Rechtwinkelpaar im Strahlenbüschel der Horizontalspuren, denen auch im Neigungswinkelbüschel ein Rechtwinkelpaar entspricht.

Auf gleiche Weise findet man in D_2 (senkrecht auf α'') und V_2 (α'') die auf einander senkrechten Verticalspuren zweier ebenfalls zu einander senkrechten Ebenen D und V des Ebenenbüschels.

Verbindet man nun die Punkte a, b, c etc., in welchen die Spuren der Ebenen des Ebenenbüschels die Axe schneiden, mit irgend einem Punkte o der Zeichenebene, so erhält man ein mit den Spurenbüscheln, mithin auch mit dem Neigungswinkelbüschel projectivisches Strahlenbüschel mit o als Mittelpunkt, und es ist nun leicht, den Punkt o so zu wählen, dass das gebildete Strahlenbüschel mit dem Neigungswinkelbüschel congruent wird, d. h. dass die Winkel, welche irgend zwei Strahlen des Büschels o einschliessen, den von den entsprechenden Strahlen im Neigungswinkelbüschel eingeschlossenen Winkeln gleich sind.

Man benützt hiezu den Lehrsatz, dass zwei projectivische Strahlenbüschel congruent sind, wenn irgend zwei rechtwinkligen Strahlenpaaren des einen Büschels wieder zwei Rechtwinkelpaare im zweiten Büschel entsprechen.

Da nun nach dem Früheren den Strahlenpaaren $C_1\,H_1$ und $D_1\,V_1$ oder $C_2\,H_2$ und $D_2\,V_2$ der beiden Spurenbüschel Rechtwinkelpaare im Neigungswinkelbüschel entsprechen, so braucht man den Punkt o nur so zu bestimmen, dass die diesen Strahlenpaaren entsprechenden Paare oc und oh, od und ov des Büschels o ebenfalls zu einander senkrecht erscheinen.

Legt man über C_1 und H_1 einen Kreis, dessen Mittelpunkt ω in der Projectionsaxe liegt, so dass der rechte Winkel $c\widehat{\alpha_1}h$ als Winkel im Halbkreis erscheint, und ebenso einen Kreis über D_2 V_2 mit dem Mittelpunkt ω_1, so ergeben die zur Axe symmetrischen Schnittpunkte o und o_1 der beiden Kreise den gesuchten Mittelpunkt des zum Neigungswinkelbüschel congruenten Strahlenbüschels; denn die Winkel, welche die Strahlenpaare oh und oc, sowie ov und od mit einander einschliessen, sind, als Winkel im Halbkreise, rechte.

Verbindet man nun einen der so gefundenen Punkte o oder o_1 mit den Schnittpunkten a und b der Spuren der gegebenen Ebenen A und B mit der Axe, so gibt der Winkel aob oder ao_1b die wahre Grösse des Neigungswinkels der Ebenen A und B.

Ebenso können jetzt mit Hülfe des Strahlenbüschels o oder o_1 alle Aufgaben, bei denen es sich darum handelt, Keile von bestimmter Grösse an A oder B zu construiren, leicht gelöst werden. Bei der praktischen Anwendung dieser Construction brauchen die Spuren $C_1\,C_2$ und $D_1\,D_2$ nicht gezogen zu werden, denn die Mittelpunkte ω und ω_1 der beiden Kreise, deren Durchschnittspunkte die gesuchten

Punkte o und o_1 ergeben, finden sich leicht in den Durchschnittspunkten der Halbirungsperpendikel zu den Strecken $\alpha_1 h$ und $\alpha_2 v$ mit der Projectionsaxe.

Für den Fall, dass die Axe α des Ebenenbüschels zu einer der Projectionsebenen parallel ist, ist diese Construction nicht anwendbar, da in diesem Falle das eine der Spurenbüschel zu einem Parallelstrahlenbüschel wird, daher kein Rechtwinkelpaar darin vorkommen kann.

Aus der Schulmappe.

Miscellen von Dr. A. Kurz.

(Fortsetzung von S. 202.)

27. Elementare Ableitung des Torsionsgesetzes.

Vorausgeschickt und zur Analogie benutzt wird das Elasticitätsgesetz $\lambda = \varepsilon \cdot \frac{l}{q} P$. (Für $\lambda = l$ und $q = 1$ wird aus P der Elasticitätsmodul $E = \frac{1}{\varepsilon}$). Entsprechend ist: $\alpha = \vartheta \cdot \frac{l}{q^2} \cdot M$ und für $\alpha = l$ und $q = 1$ wird aus dem Drehungsmomente M der Torsionsmodul $T = \frac{1}{\vartheta}$.

Dass M dem obigen P entspricht, ist einleuchtend. Aber das Quadrat von q? Dies ist bis auf eine Constante, welche in ϑ eingeht, das Trägheitsmoment des Querschnitts; also, wenn man will, derjenige Kreisring vom Radius 1, der statt des wirklichen Kreisquerschnitts gedacht werden soll, und von M d. i. von der (tangentialen) Kraft am Radius 1 tordirt wird.

Es liegt nicht gar zu ferne, sich hiebei an den Uebergang von $\frac{g}{l}$ beim mathematischen Pendel auf $\frac{mlg}{ml^2}$, das Verhältniss des statischen Momentes zum Trägheitsmoment beim physikalischen Pendel, zu erinnern. Vergl. Schluss der 4. Misc.

28. Das Pendel mit (blos) zwei materiellen Punkten

kann als bequeme Uebergangsstufe vom mathematischen zum physikalischen Pendel und zum Reversionspendel sehr empfohlen werden. Die sogenannte reducirte Länge $l = \frac{m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2}{m_1 l_1 + m_2 l_2}$ ist ein Mittelwerth zwischen l_1 und l_2. Bei der „Reversion“ unterscheiden wir zunächst die reducirte Länge $l' = \frac{m_1 (l - l_1)^2 + m_2 (l_2 - l)^2}{m_1 (l - l_1) - m_2 (l_2 - l)}$, wenn $l_2 > l > l_1$ vorausgesetzt ist, und fragen dann, wie man am kürzesten $l = l'$ beweist.

Ich glaube: dadurch, dass man in

$$l' = \frac{(m_1 + m_2) l^2 - (m_1 l_1 + m_2 l_2) 2l + (m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2)}{(m_1 + m_2) l - (m_1 l_1 + m_2 l_2)}$$

für das dritte Glied des Zählers gemäss der ersten obigen Gleichung die Hälfte des zweiten Gliedes substituirt und — statt des langen Quotienten bleibt nur mehr l übrig.

I. Müller behandelt dieses Pendel ebenfalls, 7. Auflage 1. Bd. S. 216 u. f., aber er geht weniger unmittelbar zu Werke, daher die Entwickelung langwieriger und weniger durchsichtig geworden ist.

29. Zum Stosse, namentlich der elastischen Körper.

Beim unelastischen Stosse ist bekanntlich $\gamma = \frac{MC + mc}{M + m}$ und der Verlust an lebendiger Kraft $\frac{1}{2} \cdot \frac{Mm}{M+m}(C - c)^2$ oder, was sich zu beweisen verlohnt, $\frac{1}{2} M (C - \gamma)^2 + \frac{1}{2} m (\gamma - c)^2$. (Hiezu berechnet man am bequemsten zuerst $(C - \gamma)$ und $(\gamma - c)$ u. s. w.)

Beim elastischen Stosse kann man entweder mit $C_1 = C - 2(C - \gamma)$ und $c_1 = c + 2(\gamma - c)$ beginnen, oder auch gleich mit $\gamma = \frac{C + C_1}{2} = \frac{c + c_1}{2}$, und daraus die Constanz der Summe der lebendigen Kräfte vor und nach dem Stosse beweisen. Zu diesem Ende benütze man aber möglichst obige Hülfsgrösse γ; also $MC_1^2 + mc_1^2 = M(2\gamma - C)^2 + m(2\gamma^2 - c)^2$ nach γ geordnet und $= 4\gamma[(M + m)\gamma - (MC + mc)] + MC^2 + mc^2 = MC^2 + mc^2$.

Oder man geht umgekehrt von letzterer Constanz und derjenigen der Bewegungsgrössen aus $(MC + mc = MC_1 + mc_1)$ und erhält so zwei Gleichungen zur Bestimmung von C_1 und c_1, deren eine quadratisch ist. Von den zwei Lösungen kann man aber die eine $C_1 = C$ und $c_1 = c$ sofort erkennen und ausscheiden. Wieder mit Benützung von γ erhält man nämlich nach der Elimination von c_1

$$(C_1^2 - C^2) - 2\gamma(C_1 - C) = 0$$

oder $C_1 + C - 2\gamma = 0$ und der Symmetrie zufolge $c_1 + c - 2\gamma = 0$ wie oben.

Bemerkung über Lim $[1^\omega]_{(\omega = \infty)}$.

Mit Rücksicht auf Schlömilch, Compendium d. h. Analysis und Helmes Elementar-Mathematik.

Von Georg Al. Pick, stud. phil. in Wien.

Trotz der Sorgfalt, mit der die Bestimmung der Grenzwerthe der Functionen in Schlömilch's Handbuch der algebraischen Analysis (und in desselben Verfassers Compendium der höheren Analysis) durchgeführt sind, hat sich doch, wie mir scheint, ein Fehler eingeschlichen. Cap. II. § 5 der algebr. Analys. wird der Begriff der Grenze gegeben, und die allereinfachsten Fälle von Grenzbestimmungen

durchgenommen, unter diesen auch Lim (a^ω), wo ω, wie bei Schlömilch immer, eine gegen ∞ convergirende Zahl bedeutet. Es werden hier ausführlich die Fälle $a > 1$ und $a < 1$ durchgenommen. Dann heisst es weiter:*)

„Der letzte Fall $a = 1$ bedarf keiner besonderen Untersuchung, da 1^x immer $= 1$ ist."

Ich glaube aber, dass eine solche besondere Untersuchung doch nöthig sei. Denn da $1 = z^0$ ist, wo z eine beliebige Zahl bedeutet, so muss auch $1^{\frac{1}{0}} = 1^\infty = z$ sein. Dieses z kann sowohl > 1, als $= 1$, als < 1 sein, denn in allen diesen Fällen ist $z^0 = 1$; es kann z aber ferner auch die extremen Werthe 0 und ∞ erreichen, indem 0^0 und ∞^0 als vieldeutige Symbole in besonderen Fällen auch $= 1$ werden können.**)

Es scheint mir also, als ob ein weiter Kreis von Werthen dem Symbole 1^∞ genügen würde. Man könnte einwenden: z^0 ist eine von den Mathematikern zu Gunsten der Allgemeinheit der Potenzlehre gemachte Definition; aber wenn es einerseits streng mathematische Schlüsse sind, die auf die Definition $z^0 = 1$ führen, so muss andererseits jedem einmal eingeführten Symbole überall Genüge geleistet werden; das ganze Rechnen mit ∞ ist ja einRechnen mit Symbolen.

Diese Grenzwerthbestimmung wird um so bedenklicher, als darauf weitere Betrachtungen gegründet sind. § 8 (im selben Cap. S. 29 u. 30) soll der Nachweis geliefert werden, dass $(1 + \frac{1}{\omega})^\omega$ sich einer bestimmten Grenze nähert, wenn ω das Gebiet der natürlichen Zahlen durchläuft. Nachdem in völlig strenger Weise gezeigt worden ist, dass $(1 + \frac{1}{\omega})^\omega$ eine mit ω wachsende Grösse sei, wird, um zu zeigen, dass der Grenzwerth dieser Grösse $\leqq 4$ sei, folgender Weg eingeschlagen. Es wird von der Ungleichheit

$$a^n < \frac{b^{n+1}}{a - (n+1)(a-b)}$$

ausgegangen, welche für $a > b > \frac{n}{n+1} a$ [d. h. für $a - (n+1)(a-b) > 0$] Giltigkeit hat. Dieser Bedingung genügen auch die Werthe $a = 1 + \frac{1}{2p}$, $b = 1$, $n = p$; obige Ungleichung verwandelt sich in

$$\left(1 + \frac{1}{2p}\right)^p < 2 \cdot 1^{p+1}$$

*) Siehe S. 20 des cit. Werkes (6. Aufl.) D. Red.

**) Man kann sich dies auch so erklären: Da ω^2 — unter ω eine unendlich grosse Zahl verstanden — auch $= \infty$ ist, so ist auch $1^{(\omega^2)} = 1^\infty$; ist dann $1^\omega = u$, so wird, jenachdem u grösser oder kleiner als 1 und ferner ω positiv oder negativ ist, $1^{(\omega^2)} (= 1^\infty) = u^\omega$ entweder 0 oder ∞ geben.

Bei Schlömilch fehlt aber dies 1^{p+1}; er schreibt:

$$\left(1+\frac{1}{2p}\right)^p < 2.$$

Das darf aber nur so lange geschehen, als p endlich bleibt; wird p unendlich, so kann der Factor 1^{p+1} nicht mehr einfach ausgelassen werden, da er dann, wie ich gezeigt zu haben glaube, nicht $= 1$ ist.

Hier aber wird ohne Weiteres $1^{p+1} = 1$ gesetzt, und dies auch später beibehalten, wo p unendlich wächst. Dass dies nicht statthaft sei, glaube ich gezeigt zu haben, und somit würde die ganze Abteitung illusorisch. (Dieselbe findet sich vollständig wieder in Schlömilch's Compendium der höheren Analysis I. Einleitung, IV. A.)

An einer andern Stelle Cap. V. § 33 S. 136 ff. der algebraischen Analysis und I. Cap. VI. § 43, 2 der höheren Analysis S. 203 ff. findet sich eine abermalige Benützung jenes Grenzwerthes. Hier — es handelt sich um die Divergenz einer Doppelreihe — wird ein doppelter Grenzübergang vorgenommen. In dem Ausdrucke $\left(1-\frac{1}{n}\right)^{m+1}$ soll sowohl m als auch n in's Unendliche wachsen. Lässt man hier zunächst n unendlich gross werden, so erhält man

$$\text{Lim}\left[\left(1-\frac{1}{n}\right)^{m+1}\right]_{n=\infty} = 1^{m+1}$$

Dies wird hier geradewegs $= 1$ gesetzt, und dann auch, nachdem m unendlich gewachsen ist, $\text{Lim Lim}\left[\left(1-\frac{1}{n}\right)^{m+1}\right] = 1$ genommen, was nach dem oben Gesagten unzulässig ist. Man könnte hier diesen Grenzwerth nur insofern etwas genauer bestimmen, als $\text{Lim Lim}\left[\left(1-\frac{1}{n}\right)^{m+1}\right]$ eine Zahl ≤ 1 sein muss, da die Grundzahl Grenze einer Zahl < 1 ist (wegen des positiven n), und der Exponent positiv ist.*) Der genauere Werth aber des Ausdruckes hängt ganz und gar von dem Verhältniss der Grössen von m und n ab. So würde zum Beispiel $m+1$ (oder auch m) $= n$ den Werth $e^{-1} = \frac{1}{e}$ ergeben. Schlömilch selbst hat übrigens unter die vieldeutigen Symbole (siehe höhere Analysis, Cap. IV. § 32, III) auch 1^∞ aufgenommen, was offenbar für mich spricht.

Zum Schlusse sei noch bemerkt, dass sich in Helmes Elementarmathematik, 2. Auflage, 1. Theil, 2. Abtheilung, S. 13 derselbe Verstoss eingeschlichen hat, wo jedoch auf Seite 32 die Sache richtig dargestellt ist. Die Ableitung, die an der letztgenannten Stelle gegeben wird, ist deshalb sehr interessant, weil sie nicht auf das Symbol $z^0 = 1$ zurückgeht.

*) n und m sind als Gliederzahlen an und für sich positiv.

Berichtigender Nachtrag zum Artikel „Zur Theilung des Winkels", siehe diesen Jahrgang, S. 107—113.

Vom Oberlehrer Dr. G. Emsmann in Frankfurt a. O.

Dadurch, dass ich auf S. 113 für $n = 5$ zwei ganz verschiedene Curven-Gleichungen gegeben habe, die eine von mir, die andere von Herrn v. Wasserschleben, welche beide der Vermuthung widersprachen, dass die Curven-Gleichung vom $n$ten Grade sein werde, was für $n = 2, 3, 4$ bereits verificirt war, glaube ich wohl hinreichende Zweifel gegen die Richtigkeit jener Gleichungen angedeutet zu haben. Die von mir gegebene Gleichung kann nicht richtig sein, da bei Entwickelung derselben statt der Gleichung $\sin\alpha = \sin\frac{1}{5}\alpha\,(16\cos\frac{1}{5}\alpha^4 - 12\cos\frac{1}{5}\alpha^2 + 1)$ merkwürdigerweise die unrichtige Gleichung $\sin\alpha = \sin\frac{1}{5}\alpha\,(8\cos\frac{1}{5}\alpha^4 - 2\cos\frac{1}{5}\alpha^2 - 1)$ benutzt worden ist. Mit Benutzung der richtigen Gleichung für $\sin\alpha$ ergibt sich für $n = 5$ die richtige Curven-Gleichung

$$(4x + c)y^4 - 10cx^2y^2 - (4x - 5c)x^4 = 0.$$

Weil die zu theilenden Winkel zu beiden Seiten der X Axe ganz symmetrisch liegen können, darf ganz allgemein für jeden Werth von n die Curven-Gleichung nur gerade Potenzen von y enthalten. Auch ist leicht zu erweisen, dass die (mit lauter ganzen Coëfficienten versehene) Curven-Gleichung ein von y unabhängiges Glied mit dem Factor $[(n - 1)\,x - nc]$ haben muss.

Herr A. Radicke in Bromberg, dem es gelungen ist, die allgemeine Curven-Gleichung zu entwickeln, wird das Nähere hierüber in einem besonderen Artikel dieser Zeitschrift mittheilen.

Auf S. 111 sind die drei Zeilen 8—10 v. o. zu tilgen, da, wenn man nur die Winkel in einer und derselben Drehrichtung, selbst bis in's Unendliche hin, verfolgt, für alle Curven-Punkte die Punkte A und B ihre Rolle unverändert beibehalten.

Nochmals:

Ueber das Ausziehen der Cubikwurzel.*)

Von Dir. Dr. Müller in Neustrelitz.

Das erste Heft des gegenwärtigen Jahrganges dieser Zeitschrift enthält zwei im Princip ganz übereinstimmende Methoden des Cubikwurzelausziehens, von denen die eine von Herrn Dr. Stammer in Düsseldorf, die andere von mir mitgetheilt ist. Ich habe inzwischen meine Methode noch einer kleinen Verbesserung unterworfen. Um

*) Zur Orientirung vergl.: Müller, d. Jhrg. (VII) S. 34 ff. — Stammer, d. Jhrg. S. 33—34 — Temme, d. Jhrg. Hft. 2. S. 122 ff. — Henrici, Hft. 3. S. 197 ff. D. Red.

die Vergleichung des algorithmischen Schemas bei beiden Methoden zu erleichtern, habe ich dasselbe Beispiel, welches Herr Dr. Stammer zur Erläuterung seiner Methode gegeben hat, auch nach meiner Methode berechnet. Die Zusammenstellung bietet folgende Ansicht.

I. Methode des Herrn Dr. Stammer.

$\sqrt[3]{98\vert 803\vert 352\vert 367} =$	4623		
64	$4800 = 3z^2\,\mathfrak{H}.$	$4800 = 3z^2\,\mathfrak{H}.$	634800
34803	$720 = 3z\,\mathfrak{H}.\,e$	$1440 = 2 \cdot 720$	$5520 = 2 \cdot 2760$
33336	$36 = e^2$	$108 = 3 \cdot 36$	$12 = 3 \cdot 4$
1467352	$5556 \cdot 6$	$634800 = 3z'^2\,\mathfrak{H}.$	64033200
1275128		$2760 = 3z'\,\mathfrak{Z}.\,e$	41580
192224367		$4 = e'^2$	9
192224367		$637564 \cdot 2$	$64074789 \cdot 3$
0			

II. Meine Methode.

3
1286

$\sqrt[3]{9\,8\vert 8\,0\,3\vert 3\,5\,2\vert 3\,6\,7} =$ 4632

3 4 8|0 3
1 4 6 7 3|5 2
1 9 2 2 2 4 3|6 7
0

Nebenrechnung.

$3a^2$	$(3a+b)\,b$	$3a^2b+(3a+b)\cdot b\cdot b$
48 72 72 108	756	288 4536 33336
6348 276 276 12	2764	12696 5528 1275128
640332	41589	1920996 124767 192224367

Mein letztes Wort über das vorstehende Thema.

Von demselben.

Eben hatte ich mein letztes Manuscript (den vorstehenden kleinen Aufsatz enth.) an die Redaction dieser Zeitschrift abgesandt, da wurde mir das 2. Heft dieses Jahrganges überbracht, in welchem Herr Prof. Dr. Temme (S. 127) nachzuweisen sucht, dass zur Berechnung eines Exempels, etwas Gewandtheit im Kopfrechnen vorausgesetzt, nach der von ihm angewandten alten Methode, nur 78 Ziffern zu schreiben sind, während nach meiner Methode 104 erforderlich wären. Richtig ist, er hat wirklich nur 78 Ziffern geschrieben, ich 104. Auch würde die Bemerkung über die alte Methode überhaupt ihre Richtigkeit haben, wenn zur Berechnung von $3\,(a+b+c)\,d^2$ in der That nur etwas Gewandtheit im Kopfrechnen nöthig wäre. Wohl mag 368 und 961 im vorliegenden Beispiele im Kopf berechnet werden können und zwar sicher, ob aber $15408 = 3 \cdot 321 \cdot 16$, das ist wohl sehr die Frage. Und wenn

d nun gar 5, 6, 7, 8 oder 9 wäre oder die Anzahl der Wurzelstellen grösser? Muss also $3(a+b+c)\,d^2$ schriftlich berechnet werden, so vergrössert sich auch bei seiner Methode die Anzahl der Ziffern nothwendiger Weise, während sie sich bei meiner Methode vermindert, wenn die kleine schematische Aenderung angebracht wird, welche ich erst kürzlich bei der Redaction dieser Zeitschrift eingesandt habe.*) Dasselbe gilt auch schon bei der Berechnung von $(a+b)^2$, nachdem b ein oder mehrere Male grösser gewesen ist als 5. Auch ist die Sicherheit der Rechnung gefährdet, wenn man, um Ziffern zu sparen, die Summe von $3a^2b + 3ab^2 + b^3$ nicht hinschreibt, sondern die Summe der einzelnen Stellen sogleich von den entsprechenden Stellen des zuletzt gebliebenen Radicandenrestes abzieht. Auch wird beim Unterschreiben der Summanden von $3a^2b + 3ab^2 + b^3$ in der Hauptrechnung letztere sehr gestört, sobald man eine Stelle der Wurzel zu gross angenommen hat, was doch öfter geschieht. Will man beides riskiren, so kann man es bei meiner Methode auch; man braucht nur die dritte Rubrik $3a^2b + (3a+b)\,b \cdot b$ der Nebenrechnung nur ohne die gezogenen Summen sogleich in die Hauptrechnung aufzunehmen, dann werden in unserem Beispiele 19 Ziffern gespart und es würde sich das Rechnungsschema folgendermassen gestalten:

```
                                 963
∛33|199|964|344 = 3214
  61|99
  54
   368 } = 3a²b + (3a+b) b·b
   4319|64
   3072
      961 } = 3a²b + (3a+b) b·b
   1238083|44
   1236492
        54144 } = 3a²b + (3a+b) b·b
           0
      84 Ziffern.
```

Nebenrechnung.

$3a^2$	$(3a+b)\,b$
27	
18	
18	184
12	
3072	
96	
96	961
3	
309123	
	38536

Ob meine Methode oder eine andere — wenn sie nur die beste ist, darum handelt es sich. Sollte ich zur Ermittelung der besten beigetragen haben, so bin ich zufrieden, auch wenn die meine nicht dafür erklärt wird. Zunächst hat doch die Veröffentlichung meiner Methode, welche gleichzeitig mit der principiell verwandten des Dr. Stammer in dieser Zeitschrift erfolgte, auch Seitens des Rectors Dr. Fischer im pädagogischen Archiv**) eine neue Empfehlung der Methode von Colenso veranlasst.

*) Siehe vorige Seite. D. Red.

**) Siehe die genannte Ztschr., Jahrg. 1876, Heft 4, S. 280—281. D. Red.

Die Redaction erhielt nachträglich vom Hrn. Verfasser des vorstehenden Aufsatzes folgenden Brief:

Geehrtester Herr Redacteur!

Sie haben wohl die Güte, mir mein Manuscript über das Cubikwurzelausziehen nebst Nachwort wieder zurückzusenden.*) Diese Operation erklären Sie im Briefkasten des 3. Hfts. im Allgemeinen für Ballast in der Schule und wollen sie mittelst der Logarithmen ausgeführt wissen. Geben Sie mir doch im Briefkasten Ihre Meinung zu erkennen, ob das Ausziehen in der Schule gar nicht mehr gelehrt werden soll. Haben wohl Alle, welche diese Operation gelegentlich auszuführen haben, das Logarithmenrechnen gelernt und wenn ja, können Ingenieure und andere Praktiker noch mit Logarithmen rechnen? Ein Ingenieur hat mir jüngst das Gegentheil gesagt. Und wenn sie es könnten, haben sie stets die Tafeln zur Hand? Soll aber das Cubikwurzelausziehen nicht ganz aus der Schule verbannt sein, so ist doch die kürzeste Methode die empfehlenswertheste. Bitte also um Ihre Ansicht! Aber so sind wir Mathematiker. College S. ist mit meinem Streben einverstanden, so wie ich mit seiner Meinung, das System der Raumlehre bedürfe einer Reform, nichts desto weniger bietet Keiner dem Andern die Hand zur Ausführung. Hoffen Sie wirklich noch auf Einigung der Mathematiker? Ich nicht mehr.

Neustrelitz, den 1. Juli 1876.

Ihr ergebenster Müller.

Notiz über dasselbe Thema

von Dr. X. in Weinheim.

Noch einfacher als Prof. Henrici's Auflösung, 7. Jahrg. Nr. 3, 197 und 198, ist folgende, deren Veröffentlichung vielleicht Werth hat.

$$\overbrace{a\ b}^{a_1}\ b_1\ b_2 \quad (a_2 = a_1 b_1)$$

$$\sqrt[3]{98|803|352|367} = 4\ 6\ 2\ 3$$

$$-34803$$
$$1467352$$
$$192224367$$

$$3a^2 = 48$$
$$3ab = 72$$
$$b^2 = 36$$
$$3a^2 + 3ab + b^2 = 5556$$
$$b^2 = 36$$
$$3a_1^2 = 3(a+b)^2 = 3a^2 + 6ab + 3b^2 = 6348 \quad \text{ist neuer Divisor.}$$
$$3a_1 b_1 = 276$$
$$b_1^2 = 4$$
$$3a_1^2 + 3a_1 b_1 + b_1^2 = 637564$$
$$b_1^2 = 4$$
$$3a_2^2 = 3a_1^2 + 6a_1 b_1 + 3b_1^2 = 640332 \quad \text{ist neuer Divisor.}$$
$$3a_2 b_2 = 4158$$
$$b_2^2 = 9$$
$$64074789$$

Die Nebenrechnung verlangt blos 46 Ziffern, während bei Henrici 57 nöthig sind, selbst wenn man die von ihm geschriebenen Nullen nicht schreibt. Die Methode dieser Wurzelausziehung ist schon irgendwo beschrieben, also nicht mein Eigenthum, obschon ich nicht mehr weiss, ob die Nebenrechnung nicht mehr Ziffern verlangte. Ich bleibe deshalb ungenannt. Der Name des urspr. Erfinders ist E. Gouzy, jetzt Director in Münster im Elsass.

---

*) Ging nicht, es war schon in der Druckerei. D. Red.

Literarische Berichte.

FABIAN, Dr. OSCAR, k. k. Professor an der Universität in Lemberg. Lehrbuch der Mathematik für Mittelschulen, bearbeitet nach dem Lehrsysteme und unter Mitwirkung des Universitätsprofessors Lorenz Zmurko. I. A. Geometrie für die untern Classen. I. Heft für die 1. und 2. Classe. Lemberg 1876. Seyfarth Czajkowski. (IV u. 89 S.) Pr. ?

Das vorliegende Heft ist eine „nur in einer kleinen Anzahl von Exemplaren“ vorhandene deutsche Ausgabe eines in polnischer Sprache verfassten Lehrbuches derselben beiden Herren. Die Veranlassung zur Abfassung dieses Lehrbuches war laut Vorrede eine Conferenz der Mathematiklehrer in Lemberg, welche über ein gemeinsames Lehrsystem der Mathematik beriethen und hiebei das System des Herrn Professors Zmurko als Grundlage wählten. Auf Grund dieses Systems arbeitete Herr Dr. Fabian genanntes Lehrbuch aus, von welchem er dann, um demselben ein grösseres Publicum zu verschaffen, auch eine deutsche Ausgabe veranstaltete. Der Grundsatz, auf dem das ganze System ruht, ist: „Der Unterricht müsse mit der Versinnlichung der mathematischen Wahrheiten beginnen und nun langsam und stufenweise sich zur Abstraction erheben.“ „Die Entwicklung dieses Grundsatzes führt nothwendig zu dem Schlusse, es müssen sich sämmtliche mathematische Wahrheiten vor Allem an den Raumgrössen zu erkennen geben.“ „Aus der Betrachtnng der Raumgrössen muss daher die ganze Theorie der mathematischen Operationen abgeleitet, und auf diese Weise eine feste Basis für die abstracte Mathematik geschaffen werden.“ Obwohl nun dieses System nach Ansicht der Herren Verfasser eine Trennung von Geometrie und Arithmetik ausschliesst, so musste doch mit Rücksicht auf den Lehrplan eine solche Trennung vorgenommen werden und zerfällt das ganze Werk in vier Theile:

I A. Geometrie für die unteren Classen.
I B. Arithmetik für die unteren Classen.
II A. Geometrie für die oberen Classen.
II B. Algebra für die oberen Classen.

Von diesem ersten Theile liegt nun das erste Heft, bestimmt für die erste und zweite Classe, vor. Es folgt daraus wohl von selbst, dass eine Beurtheilung des fraglichen Lehrbuches im Ganzen nicht möglich ist. Kann man zwar den oben ausgesprochenen Grundsätzen im Allgemeinen die Billigung nicht versagen, so wird man sich doch hüten in die Discussion derselben einzutreten, bevor ein auf Grund dieser Sätze ausgearbeitetes System vollständig vorliegt. Namentlich der Grundsatz, dass die Arithmetik auf die Geometrie zu gründen sei, ist in dieser Form ausgesprochen zu allgemein und unbestimmt, um ein exactes Urtheil über denselben zu ermöglichen. Aber auch die Geometrie liegt nur zu einem kleinen Bruchstück, ungefähr einem Viertheil, vor und ist so auch hierüber das Urtheil sehr erschwert. Es fehlt aller Anhaltepunkt, um die Gesammteintheilung, die grössere oder geringere Vollständigkeit des Buches u. s. w. erkennen zu können. Halten wir uns also an das, was vorliegt.

Was ich an der ganzen Darstellungsweise des Buches auszusetzen finde, sei sofort bemerkt. Ich finde vor Allem eine eigenthümliche Gruppirung des ganzen Lehrstoffes. Der Stoff ist weniger nach der Natur des behandelten Gegenstandes geordnet, als vielmehr darnach, wie sich derselbe — ich möchte sagen zufällig — bei den jeweiligen Betrachtungen ergibt. Es ist ja bekannt, welche grosse Schwierigkeiten einer Eintheilung der Geometrie nach der Natur des Lehrstoffes gegenüberstehen. Dennoch aber sollten alle Lehrsysteme diese einzig naturgemässe Eintheilung möglichst zu erreichen streben. So aber finden wir bei Fabian viele zusammengehörige Dinge zerrissen, ich nenne beispielsweise die Congruenzsätze, die Lehre vom Parallelogramm u. s. w. Das unten folgende Referat über den Inhalt wird dies noch weiter bestätigen. Des Weiteren bin ich nicht einverstanden mit der Untereinandermengung von Planimetrie und Stereometrie. Eine solche Vermengung scheint mir weder der Klarheit, noch der stufenmässigen Ausbildung des räumlichen Vorstellungsvermögens, noch für einen geordneten Gang des Unterrichtes zuträglich. — Endlich aber habe ich auszusetzen, dass der Herr Verfasser seinen Grundsatz, nur stufenweise zur Abstraction vorzuschreiten, an mehreren Stellen verleugnet. Ich nenne als Beispiel die Entwicklung des Begriffes der graden Linie und die Lehre von der Winkelsumme der Polygone. Die grade Linie ergibt sich nach vielen vorangehenden Betrachtungen über Linien überhaupt als die Linie, „deren sämmtliche Punkte an ihren Stellen verbleiben, falls sie um ihre beiden festgehaltenen Endpunkte gedreht wird,“ und der Satz von der Winkelsumme der Vielecke ergibt sich nach längeren Erörterungen über die Winkel zu beiden Seiten eines „geschlossenen Polygonalzuges.“ So sehr grade diese beiden Entwicklungen sich durch Klarheit und Eleganz auszeichnen,

so möchte ich doch einem umgekehrten Verfahren den Vorzug ertheilen. Ich glaube z. B. durchaus nicht, dass das Messen krummer Linien, welches der Verfasser durch successives Auseinanderlegen der Punkte („ohne Gleitung“) bewirkt, primärer ist als das Messen gradliniger Strecken, von einigen Bedenken gegen die wissenschaftliche Strenge dieser Messungstheorie abgesehen.

Lassen wir dagegen diese von mir erhobenen Bedenken allgemeiner Natur ausser Acht, so zeichnet sich das Buch im Einzelnen durch grosse Klarheit und Eleganz der Darstellung aus, und wird ein nach demselben vorgenommener Unterricht sich gewiss als sehr fruchtbar erweisen. Namentlich ist auch eine grosse Anschaulichkeit, welche jedoch keineswegs der wissenschaftlichen Strenge etwas vergibt, an dem Buche zu rühmen. In dieser Hinsicht nähert sich der Verfasser meinem Ideal einer geometrischen Unterrichtsmethode, welches verlangt, dass die Darstellungsweise in nichts der wissenschaftlichen Strenge vergebe, dagegen sich durch Kürze und Anschaulichkeit, sowie durch genetischen Entwicklungsgang auszeichne. Ob eine vollständige Trennung in einen Anschauungs- und einen wissenschaftlichen Unterricht möglich und vortheilhaft sei, möchte ich bezweifeln, wogegen ich grade von einer solchen Verschmelzung — nicht Verquickung — beider Methoden den meisten Nutzen für den Unterricht erwarte. Es sind da freilich noch viele offene Fragen; allein es ist Aufgabe der Lehrer der Mathematik dieselben nicht ungelöst zu lassen, und namentlich ist es schon verdienstvoll, wenn solche Herren, welche in der glücklichen Lage sind nach dieser Auffassung lehren zu können, uns ihre durch praktischen Unterricht erprobten Lehrsysteme mittheilen. Es verdient daher auch diese deutsche Publication des Herrn Professor Dr. Fabian unsern Dank.

Der Inhalt des Buches ist folgender:

§ 1. behandelt die einleitenden Begriffe, § 2. die Linien und besonders die Gerade in der oben angedeuteten Weise. Sehr schön sind die beiden Schlusssätze, „dass eine Gerade in ihrer anschliessenden Scheide beliebig gedreht und verschoben werden könne.“

In § 3. werden die Flächen und besonders die Ebene besprochen. Die Ebene entsteht durch Bewegung der Geraden. Da die Gerade von allen Seiten „gleich aussieht,“ so ist „die Ebene eine Fläche, welche zwei gleichbegrenzte Theile des Raumes von einander trennt.“ Der sprachliche Ausdruck lässt hier zu wünschen übrig. Durch dasselbe „gleich aussehen“ wird auch das Axiom von der Ebene begründet.

§ 4. Winkel und Kreis. Der Kreis wurde schon früher bei der Drehung definirt. Hier kehrt der Begriff in anderer Form wieder, die Indentität beider wird aber erst später gelehrt. Sehr schön wird gezeigt, wie durch Drehung eines rechten Winkels um einen Schenkel eine Ebene entsteht und hieraus gründen sich dann

sehr einfach die Sätze vom Senkrechtstehen einer Geraden auf einer Ebene.

§ 5. Parallellinien — durch Verschiebung eines Dreiecks entlang einer Seite entstanden. Winkelsumme des Dreiecks. Erster und zweiter Congruenzfall.

§ 6. Theilung und Vervielfältigung gradliniger Strecken — durch Auflegen auf „äquidistante Parallelen."

§ 7. Zwei Ebenen, die Gerade und die Ebene.

§ 8. Die einfachsten Gebilde in der Ebene und im Raume: Dreiecke und Vierecke, Kegel und Pyramide, Cylinder und Prisma, Kugel, krumme Flächen, Schraubenlinie und Schraubenfläche, Tangente (eine Gerade, welche durch zwei unmittelbar aufeinanderfolgende Punkte der Krummen geht), Krümmungskreis und Krümmungsschraube. Diese letzteren Begriffe scheinen mir jedoch an dieser Stelle einmal zu schwer und dann ohne besonderen Nutzen.

Damit schliesst das erste Capitel „über die Entstehung der Fundamentalgebilde des Raumes." Das zweite Capitel „von den Dreiecken und Vielecken" behandelt zunächst in § 1. „die Beziehungen zwischen den Seiten und Winkeln im Dreiecke;" es reihen sich an die Sätze über die Senkrechten und Schiefen, an diese die Theorie der Kreistangente und dann der dritte und vierte Congruenzfall.

§ 2. „Vier merkwürdige Punkte des Dreiecks."

§ 3. „Vielecke und Strahlenbüsche." Hier wird der oben schon erwähnte Satz über die zwei Reihen von Winkeln an einem „geschlossenen Polygonalzug" entwickelt, dann die Winkelsumme des Vielecks. Die Schlussseite eines Polygonalzuges nennt der Verfasser „den resultirenden Strahl" oder die „Resultirende." Es wird bewiesen, dass die Resultirende von der Reihenfolge der Strahlen unabhängig ist. Durch Verdoppelung der Seiten u. s. w. wird auch die Länge der Resultirenden verdoppelt u. s. w. Am Schluss des § die regulären Vielecke. Auffallend ist die Bennenung „Strahlenbusch."

§ 4. „Aehnlichkeit der Vielecke und der Dreiecke." Der Begriff des Verhältnisses und der Proportion wird sehr gut erklärt und schliesst sich dann hieran eine allgemeine Theorie der Aehnlichkeit der Dreiecke. Die Aehnlichkeitsfälle des Dreiecks werden als specielle Fälle herausgehoben. Zum Schluss kommt der Satz, dass sich die Umfänge ähnlicher Polygone wie die Radien der ein- oder umgeschriebenen Kreise verhalten und darauf sich stützend die Lehre vom Kreisumfang.

Als Anhang sind einige Aufgaben beigegeben, die jedoch offenbar nur den Zweck haben anzuzeigen, in welcher Art der Lehrstoff zu Uebungen verwendet werden solle.

Zum Schluss erlaube ich mir den Wunsch, dass nun in Bälde das vollständige Lehrsystem — namentlich auch der arithmetische Theil — zugänglich gemacht werde. —

München. Adolf Sickenberger.

Nachschrift der Redaction.

Der Herausgeber d. Z. darf einen Mangel dieses Buches nicht unerwähnt lassen, welchen der Hr. Recensent entweder übersehen hat, oder welchen er als zu unwichtig nicht erwähnen wollte. Verf. d. aber hält diesen Mangel für um so gefährlicher, da das Buch für den mathem. Unterricht eines Landes (Galizien) Norm (Normalbuch) sein soll und solche Bücher mit der grössten Vorsicht und Sorgfalt abgefasst werden müssen.

Der erwähnte Mangel betrifft die ungenügende (oberflächige) Behandlung der geometrischen Grundbegriffe. S. 18 ist erklärt: „Die **Lage** einer Graden wird ihre **Richtung** genannt.“ Ein solcher Schnitzer sollte heut zu Tage in einem geometrischen Lehrbuche, welches als Norm für den Unterricht gelten will, nicht mehr vorkommen. Verf. ds. hat in seinem Aufsatze „über den Begriff der Richtung“ auch diese Begriffe (Lage und Richtung) klargelegt (s. IV, 116) und schon dort bemerkt, dass diese Begriffe häufig, z. B. auch in der (sonst so vortrefflichen) Geometrie von Kunze indentificirt werden. Die drei Haupteigenschaften (Merkmale) einer Geraden sind: Lage, Richtung, Länge, die aber um Gottes willen nicht mit einander verwechselt werden dürfen; die Lage (absolute und relative) ist immer nur eine, der Richtungen hat jede Grade zwei (oder zwei Richtungen sind in ihr möglich). — Eine ähnliche Unklarheit tritt auch an anderer Stelle ds. Buches hervor, z. B. S. 19: „Die Grösse der Abweichung einer Geraden von der Richtung einer andern Geraden heisst Winkel;“ es dürfte strenggenommen heissen müssen: Die Grösse der Abweichung (in) der Richtung einer Geraden etc. — „Der Sector stellt den Winkel vor“ kann ein Lernender falsch verstehen, indem er Sector mit Winkel indentificirt (Sector ist der Winkel); aber der Sector ist ein Ebenenstück, welchem der Winkel nur die Form leiht, wie denn überhaupt im Winkel die Wurzel oder der Keim der Form liegt (s. meine Auseinandersetzung IV, 104—105, III, 123 u. 532 Anm.). Ein Sector lässt sich im Modell darstellen aus einem Blatt Papier, ein Winkel auch aus zwei gebogenen Drähten. Auf derselben Seite heisst es: „Diese Linie wird Kreislinie oder Kreisumfang oder auch Peripherie des Kreises genannt.“ Aber es ist ein Unterschied zwischen diesen Begriffen. Denn Kreislinie bezeichnet nur die Form der Linie, während Kreisumfang (Peripherie ist nur das Fremdwort hierfür) diese Linie mit Rücksicht auf ihre Länge bezeichnet (nämlich relative Länge d. h. im Vergleich zum Halbmesser). Und noch eins: S. 10 heisst es: „Eine Gerade ist also eine Linie, deren sämmtliche Punkte an ihrer Stelle verbleiben, falls sie um ihre beiden festgehaltenen Endpunkte gedreht wird.“ Liegt nicht in dieser Definition, die leider auch von anderen

Autoren adoptirt wird (z. B. auch in der vorzüglichen Geometrie von Kruse. Vergl. d. Recens. von Scherling S. 213) eine contradictio in adjecto? Denn der Begriff der Drehung fordert nothwendig die Bewegung (um einen Punkt oder um eine Axe); wenn aber alle Punkte einer Geraden fest (d. h. in Ruhe) bleiben, wie kann da noch von einer Drehung (Bewegung) die Rede sein? Worpitzki erklärt daher auch kurzweg die gerade Linie als Drehungsaxe.

Ein Lehrbuch der Geometrie kann recht gute Eigenschaften besitzen, auch wenn die Grundbegriffe nicht klar entwickelt sind, aber dann soll man dieses Capitel, welches dem Buche immer als Makel anhaften wird, weglassen. Wer aber in den Grundbegriffen nicht klar ist, der studire doch Fresenius oder Funke's Grundlagen der Raumwissenschaft oder Ed. Müller's Elemente der Geometrie (s. ds. Z. I, 323 ff. VI, 272 Anm.). — Im Uebrigen ist der Herausgeber d. Z. mit dem Hrn. Recensenten entschieden gegen die Vermischung der Planimetrie und Stereometrie, welche auch schon von anderen Autoren aber mit wenig Glück versucht worden ist. —

I. Frishauf, Uebungen zu den Elementen der Geometrie. Graz, Verlag von Leuschner & Lubensky, k. k. Univ.-Buchhandlung. 1876. IV u. 28 S. Preis ?

Professor Frischauf hat es für angezeigt gehalten, seinem bekannten Leitfaden für Elementargeometrie vorliegende kleine Aufgabensammlung nachzusenden, und so wenig wir auch im Allgemeinen von einem Mangel guter geometrischer Uebungsbücher reden können, so werden doch manche Schulmänner, welchen jenes erstere Werk lieb geworden ist, auch diese literarische Neuigkeit freudig begrüssen. Und in der That treffen wir hier wieder auf all' die bekannten charakteristischen Vorzüge, welche der Verfasser seinen sämmtlichen Publicationen zu verleihen weiss; auf dem kleinen Raume von $1^3/_4$ Bogen ist ein erstaunlich reiches Material zusammengebracht. Eigentlich complicirte Aufgaben in dem Sinne, wie sie etwa das bezügliche Repertorium dieser Zeitschrift aufweist, hat der Verfasser, wie uns dünkt, mit vielem Rechte, fast gänzlich ausgeschlossen, denn eine Beispielsammlung soll auch dem Durchschnittsschüler dienen; übrigens findet sich allerdings eine Reihe schwierigerer Probleme vor, mit denen ein solcher nicht ohne Weiteres zu Recht kommen würde, allein diese sollen auch offenbar nur der Anregung zum selbstständigen Weiter-Arbeiten dienen, wie denn überhaupt vom Verfasser nicht leicht eine Gelegenheit ausser Acht gelassen wird, dem Lernenden einen Ausblick in ein anderes, für ihn vorläufig noch transscedentes Gebiet zu eröffnen und die Wege zu signalisiren, welche dahin führen. Dies ist der Grund, welcher uns die Frischauf'schen Lehrbücher

und voran auch diese „Uebungen" vorzüglich für den Gebrauch angehender Studirender der Mathematik zweckdienlich erscheinen lässt; dieselben repetiren und sehen sich bei dieser Repetition unvermerkt auf eine höhere Stufe gehoben.

Bekanntlich erkennt der Autor zwischen Planimetrie und Stereometrie keinen principiellen didaktischen Unterschied an, und so enthält denn gleich der erste Abschnitt „Grundgebilde und Lagenbeziehungen" die nicht ganz leichte Aufgabe: Zu drei im Raume windschiefen Geraden eine vierte schneidende zu construiren. Der zweite „Congruenz und Gleichheit" überschriebene Abschnitt zerfällt in 5 Unterabtheilungen: Congruenz von Dreieck und Viereck, Gleichheit von Dreieck und Viereck, Kreis, von Geraden und Ebenen gebildete räumliche Figuren, Sphärik. Gegenstände, wie der allgemeine Vielecks- und Polyëderbegriff, der Schwerpunkt des Tetraëders, die Sätze von Gérin und Steiner über das sphärische Dreieck*) etc. charakterisiren das Wesen und die Mannigfaltigkeit des Stoffes. Es folgt ein aus den Specialcapiteln Proportionale Strecken, Aehnliche Figuren und Kreis-Aufgaben zusammengesetzter Abschnitt über „Aehnlichkeit." Verhältnissmässig mit der grössten Ausführlichkeit und Vorliebe ist die „Trigonometrie" bearbeitet, sie umfasst Goniometrische Formeln und Aufgaben, Ebene und sphärische Trigonometrie. Letztere enthält u. A. eine Ableitung des krystallographischen Gesetzes mit Hülfe der Determinanten sowie eine zwar sehr gedrängte, aber doch völlig ausreichende Entwickelung der perspectivischen, Kegel- und Mercator'schen Projection. Den Schluss des Schriftchens endlich bildet die „Geometrie des Masses": Verhältnisse von Flächen- und Körperräumen, Flächenberechnungen, Dreiecks-Aufgaben, Oberfläche und Inhalt von Körpern. Unter dieser letzten Rubrik findet man wieder sehr hübsche Sachen, so die Berechnung des Inhalts von Linsen und von Drehungskörpern, welch' letztere mit Hülfe des Guldin'schen Satzes geleistet wird. Noch instructiver für diesen Zweck wäre vielleicht die hübsche Methode, welche Sohncke im 54. Bande des Grunert'schen Archives gelehrt hat.

Den schwierigeren Aufgaben ist stets eine absichtlich möglichst concis gehaltene Deduction oder doch eine Resultatangabe beigefügt. Hier hat der Verfasser die beste Gelegenheit, sein mehrfach erprobtes Talent, mit wenig Worten viel zu sagen, zur Geltung zu bringen; auch altbekannten Dingen weiss er ein neues Colorit zu geben. So substituirt er der sonst üblichen Construction eines Dreieckes aus seinen drei Höhen eine ungleich einfachere. Vor Allem aber hat

*) Der Verf. hat diese Namen allerdings nicht genannt. Allein bei Theoremen, die, wie die angeführten, von hervorragender Bedeutung sind, hat eine solche Angabe entschieden hohen Werth, wäre es auch nur in mnemotechnischer Hinsicht.



er (S. 15) das bekannte Gauss'sche Verfahren zur Auflösung einer irreductibeln Kreistheilungsgleichung am speciellen Beispiel des regulären Siebzehneckes so glücklich erläutert, dass diese oft für schwierig gehaltene Theorie auch Anfängern zugänglich gemacht erscheint.

Ein kleines Bedenken dürfte die S. 8 gemachte Bemerknng provociren: „Während jedes beliebige Polygon eine Fläche hat, existiren unter den Polyëdern, deren Oberfläche sich selbst schneidet, solche, für welche sich kein Inhalt angeben lässt.“ Es ist allerdings wahr, dass es zur Zeit noch nicht gelungen ist, für diejenigen ebenflächigen Körper, welche dem von Möbius aufgestellten „Kantengesetz“ nicht genügen, eine entsprechende Definition des Begriffes „Inhalt“ zu formuliren, aber der Schüler könnte aus obigen Worten leicht den irrigen Schluss ziehen, als ob dies gar nie geschehen könnte. — S. 21, Zeile 1 v. o. dürfte statt des zweiten A wohl A' zu lesen sein.

Allen Freunden eines tüchtigen geometrischen Unterrichtes, aber auch allen Studenten des ersten Jahres sei das Schriftchen auf's Wärmste empfohlen.

München. GÜNTHER.

REIS, Prof. Dr. Lehrbuch der Physik. Einschliesslich der Physik des Himmels (Himmelskunde), der Luft (Meteorologie) und der Erde (physikalische Geographie). Gemäss der neueren Anschauung für Gymnasien, Realschulen und andere höhere Lehranstalten bearbeitet. Dritte, stark vermehrte und verbesserte Auflage. Leipzig, Quandt und Händel, 1876. Mk. 7,50.*)

Von diesem Werke erschien die 1. Auflage (vollständig) 1871, die 2. 1873, die 3. 1876. („Ein kleineres Lehrbuch in demselben Sinne und nach derselben Methode wie das vorliegende gearbeitet,“ soll dem „Vorwort zur 3. Auflage“ nach „baldigst folgen.“) Es hat dasselbe daher offenbar einen nicht gerade häufigen Erfolg gehabt und in kurzer Zeit eine weite Verbreitung erlangt. Der Grund hievon dürfte wohl nicht allein in der Fülle des Materials, sondern auch, und vorzüglich darin zu suchen sein, dass der Verfasser durch seine

*) Die Redaction trägt kein Bedenken, diese besonders auf die Grundanschauungen des vorliegenden Werkes tiefer als die früheren Besprechungen eingehende und auch die Schattenseiten des Buches hervorhebende Recension hier aufzunehmen, weil sie glaubt, dass dadurch nach dem Grundsatze „Audiatur et altera pars“ die Sache der Wissenschaft und des Unterrichtes nur gefördert werden könne. Vrgl. I, 60 u. IV, 425. Es bleibt ja dem Autor dieses Werkes oder den Anhängern seiner Methode unbenommen, etwaige Irrthümer dieser Recension aufzuweisen oder unhaltbare Behauptungen i. d. Z. zu wiederlegen. D. Red.

Arbeit, wie der Titel sagt, die „neuere Anschauung“ der Physik einem grösseren Publicum zugänglich gemacht hat.

Angesichts einer so anerkennenden Aufnahme in weiten Kreisen gehört gewissermassen ein Entschluss dazu, ein bei aller Würdigung der Verdienste genannten Werkes mehrfach abweichendes Urtheil über dasselbe geltend zu machen. Das Bewusstsein jedoch, lange und gründlich geprüft zu haben, ehe ich das Wort ergriff, die Ueberzeugung, es könne der Sache nur zum Vortheil gereichen, wenn begründete Bedenken nicht verschwiegen, sondern ausgesprochen werden, der Umstand endlich, dass das Werk ein Schulbuch sein soll, also bestimmt ist, in die Hände solcher zu gelangen, die noch nicht genügend im Stande sind, Irrthum und Wahrheit zu unterscheiden, — dieses Alles bestimmte mich, nicht länger zu zaudern, und ich war eben im Begriffe, diesen meinen, die 2. Auflage betreffenden Bedenken Ausdruck zu geben, als die „3. stark vermehrte und verbesserte Auflage“ erschien. Obschon nun in derselben (abgesehen davon, dass der Umfang von 664 auf 740 Seiten angewachsen ist) in der That viele Verbesserungen eingetreten und manche Zweifel, die man der 2. Auflage gegenüber hegen musste, beseitigt sind, bleibt doch, nach sorgfältiger Vergleichung der 2. und 3. Auflage, noch Grund genug, das schon mehrmals beurtheilte Werk einer nochmaligen Besprechung zu unterziehen, welche sich übrigens weniger auf Einzelheiten, als auf die zu Grunde liegenden Gedanken richten soll.

Von ersteren sei nur Folgendes erwähnt: Logisch fehlerhaft, weil sie das zu Erklärende selbst, oder etwas eben so sehr der Erklärung Bedürftiges als bekannt voraussetzen, sind die Definitionen § 82.: „Die Wärme ist diejenige Kraft, welche folgende drei Wirkungen ausübt, wenn sie in einen Körper eingeführt wird. 1. Sie erwärmt den Körper oder erhöht seine Temperatur.“ (In der 2. Auflage stand „und erhöht seine Temperatur“), und § 83.: „Das Licht ist diejenige Kraft, welche einen Körper sichtbar macht, wenn es entweder von diesem Körper selbst ausgeht, oder auch, wenn es von einem andern Körper demselben zugesendet und dann von demselben zurückgestrahlt wird.“ Falls also in § 82. „Wärme“ durch Temperatur erklärt werden soll, müsste die Definition der letzteren vorangehen. Eine solche findet sich nun allerdings vorher, nicht sowohl in § 47., wo von „der erwärmenden Kraft der Wärme oder der Temperatur“ die Rede ist, als in § 54. 55.; aber noch früher, § 7. 9. 10. 18. 36. ist schon von „Wärme“ die Rede, in § 7. 9. 18. auch von „Licht“. Wenn daher der Verfasser alles an irgend einer Stelle Vorgetragene im Folgenden als bekannt und verstanden voraussetzt, sind die Definitionen in § 82. 83. überflüssig. Zudem werden Licht und Wärme bezüglich in § 279. 386. nochmals definirt.

Indem wir nunmehr zur Hauptsache übergehen, nämlich zur

Beurtheilung der Grundansichten des Verfassers, müssen wir etwas weiter ausholen. Der Verfasser nämlich widmet mit Recht dem Begriffe der „Kraft" grössere Aufmerksamkeit, als dies in Lehrbüchern der Physik meistens zu geschehen pflegt. Da es aber Kräfte verschiedener Art gibt, solche, die ihren Ursprung in geistigen, und solche, die ihren Ursprung in körperlichen oder materiellen Vorgängen oder Zuständen haben, so entsteht die Frage: Welche dieser Kräfte kommen in der Physik in Betracht? Nun sagt der Verfasser § 1.: „Indessen zieht die Naturwissenschaft nur dasjenige von diesen Naturgegenständen" (zu welchen „auch" solche Dinge gezählt werden, wie Raum, Zeit, Kraft u. s. w.") „in den Kreis ihrer Betrachtung, was sinnlich erfahrungsmässig ist." Wenn daher der Verfasser auch die „Kraft" in das Bereich seiner Betrachtung zieht, obschon dieselbe, wie wir sehen werden, nicht „sinnlich erfahrungsmässig" ist, so kann dies nur darin seinen Grund haben, weil doch die Wirkung der Kraft „sinnlich erfahrungsmässig" ist. Dies findet aber auch bei den Wirkungen verschiedener geistiger Kräfte statt. Soll daher in einem Lehrbuche der Physik die „Kraft" überhaupt berücksichtigt werden, so sind wenigstens diejenigen geistigen Kräfte nicht zu übersehen, welche eine sinnenfällige Wirkung ausüben. Mit Recht hat daher der Verfasser dieselben weder durch die oben angeführte, noch durch irgend eine andere Stelle vom Kreise seiner Betrachtungen ausgeschlossen. Ja, er kann dieses auch nicht; denn indem er den Satz ausspricht, § 33.: „Die Summe der lebendigen Kräfte und der Spannkräfte ist constant," ist er genöthigt, auch diejenigen geistigen Kräfte, deren Wirkung auf den Körper „sinnlich erfahrungsmässig" ist, mit einzubegreifen, wenn er nicht annehmen will, der Mensch könne dadurch, dass er vermöge seines Willens z. B. den Arm bewegt, also eine Massenbewegung hervorruft, die Summe der lebendigen Kräfte nach Belieben vermehren. — Wenn nun oben gesagt ward, „Kraft" sei kein sinnlich erfahrungsmässiger Gegenstand, so ergibt sich dies durch folgende Ueberlegung: Es ist eine Eigenschaft des menschlichen Geistes, für Alles, was geschieht, eine Ursache (causa efficiens) anzunehmen, das sogenannte Gesetz der Causalität, und zwei Erscheinungen dadurch mit einander zu verknüpfen, dass er die eine als Ursache, die andere als Wirkung ansieht. Dass z. B. die Sonne scheint und dass es warm wird, sind zwei sinnlich erfahrungsmässige, an und für sich in keinem Zusammenhange stehende Erscheinungen. Da wir jedoch beide stets mit einander, und zwar die eine nach der andern eintreten sehen, pflegen wir in Gedanken beide in Zusammenhang zu bringen und uns die eine als Ursache, die andere als Folge vorzustellen, oder mit anderen Worten, der Sonne die Kraft zuzuschreiben, zu erwärmen. In vielen Fällen ist uns die Natur der als Kraft bezeichneten Ursache unbekannt, und wir können über dieselbe nur vermuthen. Berücksichtigen wir dieses, so können

wir wohl sagen: „Mit dem Worte Kraft im physikalischen Sinne bezeichnen wir die Ursache einer wirklich stattfindenden, oder angestrebten, oder als möglich gedachten Aenderung eines Körpers; wir finden diese Ursache in einem wahrnehmbar stattfindenden, oder angestrebten, oder als stattfindend vorgestellten Vorgang oder Zustand an oder in einem Gegenstande der körperlichen oder geistigen Welt." Ist die Aenderung eines Körpers nicht eine wirklich stattfindende, oder angestrebte, sondern nur eine als möglich gedachte, so gebrauchen wir statt des Wortes „Kraft" auch „Fähigkeit." Wir sprechen also z. B. von der magnetischen „Kraft" eines Stückes Eisen, insofern wir uns vorstellen, ein gewisser uns unbekannter Zustand oder Vorgang im Wesen desselben sei die Ursache, dass ein in der Nähe befindliches anderes Stück Eisen sich ihm (noch mehr) nähert; oder dass letzteres das Bestreben habe, sich ihm (noch mehr) zu nähern, wenn dies auch wegen irgend eines Hindernisses nicht geschieht; oder, derselbe würde die Ursache sein, dass ein Stück Eisen sich dem ersteren näherte, wenn ein solches vorhanden wäre; im letzteren Falle sagen wir auch, das erstere Stück Eisen habe die „Fähigkeit," ein anderes anzuziehen. Je nach der Natur des an oder in dem wirksamen Gegenstand stattfindenden, oder angestrebten, oder als stattfindend vorgestellten Vorganges oder Zustandes, der uns vielfach unbekannt ist, so dass wir nicht wissen, ob wir die Bezeichnung „Vorgang" oder „Zustand" anwenden sollen, sowie je nach der Natur der hervorgerufenen Aenderungen belegen wir die Kräfte mit verschiedenen Namen, als Stoss, Druck, Zug, Schwere, Gravitation, Wärme, Magnetismus, Willenskraft u. s. w. Von diesen verschiedenen Kräften sollen des Folgenden wegen nur einige hervorgehoben werden. Besteht der oben erwähnte Vorgang in einer zur Ausführung gelangten Bewegung eines Körpers, und ist die Veränderung eine momentan wirklich stattfindende oder angestrebte Aenderung des Ruhe- oder Bewegungszustandes eines anderen Körpers, so nennen wir die Kraft „Stoss;" besteht der Vorgang in einer zur Ausführung gelangten oder angestrebten Bewegung eines Körpers, und die Veränderung in einer einige Zeit dauernden, wirlich stattfindenden oder angestrebten Bewegung eines zweiten Körpers, so nennen wir die Kraft „Druck" oder „Zug," je nachdem die letztgenannte Bewegung vom ersten Körper hinweg, oder nach demselben hin gerichtet ist. Häufig sagt man auch, der erste Körper „übe einen Stoss, Druck, Zug aus," indem man durch die Verschiedenheit der Benennung auf die Verschiedenheit der Ursache und der Wirkung hinweist. Ein „Stoss" also findet statt, wenn ein in Bewegung begriffener Körper einen zweiten wirklich in Bewegung setzt, oder eine etwa bereits vorhandene Bewegung desselben nach Geschwindigkeit oder Richtung ändert oder dies zu thun bestrebt ist. Einen „Druck" übt z. B. die zur Ausführung gekommene Bewegung eines Menschen aus, der

eine Last schiebt, aber auch die nur angestrebte Bewegung eines auf einer Unterlage ruhenden Gewichtes, wobei auch die Unterlage sich nicht wirklich fortbewegt, sondern nur das Bestreben dazu hat. Einen „Zug" übt z. B. die zur Ausführung gekommene Bewegung eines Pferdes aus, welches einen Wagen hinter sich her bewegt, aber auch die nur angestrebte Bewegung eines Gewichtes, welches eine auf einer schiefen Ebene ruhende schwere Masse im Gleichgewicht erhält, wobei letztere sich dem Gewichte nicht wirklich nähert, sondern nur bestrebt ist, dies zu thun. Aus dem Bisherigen ergibt sich nun weiter: A. Eine „Kraft" ist nicht ein Object einer sinnlichen Erfahrung, wenn auch ihre Wirkung eine solche ist, sondern „Kraft" bezeichnet ebenso wie „Ursache" etwas Subjectives, nämlich eine Thätigkeit unseres Geistes, durch welche wir zwei Erscheinungen in causalen Zusammenhang bringen. Das Dahinfliegen eines Steines z. B. wird der eine Beobachter rein objectiv eben nur als das Dahinfliegen eines Steines ansehen. Ein zweiter Beobachter wird im Geiste dieselbe Erscheinung mit einer ihr vorangegangenen in Beziehung setzen und dieselbe als Wirkung einer Kraft ansehen, nämlich derjenigen, welche den Stein in Bewegung gesetzt hat. Ein dritter Beobachter wird, ebenfalls im Geiste, dieselbe Erscheinung mit einer möglicher Weise nachfolgenden in Verbindung bringen, indem er sich vorstellt, welche Wirkung das Dahinfliegen des Steines herbeiführen würde, wenn ihm ein anderer Körper in den Weg käme; und nur der letzte wird in diesem Dahinfliegen eines Steines eine „Kraft" erblicken. Man kann demnach nicht sagen: dieser oder jener Vorgang ist eine Kraft, sondern nur: diesen oder jenen Vorgang können wir als Kraft ansehen. B. Die Vorstellung von „Kraft" enthält stets die Vorstellung eines actuell zur Ausführung kommenden oder doch virtuell oder potentiell vorhandenen Strebens. C. Die Vorstellung von „Kraft" enthält aber auch stets die Vorstellung von „Bewegung." Denn unter Kraft verstehen wir Ursache; wenn wir aber an Ursache denken, denken wir zugleich auch an Wirkung, da ja sonst die erstere Erscheinung nicht als die Ursache der zweiten betrachtet würde. Indem wir also die beiden Erscheinungen als Ursache und Wirkung mit einander verknüpfen, indem also unser Geist von der einen Erscheinung zur anderen hinüberschweift, vollziehen wir eine geistige Bewegung. Es enthält daher die Vorstellung von „Ursache," mithin auch von „Kraft" die Vorstellung von „Bewegung." Hierauf weist Trendelenburg*) hin, welcher darthut, dass die Vorstellung der Bewegung eine ursprüngliche Vor-

*) Logische Untersuchungen. 1840. I. pag. 113 und ibid. p. 285: „es ist wesentlich die Bewegung, welche als Trägerin der abstracten Causalität erscheint," sowie ibid. p. 115: „die in dem Namen der Kraft hingestellte Ursache der Bewegung ist eine todte Formel, wenn sie nicht durch die darin angeschauete Bewegung belebt wird."

stellung des menschlichen Geistes sei. Wenn demnach die Vorstellung von „Kraft" stets die Vorstellung von „Bewegung" involvirt, so ist damit keineswegs gesagt, dass ein Vorgang, welchen wir als Kraft ansehen, nothwendig die Bewegung eines Körpers sein müsse.

Der Verfasser nun, welcher die Ansicht vertritt, dass nach den neueren Forschungen in der Physik die oben genannten Vorgänge oder Zustände auch in den Fällen, in welchen sie als unbekannt bisher bezeichnet wurden, wie bei der Wärme, dem Magnetismus u. s. w., wenigstens wahrscheinlich, Bewegungen des Stoffes seien, so dass also von „Zuständen" nicht mehr die Rede sein könne, spricht sich über „Kraft" folgendermassen aus 1) § 10.: „Da nun die Erfahrung zeigt, dass ein Körper für sich allein keine Veränderung an sich selbst vornehmen kann, so sind die eigentlich wirksamen Ursachen in den Einwirkungen anderer Köper zu suchen. Diese Fähigkeit eines Körpers, auf einen anderen verändernd einzuwirken, nennen wir Kraft;" sodann hauptsächlich in § 20.: 2) „Unter Kraft verstehen wir die Ursache jeder Veränderung." 3) „Da nach neueren Forschungen jede Veränderung in Bewegungsänderungen ihren Grund hat, so ist folgende Definition schärfer: Kraft ist die Ursache der Geschwindigkeitsänderung." 4) „Wenn man bei der Definition auf die Herkunft der Kraft sehen will, so muss beachtet werden, dass nach dem Gesetze der Trägheit kein Körper von selbst seinen Zustand ändern kann, und (hier fehlen offenbar die Worte „dass ein Körper") nur dann eine Veränderung zeigt, wenn auf ihn ein anderer Körper einwirkt. Von diesem Standpunkte aus ist Kraft die verändernde Einwirkung eines Körpers auf einen anderen." 5) „Was das Wesen der Kraft anlangt, so ist die Wissenschaft auf gutem Wege, den Satz zu begründen: Kraft ist Bewegung." Indem wir in Bezug auf die Ausdrücke: Kraft ist Geschwindigkeitsänderung, Kraft ist Bewegung auf das oben Entwickelte verweisen, und uns vorbehalten, auf 4) weiter unten zurückzukommen, bemerken wir Folgendes: Erstens hat der Verfasser nicht gezeigt, inwiefern die Definitionen in 1) und 2), Kraft als „Fähigkeit" und Kraft als „Ursache" mit einander übereinstimmen. Zweitens: Aus 2) und den Worten in 3): Jede Veränderung besteht in Bewegungsänderungen, folgt doch offenbar: Kraft ist die Ursache der Bewegungsänderung; warum statt dessen der Verfasser gesagt hat: Kraft ist die Ursache der Geschwindigkeitsänderung, ist ganz unerfindlich, denn die Aenderung der Bewegung kann ebensowohl in einer Aenderung der Geschwindigkeit als der Richtung bestehen. Drittens ist in 5) unter „Bewegung" augenscheinlich nicht Bewegung im absoluten Sinne gemeint, sondern, wie aus den Worten § 10.: „Wenn wirklich einmal alle Kräfte als Stoffbewegungen erkannt sein werden" hervorgeht, Stoffbewegung, wie ja der Verfasser in der Anmerkung

zu § 18. sagt: „sind sie (Licht- und Wärmestrahlen) Bewegung, so muss ein Substrat der Bewegung vorhanden sein, ein Stoff, der sich bewegt.“ Ohne ein solches Substrat, ohne eine Materie ist Bewegung undenkbar. Es hätte dies bei der Definition 5) schärfer hervorgehoben werden müssen. — Der Verfasser fährt in § 20. fort: 6) α) „Jede bewegte Masse übt aber auf einen andern Körper, den sie in Bewegung versetzt, einen Druck oder Zug aus; . . . . β) wir setzen daher überall, wo wir eine Bewegung wahrnehmen, ebenfalls das Vorhandensein eines Druckes oder Zuges voraus. Aus diesem Grunde ist es seit alter Zeit gebräuchlich, den Druck oder Zug, der bei einer Bewegung auftritt, als die Ursache der Bewegung, als die Kraft zu bezeichnen. γ) Indessen kann der Druck oder Zug für sich allein keine Bewegung bewirken; vielmehr muss der Körper, der den Druck oder Zug ausübt, in Bewegung sein, wenn eine Bewegung ausgeführt werden soll; die neuere Physik sagt daher, die Bewegung erzeugende Kraft ist nicht der todte Druck oder Zug, sondern Druck oder Zug in Bewegung, sie ist Arbeit. . . . . δ) In den Ausdrücken Pferdekraft, ... bedeutet dagegen Kraft eigentlich Arbeit, d. i. Druck oder Zug in Bewegung oder Massenbewegung.“ Ferner gegen das Ende des § 20.: ε) „Weiter treten Druck oder Zug sehr häufig für sich allein auf, ohne eine Bewegung hervorzubringen, und ohne dass ihr Träger in Bewegung ist. . . . . ζ) Aus all diesen Gründen wurden Druck und Zug gewöhnlich Kräfte genannt. . . . . η) Auch wir werden in den folgenden Abschnitten Druck und Zug Kräfte nennen und als solche in Betracht ziehen.“ Nehmen wir endlich noch hinzu aus § 21., der von der „Eintheilung der Kräfte“ handelt, die Worte 7) α): „Nach der Art und dem Erfolge der Einwirkung unterscheidet man mechanische, physikalische und chemische Kräfte. Eine mechanische Kraft ist eine solche, die aus der Bewegung eines ganzen Körpers oder einer ganzen Masse besteht, wie der Stoss, der Schlag, die Kraft strömenden Wassers und des Windes u. s. w. β) Da jede bewegte Masse einen Druck oder Zug ausübt, so werden Druck und Zug vorzugsweise mechanische Kräfte genannt, und da die Gesetze der Mechanik auf die ganze Physik Anwendung finden, so betrachten wir zuerst diese mechanischen Kräfte.“ Dieser Complex von Stellen gibt Veranlassung zu verschiedenen Bedenken. Zunächst ist 7) β) nicht klar. Uebt wirklich jede bewegte Masse einen Druck oder Zug aus? Der Verfasser hat doch soeben in 7) α) ausgesprochen, dass auch der Stoss, Schlag u. a. in der Bewegung einer Masse bestehe, oder also, dass letztere auch einen Stoss, Schlag etc. ausübe. Wenn nun auch die Grenze zwischen „Stoss“ und „Druck“ häufig schwer zu ziehen ist, so behandelt doch der Verfasser selbst § 124—126. die Gesetze des Stosses, und nimmt also eine Verschiedenheit vom Druck an. Doch das ist das geringere Bedenken; schwerer dürfte folgendes sein. Die §§ 20—36. der

2. Auflage haben in der dritten grossentheils ganz erhebliche Veränderungen erfahren, ja sie sind z. Th. durch ganz neue Betrachtungen ersetzt worden, zu denen auch die oben unter 6) citirten Stellen gehören. Als eine Verbesserung begrüssen wir es, dass wir doch jetzt nicht mehr überall von „Druck und Zug in Bewegung" und „ruhendem oder todtem Druck" lesen, sondern dass an verschiedenen Stellen, wie 6) γ), 8) ε) ausgesprochen ist, es sei der Körper oder Träger in Bewegung oder Ruhe. Gleichwohl aber kommt die frühere Ausdrucksweise auch jetzt noch vor. Ferner ist die Stelle 7) β) in der 3. Auflage neu hineingesetzt, und damit ausdrücklich hervorgehoben, dass „Druck und Zug" das Fundament der ganzen Physik ausmachen. Um so mehr aber sind wir auch berechtigt, zu fragen: Was versteht der Verfasser unter Druck und Zug? An der der Stelle 7) α) entsprechenden der 2. Auflage (§ 22, b) folgten hinter den Worten „der Schlag" noch die Worte „der Druck," und wir erhielten daher wenigstens darüber Gewissheit, dass nach dem Verfasser Druck (und wohl auch Zug) wirkliche Kräfte sind, und zwar, dass sie zu denjenigen gehören, welche in einer Massenbewegung bestehen; freilich aber enthielt dann der Ausdruck „ruhender Druck" eine contradictio in adjecto. Diese Auffassung nun, welche wir im Früheren erläutert haben, und welche der Verfasser in der 2. Auflage augenscheinlich getheilt hat, dass nämlich gewisse Kräfte mit dem Namen „Druck," „Zug" belegt werden, verlässt der Verfasser jetzt; er kehrt die Sache um, und sagt nicht: „Gewisse Kräfte nennen wir Druck, Zug," sondern umgekehrt: „Den Druck und Zug nennen wir Kräfte," 6) β), 6) ζ), 6) η). Es erscheint daher „Druck und Zug" jetzt als ein gewisses, besonderes Etwas, welches man mit dem einen oder andern Namen bezeichnen könnte. Fügen wir noch hinzu, dass die Stelle 6) ε), aus welcher entnommen werden kann, was der Verfasser unter einem „todten Druck oder Zug" (auch „ruhender Druck oder Zug" genannt, z. B. § 26. 29. 33.) versteht, zwei Seiten weiter hinten sich befindet, und durch die Schrift als minder wichtig bezeichnet ist, sowie, dass in § 33., von welchem sogleich die Rede sein wird, „Druck" mit „Bestreben" identificirt wird, so dass „Druck in Bewegung" ein „Streben in Bewegung" bezeichnen würde, ferner dass daselbst ausser der Unterscheidung des Druckes oder Zuges in einen bewegten und einen ruhenden, noch eine zweite Unterscheidung, in einen arbeitsfähigen und einen arbeitsunfähigen Druck statuirt wird, so dürfen wir wohl den Wunsch aussprechen, der Verfasser möge eine präcise Definition von „Druck" und „Zug" geben, und sich deutlich darüber aussprechen, was er unter dem „Druck oder Zug, der bei einer Bewegung auftritt," 6) β), was er unter „Druck oder Zug in Bewegung," 6) γ), 6) δ), was er unter „Druck oder Zug für sich allein," 6) γ), 6) ε), versteht. Im Uebrigen aber müssen wir das Schwanken des Verfassers in Bezug auf Begriffe,

denen er selbst eine fundamentale Wichtigkeit beilegt, beklagen. — Eine der undeutlichsten Stellen der 2. Auflage war ferner diejenige, (§ 22 c.), welche von der Spannkraft handelte. Der Verfasser hat denn auch ganz davon abgesehen, dieselbe zu verbessern, sondern in der 3. Auflage, in welcher er den Begriff der „Arbeit“ mehr hervorgehoben hat, sie durch eine neue Betrachtung ersetzt. Hier, in der 3. Auflage, lesen wir denn nun in § 33, 8) A): „Wenn ein Körper Arbeit consumirt, indem an ihm ein Widerstand überwunden wird, so erfährt der Körper entweder als Ganzes oder in seinen Molekülen eine Lagenveränderung. In oder vermöge dieser Lagenveränderung enthält der Körper einen Druck, ein Bestreben, in die frühere Lage zurückzukehren; wird das Hinderniss, das diesem Drucke entgegensteht, beseitigt, wozu keine Arbeit nöthig ist, so kehrt der Körper mit jenem Drucke in die frühere Lage zurück, und producirt dieselbe Arbeit, die er bei der ersten Lagenveränderung consumirte. Der veränderte Körper enthält daher die Fähigkeit, die consumirte Arbeit wieder zu produciren. . . . . Man nennt diese Fähigkeit, consumirte Arbeit wieder zu produciren, Spannkraft. . . . . . B) Lebendige Kraft und Spannkraft sind demnach arbeitsfähige Kräfte. . . . . Die beiden arbeitsfähigen Kräfte stimmen darin überein, dass sie Arbeit leisten. C) Man bezeichnet . . . . die lebendige Kraft . . . . mit dem Namen Energie der Bewegung, und die Spannkraft . . . . mit dem Namen Energie der Lage.“ Fragen wir nun, was verstehen wir im gewöhnlichen Leben zunächst unter Spannkraft? Die Antwort ist: Die Kraft, durch welche die Sehne eines Bogens gespannt wird. Der Ausdruck Spannkraft wird aber dann auf die Sehne übertragen; man sagt, dieselbe besitzt Spannkraft, und versteht darunter das Bestreben, in ihre frühere Lage zurückzukehren, also das Bestreben, die consumirte Arbeit zu reproduciren. Hier haben wir zwei Momente: vorhergegangene Consumtion von Arbeit, und Bestreben, eine Arbeit überhaupt zu produciren. Beide sind aber der Erfahrung des gewöhnlichen Lebens nach nicht immer, wie in unserem Beispiele, mit einander verbunden; ein Körper kann Arbeit consumirt haben, ohne das Bestreben zu besitzen, sie (wieder) zu produciren, wie z. B. ein über die Elasticitätsgrenze ausgedehnter Körper; einem solchen schreiben wir keine Spannkraft zu; andrerseits kann ein Bestreben vorhanden sein, Arbeit zu produciren, ohne vorhergegangene Consumtion einer solchen; von einem in der Nähe eines Magneten befindlichen Stücke Eisen sagen wir z. B., es befinde sich in (magnetischer) Spannung; einem auf der Erde liegenden Gewichte schreiben wir Spannkraft zu, welche wir aber mit Druck bezeichnen. Man versteht daher schliesslich im gewöhnlichen Leben unter Spannkraft das Bestreben, Arbeit zu produciren, nicht blos consumirte Arbeit zu reproduciren. Vergleichen wir hiemit die Definitionen des Verfassers. Diesen zufolge

wird in A) stillschweigend vorausgesetzt, dass Consumtion von Arbeit und Bestreben, Arbeit zu produciren, stets mit einander verbunden seien. Ferner wird statt des anfänglichen „Bestreben“ später durchgehends gesetzt „Fähigkeit.“ Endlich ist der Unterschied zwischen lebendiger Kraft und Spannkraft in B) nicht deutlich hervorgehoben; denn offenbar besteht erstere in dem actuell zur Ausführung gekommenen, letztere in dem virtuell gebliebenen Bestreben, Arbeit zu produciren. Wenden wir uns nun zu einem der Beispiele, welche der Verfasser gibt. Derselbe sagt: „Das einfachste und am vollständigsten durchführbare Beispiel ist das Heben eines Körpers.“ Nehmen wir also an, von zwei Körpern von gleichem Gewichte werde der eine, I., auf die Höhe *h* erhoben und in dieser auf ein Brett gelegt, II. bleibe auf der Erdoberfläche liegen. Dann üben beide, I. und II., jedes einen gleichen Druck auf die Unterlage aus; D) „aber wirthschaftlich unterscheidet sich der erstere Druck von dem letzteren; vermöge des letzteren kann niemals etwas geleistet werden, er ist ein todter Druck; vermöge des ersteren kann dagegen Arbeit vollbracht werden; denn nehmen wir die Unterstützung weg, wofür keine Arbeit nöthig ist, so fällt der Körper, es sammelt sich in ihm die Arbeit seines Gewichtes zu immer wachsender, lebendiger Kraft . . . . E) Die lebendige Kraft, die der gehobene Körper entwickeln kann, ist gleich der consumirten Arbeit. Der gehobene Körper unterscheidet sich also von dem am Boden liegenden dadurch, dass er die consumirte Arbeit produciren kann, er enthält die Fähigkeit, die consumirte Arbeit zu produciren, er enthält Spannkraft oder Energie der Lage, während der am Boden liegende Körper wohl einen Druck enthält, aber keine Energie. F) Der Druck des gehobenen Körpers ist ein arbeitsfähiger Druck, der des am Boden liegenden ist ein todter Druck.“ Betrachten wir diese Stelle genauer, so sehen wir zunächst, der Verfasser fasst, nachdem er in A) und B) das anfängliche „Bestreben“ in „Fähigkeit“ umgeändert hat, in D) wieder die „Fähigkeit“ als von äusseren Umständen abhängige „Möglichkeit“ auf („Arbeit kann geleistet werden,“ „nehmen wir die Unterstützung weg“). Ferner versteht der Verfasser offenbar in D) und F) die Fähigkeit (das Bestreben), Arbeit überhaupt zu produciren, in E) aber die Fähigkeit (das Bestreben) consumirte Arbeit zu reproduciren. Nehmen wir nun noch zwei Körper, III. und IV., von demselben Gewichte wie I. und II. an; III. sei auf einen um *h* über die Erdoberfläche erhabenen Berg oder Hügel getragen und dort niedergelegt, IV. liege an der Erdoberfläche, aber auf einem Brette, welches über einen Schacht von der Tiefe *h* gedeckt ist. Versuchten wir nun analog der Durchführung des Verfassers zu entscheiden, welcher von beiden Spannkraft enthält, so müssten wir sagen, nach E) besitze III. Spannkraft, denn er habe ja Arbeit consumirt wie I., IV. aber habe keine Arbeit consumirt

wie II., besitze also keine Spannkraft; nach D) und F) aber müssten wir sagen, III. besitze keine Spannkraft, denn die Unterstützung kann bei ihm so wenig weggenommen werden, wie bei II., IV. aber besitze Spannkraft, denn vermöge desselben könne Arbeit geleistet werden, ebenso wie mit I. So bleiben wir denn auch in der 3. Auflage darüber, was der Verfasser unter Spannkraft versteht, ebenso in Ungewissheit, wie in der 2. Auflage, wo (§ 22, c.) definirt worden war: „Unter Spannkraft versteht man nur noch die Fähigkeit der Massen, unter Umständen wirkungsfähig .... zu werden,“ und doch ist ohne klare Einsicht in das Wesen der „Spannkraft“ das Princip der Erhaltung der Kraft, welches der Verfasser in den beiden folgenden Paragraphen behandelt, nicht zu verstehen.

(Schluss folgt.)

Eisenach. Dr. Weissenborn.

Zum Repertorium.

Physik.

(Bearb. von Dr. Krebs in Frankfurt a/M.)

1. Ueber einen Schulapparat zur Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents von J. Puluj (XXI. Bd. der Sitzb. d. k. Akad. der Wiss. II. Abth., April-Heft, Jahrgang 1875). Der Apparat von Puluj, welcher auch in einem besonderen Schriftchen beschrieben ist, ist folgendermassen beschaffen: Auf die verticale Axe *a* (Fig. 1) einer Centrifugalmaschine ist ein innen wohl ausgedrehter Conus *c* von Gusseisen, in welchen ein anderer aussen polirter Conus *d* genau passt; der letztere reicht nicht ganz bis auf den Boden des ersteren und sieht etwas über denselben hervor; beide zusammen bilden einen Calorimeter. Der Conus *d* trägt eine hölzerne Deckplatte, über welche ein Hebel *hh* gelegt ist; derselbe ist in der Mitte auf der hölzernen Deckplatte befestigt; zugleich hat die Deckplatte und der Hebel in der Mitte ein Loch, in welches ein Thermometer eingesetzt werden kann. Der Conus *d* ist mit Quecksilber gefüllt. An dem einen Ende des Hebels *h* ist eine Schnur befestigt, welche über eine Rolle geht und am anderen Ende eine Wagschale *s* trägt.

Fig. 1.

Wird die Centrifugalmaschine umgedreht, so dreht sich auch der Conus *c* und will den Conus *d* mitnehmen; legt man aber in die Wagschale *s* ein Gewicht von durch den Versuch zu vermittelnder Grösse, so kann man es dahin bringen, dass der Conus *d* nur soweit mitgenommen wird und dann stehen bleibt, bis der Hebel *hh* senkrecht zum Faden

gerichtet ist. Das Gewicht der Schale und der Belastung gibt alsdann die Kraft an, welche die Reibung überwindet, und deren Arbeitsleistung in Wärme umgesetzt wird.

Nun ist aber noch die Reibung an der Axe der Rolle zu berücksichtigen. Die Reibung an der Axe der Rolle beträgt bekanntlich $\sqrt{2P}$, wenn P das Gewicht der Schale und der Belastung ist. Hängt man nun den Faden vom Hebel hh ab und ein Gewicht $\frac{1}{2}\sqrt{2P}$ an, so muss man auf der andern Seite in die Wagschale etwas mehr einlegen, damit die Rolle anfange sich zu drehen, dieses Zulegegewicht lässt sich durch den Versuch leicht bestimmen; es betrug für ein Exemplar des Apparates 0,7 Gramm. Dieses Gewichtchen ist bei der Berechnung von P abzuziehen.

Es gilt nun die Arbeitsleistung der Kraft P zu bestimmen. Man denke sich, was einerlei ist, den Conus d fest, c beweglich und es werde der innere Conus c so von der Kraft P gedreht, dass ihre Richtung stets senkrecht zum Hebel bleibt; dann ist die nach einmaliger Drehung des Kegels geleistete Arbeit:

$$A = 2 l \pi P,$$

wobei l den Hebelarm der Kraft P bedeutet. Nach $n$maliger Umdrehung ist die in Wärme umgesetzte Arbeit:

$$A = 2 n l \pi P.$$

Ist ferner c der Wasserwerth des Calorimeters, α die Zimmertemperatur, Θ die Endtemperatur im Calorimeter nach $n$maliger Umdrehung, so ist die in Calorien ausgedrückte Wärmemenge

$$W = c\,(\Theta - \alpha).$$

Es ist also das mechanische Wärmeäquivalent:

$$J = \frac{2 n l \pi P}{c\,(\Theta - \alpha)}.$$

Werden die n Umdrehungen in 1 Secunde vollführt, so ist bei einer t Secunden dauernden Drehung:

$$J = \frac{2 n \pi l P}{c\,(\Theta - \alpha)} \cdot t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Nun strahlt aber das Calorimeter während des Versuches Wärme aus und es gilt jetzt diese zu finden, der Erfinder des Apparates berechnet diesen Verlust das eine Mal unter der Voraussetzung, dass die Ausstrahlungsgeschwindigkeit der Temperaturdifferenz zwischen dem Calorimeter und der äusseren Luft proportinal sei und das andere Mal nach den allgemeinen Gesetzen der Ausstrahlung mit Zuhilfenahme der Formel von Dulong-Petit.

Beide Berechnungen werden mit höherer Mathematik durchgeführt; der Erfinder benutzt aber nur die erste Formel bei seinen Versuchen und diese lässt sich sehr leicht auch durch folgende einfache Ueberlegung herstellen.

Es sei R die Zahl, welche angibt, wieviel mal J genommen werden muss, damit man die Anzahl der Meterkilogramme erhalte, welche der bei einer constanten Temperaturdifferenz von 1° C. und einer Strahlungsdauer von 1 Sec. verloren gehenden Wärmemenge entsprechen. Ist aber die Temperaturdifferenz nicht constant, sondern wächst sie gleichförmig von $0 - 1^0$, so ist die dem Wärmeverlust entsprechende Zahl von Meterkilogrammen $J \cdot \frac{R}{2}$, und wenn in 1 Sec. die Temperaturdifferenz von $0 - t^0$ zunimmt, so ist die Zahl der Meterkilogramme $= J \cdot \frac{R}{2}\, t;$ findet dabei

die Temperaturerhöhung nicht in 1, sondern in t Sec. statt, so ist die Zahl der M.K. $= J \cdot \frac{R}{2} t^2$; danach erhält man als der im Calorimeter sich wirklich vorfindenden Wärmemenge entsprechende Arbeitsmenge

$$J = \frac{2 n \pi l P}{c(\Theta - \alpha)} \left(1 - \frac{Rt}{2}\right) t. \quad \ldots \ldots \ldots (2)$$

Dieses R lässt sich aus einer Reihe von Versuchen vermitteln; der Erfinder gibt an $R = 0{,}000963$.

Bei der numerischen Berechnung von J ist vor Allem der Wasserwerth des Calorimeters festzustellen. Für ein Exemplar des Apparates war:

das Gewicht des äusseren Conus	22.174	Gramm
„ „ „ inneren „	40.250	„
„ „ „ Quecksilbers		
im Calorimeter	187.770	„
im Thermometer	13.573	„

Das Gewicht des Quecksilbers im Thermometer war nach den Dimensionen desselben berechnet und das Gewicht der Glaskugel und des eingetauchten Röhrenstückes war zu 0,49 Gramm geschätzt worden.

Ist ferner die specifische Wärme für Gusseisen (nach Regnault) 0.11379, für Quecksilber 0.03332, für Glas 0.19768, so findet sich hieraus

$$c = 0.0139987 \text{ Kilogramm.}$$

Die Länge des Hebels war ferner 30.34 Cm. Das Gewicht P betrug ca. 20.5, war indessen bei den einzelnen Versuchen etwas verschieden. Das früher schon erwähnte von P abzuziehende Zulegegewicht betrug 0.7 Gramm.

Aus einer ganzen Reihe von Versuchen findet der Verfasser

$$J = 425.2,$$

was recht gut stimmt.

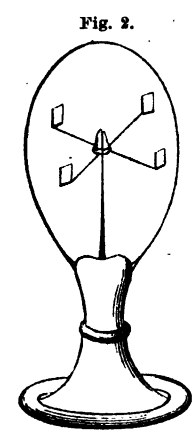
Wenn man nun die Frage aufwirft, ob ein solcher Apparat, obwohl er verhältnissmässig einfach und billig ist, sich für eine „Mittelschule" zum Anstellen von Experimenten eigene, so dürfte dies von den meisten verneint werden; einestheils muss, wie bei allen feineren Messversuchen, mit der grössten Aufmerksamkeit gearbeitet werden, und ausserdem erfordert es immer einer ganzen Reihe von Versuchen; denn sonst erhält man trotz der grössten Vorsicht sehr abweichende Resultate; die niedrigste Zahl, welche der Erfinder angibt, ist 410.6 und die höchste 440.2; beide geben zwar nahezu 425, aber es ist ja nicht immer der Fall, dass man gerade bei 2 Versuchen Zahlen erhält, welche im Mittel nahezu die richtige Zahl ergeben. Bei aller Einfachheit des Apparates ist doch die Operation mit demselben und die Berechnung nebst den Vorversuchen und Correctionen zu umständlich und aufhältlich.

2. Das Radiometer von W. Crookes (Pogg. Ann. Bd. CLVI pag. 448). Das Radiometer oder die „Lichtmühle" ist ein höchst interessantes Instrument, über welches man aber noch keineswegs ins Klare gekommen ist. Es besteht aus einem eiförmigen Glase (Fig. 2), welches völlig luftleer ist, so dass der elektrische Funke nicht mehr hindurchgeht. Im Innern ist eine verticale Metallspitze angebracht, auf welcher ein Glashütchen schwebt. An demselben sind vier senkrecht zu einander stehende horizontale Arme angebracht, welche in 4 viereckige vertical stehende Scheiben enden, die auf der einen Seite geschwärzt sind. Crookes hatte diese Scheibchen aus dem Mark von Sonnenblumen hergestellt; das Exemplar des Apparates,

welches ich von Geissler bezogen (25 Mark), hatte 4 Scheibchen von Aluminium.*)

Sobald man den Apparat dem Lichte aussetzt, fängt er mehr oder weniger rasch zu rotiren an. Eine Kerzenflamme z. B. in einer Entfernung von 20 Zoll lässt den Apparat eine Rotation in 182 Secunden und in 5 Zoll Abstand in 5 Secunden vollführen (Crookes). Die Schnelligkeit der Rotation nimmt beträchtlich ab, wenn farbige Gläser zwischen den Apparat und die Kerze gebracht werden. Schwarzes Glas hebt die Wirkung auch nicht ganz auf; ebenso eine Auflösung von Jod in Schwefelkohlenstoff. Lässt man Kerzenlicht durch eine 20mm dicke Wasserschicht gehen, so erfolgt keine Rotation.

Fig. 2.



Stellt man einen Bunsen'schen Brenner in einiger Entfernung auf und hindert den Luftzutritt, so dass die Flamme hell brennt, so rotirt der Apparat rascher als wenn man die Luft zulässt, obwohl jetzt die Flamme heisser ist. Jedenfalls wirken dunkele Wärmestrahlen schlechter als helle, und wenn alle Wärmestrahlen (durch eine Wasserschicht) abgeschnitten werden, so erfolgt keine Rotation — durch eine Wasserschicht gehen ja noch Lichtstrahlen. Poggendorff meint, in einem absolut leeren Raume würde der Apparat nicht rotiren; er ist der Ansicht, als ob hier eine ungleiche Wärmewirkung der geschwärzten und nicht geschwärzten Flächen auf die, wenn auch in hohem Grade verdünnte Luft vorliege.

Ehe nicht noch weitere Versuche angestellt worden sind, lässt sich nicht mit Sicherheit entscheiden, ob nicht auch die Lichtstrahlen eine Wirkung ausüben; immerhin aber scheint der Name „Lichtmühle“ unpassend zu sein.

3. Das Spektroskop à vision directe mit nur einem Prisma von H. Emsmann (Pogg. Ann. Bd. CL pag. 636) und F. Kessler (Pogg. Ann. Bd. CLI pag. 507). Ein Flintglasprisma hat bekanntlich ein nur wenig stärkeres Brechungsvermögen, aber ein viel stärkeres Zerstreuungsvermögen als ein Crownglasprisma von gleichem brechendem Winkel. Man kann nun ein Flintglasprisma von einem entsprechend (d. h. ziemlich viel) kleinerem brechenden Winkel mit einem Crownglasprisma in verkehrter Stellung verbinden, so dass die Farbenzerstreuung, nicht aber die Brechung aufhört (achromatisches Prima), oder aber man kann ein Flintglasprisma von wenig kleinerem brechendem Winkel mit einem Crownglasprisma verbinden, so dass die Brechung, nicht aber die Farbenzerstreuung aufhört; in diesem Fall erzeugt dieses Doppelprisma, aus welchem kein Strahl parallel seiner ursprünglichen Richtung austritt, noch ein Farbenspektrum (vision directe).

Da nun die gewöhnlichen Spektroskope das Unangenehme haben, dass, wegen der Ablenkung der Strahlen durch das Prisma, das Spaltrohr und das zur Vergrösserung dienende Fernrohr nicht in eine Linie fallen, so hat man darauf gesonnen, durch Verbindung von Crown- und Flintglasprismen ein Spektroskop herzustellen, so dass die ausfallenden Strahlen den einfallenden parallel bleiben. Man hat verschiedenartige Combinationen vorgeschlagen: Amici stellt ein Flintglasprisma zwischen 2 Crownglasprismen, Janssen nimmt 5 Prismen und John Browning 7 solcher, um eine stärkere Zerstreuung zu erhalten.

*) Die 4 rechteckigen Flügel am Radiometer sind, wie Stang meint, Glimmer- und nicht Aluminiumblättchen.



Emsmann nun hat es versucht ein Spektroskop à vision directe mit nur einem Prisma herzustellen. Ein solches (vierseitiges) Prisma hat die Form, wie Fig. 3 zeigt. Fig. 4 gibt einen Durchschnitt. Ein Strahl falle

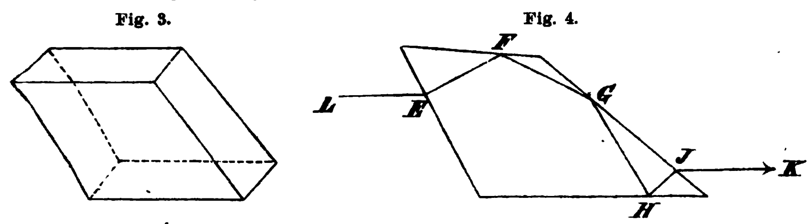


Fig. 3. Fig. 4.

in der Richtung LE ein; derselbe wird nach F gebrochen, bei F total reflectirt, desgleichen bei G und H und endlich tritt er bei J in der Richtung $JK \| LE$ aus.

Wir übergehen hier, in welcher Weise die Winkel des Prismas berechnet werden, damit der erwähnte Effect eintrete.

Ein Spektroskop à vision directe besteht gewöhnlich aus einer ca. 2 Cm. weiten Röhre; an dem einen Ende ist ein verstellbarer Spalt angebracht und an dem andern lässt sich ein kleines Fernröhrchen anschrauben; nahe an diesem Ende ist auch das Prisma eingesetzt. Uebrigens sieht man fast ebenso gut ohne Fernrohr, wenn auch das Spektrum schmäler wird. Ist der Spalt einigermassen weit, so erblickt man nach einer Kerzenflamme, nach dem heiteren Himmel, namentlich nach einer weissen Wolke oder nach einer weissen Wand sehend, ein gewöhnliches Spektrum; macht man den Spalt enger, so bemerkt man auch die Fraunhofer'schen Linien, und sieht man nach einer Bunsen'schen Gaslampe, in deren Flamme ein Platindraht gehalten wird, an dem etwas Kochsalz sich befindet, so zeigt sich die Natriumlinie; ähnlich lassen sich andere helle Linien darstellen; nur ist es gut, wenn es im Zimmer etwas dunkel ist; das Herunterlassen der Vorhänge genügt.

Ein solches ausserdem sehr billiges Spektroskop (9—12 Thlr.) ist also für Schulen sehr empfehlenswerth.

Kessler hat dem Prisma eine etwas andere Form gegeben. Wenn es auch nicht viel verschlägt, dass der austretende Strahl bei dem Emsmann'schen Prisma mit dem einfallenden nicht in eine Linie fällt, so fällt doch ein anderer Umstand störend ins Gewicht, nämlich, dass das Minimum der Ablenkung nicht eingehalten ist und somit das Maximum der Lichtstärke nicht erreicht wird. Bei dem Emsmann'schen Prisma differiren Einfalls- und Ausfallswinkel für alle Strahlen ca. um 20°. Auch ist es gut, wenn die Zahl der totalen Reflectionen (von drei auf zwei) corrigirt wird. Kessler gibt verschiedene Formen für ein solches Prisma an; wir wollen nur ein solches (Fig. 5) hier abbilden, welches eine deltoidische Form hat. (Kessler nennt solche Prismen euthyoptrisch, zum geradlinigen Sehen eingerichtet, und spricht von euthyoptrischen Spektroskopen stattt Spektroskop à vision directe.) Warum sollte man nicht ebenso gut „gradsichtiges" Spektroskop sagen können? Die Winkel des Prisma's ergeben sich aus folgenden Gleichungen:

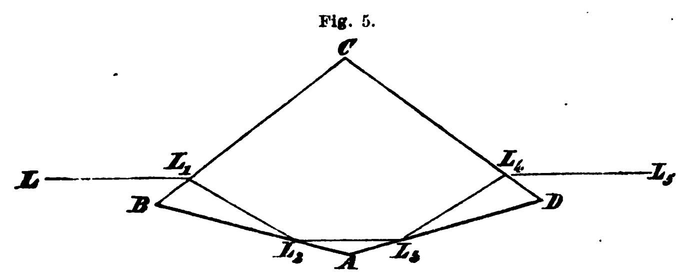
$$C = 2 \text{ arc sin} \left(n \sin \frac{\gamma}{2}\right); \; A - (B + D) = \gamma, \; B = D,$$

wo γ den brechenden Winkel eines gewöhnlichen Prisma bedeutet, mit dem das euthyoptrische in Bezug auf die Dispersion gleichwirkend sein soll. Ist $\gamma = 60$ und der Brechungsexponent 1,64, so wird

$$A = 154^0\,55'; \; B = D = 47^0\,27'\,20''; \; C = 110^0\,10'.$$

Fällt ein Strahl in der Richtung LL_1 auf das Prisma, so geht er in demselben in der Richtung $L_1 L_2$, wird bei L_2 und darauf bei L_3 total

Fig. 5.



reflectirt; zuletzt tritt er in der Richtung $L_4 L_5$ und zwar unter demselben Winkel aus, unter dem er eingefallen ist. Die Dispersion ist also bei dem Prisma von Kessler grösser als bei dem von Emsmann.

4. Methode zur Bestimmung der isothermen Flächen in Krystallen von W. C. Röntgen (Pogg. Ann. Bd. CLI pag. 603). Wenn man eine dünne planparalle Krystallplatte in der Mitte durchbohrt und mit einer dünnen Wachsschicht überzieht, so wird dieselbe, wenn man einen dünnen heissen Messingdraht in die Durchbohrung steckt, entweder kreisförmig oder elliptisch um den Draht herum abschmelzen; es kommt darauf an, welchem System der Krystall angehört und in welcher Richtung der Schnitt geführt ist. Schmilzt das Wachs elliptisch ab, so deutet dies selbstverständlich auf eine verschiedene Leitungsfähigkeit des Krystalles für Wärme nach verschiedenen Richtungen (de Senarmont).

Duhamel unterzog diese Versuche einer mathematischen Behandlung und fand, dass die Längen der Ellipsenaxen sich verhalten wie die Quadratwurzeln aus den für diese Richtung geltenden Wärmeleitungscoëfficienten.

Statt ein Loch in den Krystall zu bohren, könnte man auch den erhitzten Draht einfach aufsetzen, allein v. Lang befürchtet, dass die Ausstrahlung an der Spitze einen störenden Einfluss ausübe. Uebrigens ist Röntgen der Ansicht, dass, obwohl aus seinen (alsbald zu erwähnenden) Versuchen hervorgehe, jener Einfluss könnte wohl vorhanden sein, doch die Störung von keiner grösseren Bedeutung sei.

Die Methode, welche Röntgen anwendet, besteht darin, dass er die Krystallplatte behaucht und alsdann einen mässig heissen zugespitzten Metalldraht aufsetzt; der Hauch verdunstet rasch um die Spitze herum und zwar in kreisförmiger oder elliptischer Gestalt. Streut man nun Lycopodium auf, so bleibt dies auf dem noch nassen Theile der Krystallplatte haften und man kann so die Figur dauernd erhalten.

Diese Methode hat den Vortheil, dass man nicht nöthig hat die Krystallplatte zu durchbohren, dass man leichter eine Fläche behauchen als mit einer Wachsschicht überziehen kann, dass die Messung der Figur leichter gelingt und die Hitze des Metalldrahts nicht so gross zu sein braucht, weshalb diese Methode sich besser zur Untersuchung organischer, leicht zersetzbarer Körper (Holz, Kautschuk etc.) eignet. Auch ist es oft nicht nöthig eine Krystallplatte herzustellen; man kann auch eine Fläche eines grösseren Krystalles selbst behauchen. Einen Nachtheil indessen hat die Methode darin, dass man verschiedene Körper nicht gleich behandeln kann; bei Kupfervitriol ist es z. B. besser erst die Spitze aufzusetzen und dann zu hauchen etc. Eingehendere Versuche hierüber müssen das Weitere bringen.

(Fortsetzung folgt.)

C. Bibliographie.

April.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Buchner, Gegenwart und Zukunft der höheren Mädchenschule. 3. Heft der pädag. Studien herag. v. Rein. Eisenach. Bacmeister. 0,60.
Buxbaum, Die Fortbildungsschule im Grossherzogthum Hessen nach ihrer äusseren u. inneren Organisation. Lpz. Siegismund u. Volkening. 0,40.
Fischer, Die Reform der höheren Schulen. Ein Versuch zur Verständigung. Greifswald. Bamberg. 1.
Mushacke's deutscher Schulkalender f. 1876. 25. Jahrg. Herausg. v. Jenne. Lpz. Teubner. 1,20.
Richter, Kindergarten und Volksschule in ihrer organischen Verbindung dargestellt. Vom Fröbelverein in Berlin gekrönte Preisschrift. Lpz. Brandstetter. 1,50.
Schröer, Unterrichtsfragen. Für Freunde der Schule, Eltern, Lehrer gesammelte kleine Aufsätze. Neue Ausg. Wien. Sallmayer. 1,20.
Schumann, Lehrbuch der Pädagogik. 2. Thl. Die systematische Pädagogik u. die Schulkunde. 3. Aufl. Hannover. Meyer. 4.
—, Die ächte Methode Wolfgang Ratke's. Ein Beitrag zur Lösung der Ratke-Frage. Hannover. Helwing. 1,50.
Strack, Die häuslichen Arbeiten der Schüler. Aus dem Centralorgan f. d. Interessen des Realschulwesens. Lpz. Gülker. 0,75.
Thilo, Die Bildung der Frau in Beziehung auf ihre nationale Aufgabe. Ein Wort zu den Reformen des weiblichen Schulwesens. Breslau. Schletter. 0,30.

Mathematik.

1. Geometrie.

Pickel, geometrische Rechenaufgaben. Ein Anhang zur „Geometrie der Volksschule". Eisenach. Bacmeister. 0,30.
Schurig, Elemente der Geometrie. Leitfaden für den Unterricht in Planimetrie und Stereometrie. 2. Aufl. Mit 210 in den Text gedruckten Holzschn. Plauen. Hohmann. 0,75.
Weith, topologische Untersuchung der Curven-Verschlingung. Zürich. Orelli. 1,50.
Widder, Netze zum Anfertigen stereometrischer Figuren. 2. Aufl. München. Kellerer. 0,35.

2. Arithmetik.

Du Bois-Reymond, Untersuchungen über die Convergenz und Divergenz der Fourier'schen Darstellungsformeln. München. Franz. 4,80.
Feller u. Odermann, das Ganze der kaufmännischen Arithmetik. Zum 6. Male bearb. v. Odermann. 13. Aufl. Lpz. Schulz. 6.
Hein, Uebungsbuch im kaufmännischen Rechnen für Handels-, Gewerbe-, Real- u. Bürgerschulen. 2. Heft. Gotha. Händke. 1,50.
—, Auflösungen. 0,40. Ebd.
Herzog, Darstellung des Metersystems. Lpz. Hässel. 4.
Löbe, Sammlung von Aufgaben aus der Arithmetik. Für Gymnasien, Real- u. höh. Bürgerschulen. 1. Heft. Grundrechnungen mit ganzen unbenannten und gleichbenannten Zahlen. 2. Aufl. Lpz. Brandstetter. 0,75.

Menzel, Aufgaben für das Kopfrechnen. 4. Aufl. v. Steinert. Berlin. Stubenrauch. 2,25.

Valta, Zins und Discont als transscendente Function der Zeit nachgewiesen und mit einer Capitals-Ephemeride versehen. München. Stahl. 0,80.

Physik.

Recknagel, Compendium der Experimental-Physik nach Jamin's petit traité de physique. Deutsch bearb. 3.—5. Abthl. Stuttgart. Meyer & Zeller. à 2,40.

Rühlmann, Handbuch der mechanischen Wärmetheorie mit theilweiser Benutzung von Verdet's théorie mécanique de la chaleur bearb. Braunschweig. Vieweg. 20,80.

Schwalbe, Ueber Wetteraberglauben und die Wetterregeln des gewöhnlichen Lebens. Berlin. Gerschel. 1.

Chemie.

Fleischer, Die Titrirmethode als selbstständige quantitative Analyse. 2. vielf. umg. u. stark vermehrte Aufl. Lpz. Barth. 7,50.

Heyden, Die Salicylsäure u. ihre Anwendung in der Medicin, der Technik u. im Hause. Ebd. 0,80.

Knauer, Elemente der Chemie gemäss den neueren Ansichten. 4. Aufl. Wien. Hölder. 2,90.

Kolbe, chemische Winke für praktische Verwendung der Salicylsäure. Lpz. Barth. 0,40.

Reichardt, Element und Atomgewicht. Hülfstabellen zur Kenntniss des Atomgewichtes, des chemischen Werthes und Verhaltens der Elemente. Halle. Waisenhaus. 0,60.

Richter, kurzes Lehrbuch der organischen Chemie oder der Chemie der Kohlenstoffverbindungen. Bonn. Cohenn. 11.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Hartmann, Darwinismus und Thierproduction. 16. Bd. der Naturkräfte. München. Oldenbourg. 3.

Hoffmann, Zur Specialfrage. Haarlem. Erven Loosjes. 5.

Isis, Zeitschrift für alle naturwissenschaftl. Liebhabereien. Verkehrsblatt f. naturgeschichtl. Kauf u. Tausch. Herausg. v. Dr. Russ u. Düringen. 1. Jahrg. April—Dec. 1876. Berlin. Gerschel. Vierteljährl. 1,50.

Ornithologisches Centralblatt, Organ für Wissenschaft und Verkehr. Im Auftr. der allg. deutschen ornitholog. Gesellsch. herausg. v. Prof. Dr. Cabanis u. Dr. Reichenow. 1. Halbjahrgang. Juli—Dec. 1876. Lpz. Kittler 2.

2. Botanik.

Beiche, Der kleine Botaniker. Ein Hülfsbüchlein beim Aufsuchen und Bestimmen der wichtigsten in Deutschland wildwachsenden und cultivirten Pflanzen. Phanerogamen. 2. Aufl. Langensalza. 2,50.

Eichler, Prof. A. W., Syllabus der Vorlesungen über Phanerogamenkunde. Zum Gebrauch der Studirenden. Kiel. Schwers. 1,60.

Falkenberg, Vergleichende Untersuchungen über den Bau der Vegetationsorgane der Monokotyledonen. Mit 3 Taf. Stuttgart. Enke. 4,80.

Löw, Methodisches Uebungsbuch für den Unterricht der Botanik an höheren Lehranstalten u. Seminarien. 3. Heft. Lpz. Gülker. 1,50.

Rostafinski, Beiträge zur Kenntniss der Tange. 1. Heft. Ueber das Spitzenwachsthum von Fucus vesiculosus und Himanthalia lorea. Mit 3 Taf. Lpz. Felix. 3.

3. Mineralogie.

Helmhacker, Die Mineralogie und Geognosie für Bergschulen. Wien. Gerold 2,80.
Hosaeus u. Weidenhammer, Grundriss der landwirthschaftlichen Mineralogie u. Bodenkunde. 2. Aufl. Lpz. Quandt u. Händel. 1,20.
Leonhard, Die Mineralien Badens nach ihrem Vorkommen. 3. Aufl. Stuttgart. Schweizerbart. 1,20.
Pfaff, Ueber die Bewegung des Firnes und der Gletscher. München. Franz. 0,90.

Geographie.

Adami-Kiepert's Schulatlas. 27 Karten. 6. Aufl. v. Kiepert. Berlin. Reimer. 5.
Andree, Karl, Geographie des Welthandels. Mit geschichtl. Erläuterungen. 2. Aufl. v. Rich. Andree. 1. Lfg. Stuttg. Meyer. 1.
Alpenfreund, Blätter für Verbreitung von Alpenkunde. Hersg. v. Amthor. 9. Bd. Gera. Amthor. 6.
Arendts, Schulwandkarte von Frankreich. 1 : 1280000. 4 Blätter. Miltenberg. Halbig. 6. Auf Leinwand mit Stäben 12.
Hobirk, Wanderungen auf dem Gebiete der Länder- und Völkerkunde. 10. Bd. Skandinavien. Detmold. Meyer. Subscr. Preis 1. Einzeln 1,50.
Leeder, Physikalische Karte der Provinz Schlesien. Für den Schulgebrauch. 1 : 950000. 2. Aufl. Görlitz. Vierling. 0,40.
—, Politische Karte der Provinz Schlesien. Für den Schulgebrauch. Wie vor.
Liebenow, Eisenbahn- und Reisekarte vom Deutschen Reich. 1 : 2000000. Berliner lithogr. Institut. 0,75.
Pape, neueste Karte v. Deutschland und den angrenzenden Ländern mit Angabe aller Eisenbahnen. Langensalza. Beyer. 0,50.
—, Volksschulatlas über alle Theile der Erde. 4. Aufl. Ebd. 0,50.
Rade, Höhenschichtenkarte von Deutschland für den Volksschulunterricht. 1 : 3700000. Zschopau. Raschke. 0,20.
Schwarz, Aus dem Osten. Reisebriefe aus Ungarn, Siebenbürgen, der Walachei, Türkei u. Kleinasien. Chemnitz. May. 3.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Von der allgemeinen deutschen Lehrerversammlung und dem „Lehrertag" in Erfurt.

Wir erhielten, zugleich mit einem Programm und dem Ausstellungskataloge, von dem Vorsitzenden Lehrer Bauer des Ortsausschusses für den allgemeinen Lehrertag in Erfurt folgende Mittheilung:

„Auf dem Lehrertage (6—8. Juni d. J.) hat keine Nebenversammlung der mathem.-naturw. Section stattgefunden; weder vor dem Lehrertage noch während desselben ist eine derartige Sitzung beantragt worden."

Die mathematische Section, welche in den früheren Versammlungen (seit 1867) regelmässig zusammentrat, scheint sonach in Erfurt — vielleicht mit noch anderen Sectionen — selig im Herrn entschlafen zu sein. Dies mag wohl hauptsächlich darin seinen Grund haben, dass diese Versammlung wegen des unglückseligen Zwiespalts zwischen den Anhängern der „freien Versammlung" und des „Lehrertages" diesmal bezüglich der Theilnahme weit hinter ihren Vorgängern zurückblieb. — Die von uns in dieser Zeitschrift schon so oft gewünschte und angeregte und gerade in diese Section gehörige Debatte über die Reorganisation des mathematischen (vielleicht auch naturw.) Seminarunterrichtes, welche die Quelle so vieler Mängel des math. Volksschulunterrichtes und folgerichtig auch der mangelhaften Vorbereitung der Aspiranten der höheren Schulen ist, dürfte dadurch wieder auf mehrere Jahre hinaus vertagt worden sein. Hoffen wir, dass diese Section bei der nächsten Versammlung ihr Auferstehungsfest feiere.

Anregung bezüglich der diesjährigen Naturforscher- und Philologen-Versammlung. *)

Bislang kam uns weder von Hamburg,**) dem projectirten diesjährigen Versammlungsorte der Naturforscher, noch von Tübingen, dem diesjh. Vers.-Orte der Philologen und Schulmänner, eine Nachricht über das Programm der Verhandlungen der mathemat.-naturw. Sectionen zu. Da leider aus dem Mushake'schen Schulkalender selten zu ersehen ist, wer

---

*) Ueber die Wiederholung der „Mathematiker-Versammlung" konnten wir bislang nichts in Erfahrung bringen.

**) S. jedoch Briefkasten!

von den angeführten Lehrern einer Anstalt der Mathematiker oder Naturwissenschafter ist (ein Mangel dieses Kalenders!*), so können wir uns nicht einmal im Interesse der Sache und im Interesse dieser Zeitschrift an die Herren Fachgenossen dort wenden — falls wir nicht zufällig einen derselben kennen. Es ergeht daher an die betreffenden Herren Einführenden dort wiederholt von uns aus die Anregung resp. Aufforderung oder Bitte, uns über das Programm der für die pädagogische resp. mathem.-naturw. Section projectirten Verhandlungen rechtzeitig zu informiren. Es sollte in jeder Stadt, wo eine solche Versammlung tagen soll, schon lange vorher ein reger Wetteifer unter den Lehrern sein, die Verhandlungen der Fachgenossen würdig und zeitig genug vorzubereiten. Werden Vorträge nicht angemeldet, so mögen sie selber ein Programm aufstellen. Wir erlassen daher diesen

Aufruf

an die Fachgenossen in Hamburg und Tübingen.

Auf, auf Ihr Herren dort! Zeigt den deutschen Fachgenossen, dass Ihr Euch regt und nicht die Hände in den Schooss legt! Entwerft selbst ein Programm! Setzt auf die Tagesordnung etwa: das Thema von der „Lehrerbildung für höhere Schulen“ und „die Reorganisation des geometrischen Unterrichts.“ Ladet dann die Fachgenossen von nah und fern in dieser und in anderen pädagogischen Zeitschriften zum Besuche der Versammlung ein. Vielleicht dass doch Einer oder der Andere Eurem Rufe folgt und die Versammlung nicht ein gar zu locales Gepräge erhält! —

Statut des in Cassel gegründeten deutschen Realschulmänner-Vereins.

§ 1. Der Verein hat den Zweck, die Lehrer und Freunde der deutschen Realschule zu einem gemeinschaftlichen Zusammengehen im Interesse derselben zu vereinigen und das gesammte Realschulwesen nach Kräften zu fördern. In Bezug auf die Realschule I. O. bekennen sich die Mitglieder des Vereins zu den Sätzen: a) Die Realschule I. O. ist in dem durch die U. u. P. O. v. 6. Oct. 1859 ihr verliehenen Charakter ein unentbehrliches, auf gesunder Grundlage ruhendes, der Entwicklung fähiges Glied unseres höheren Schulwesens; von den Lehrgegenständen, welche bisher den Lehrplan der Realschule I. O. gebildet haben, ist keiner zu entbehren; sie hält daher den Unterricht in drei fremden Sprachen fest, namentlich bleiben auch im Lateinischen die Anforderungen an die Abiturienten dieselben. b) Die Realschule I. O. gewährt eine der gymnasialen gleichwerthige wissenschaftliche und ethische Bildung, daher ihren Abiturienten die gleiche Berechtigung wie den Gymnasial-Abiturienten gebührt.

§ 2. In den Verein wird als Mitglied aufgenommen: a) jeder an einer deutschen Reallehranstalt wirkende Lehrer, der sich zu einem Beitrage von $^{2}/_{15}$ Procent seines Amtseinkommens verpflichtet; b) jeder Freund des Realschulwesens, welcher einen jährlichen Beitrag von mindestens 3 Mark oder einen einmaligen Beitrag von mindestens 50 Mark bezahlt.

§ 3. Der Verein bildet nach örtlichen Abgrenzungen Zweigvereine. Jedes Mitglied muss einem Zweigvereine angehören. Die Wahl des Zweig-

---

*) Die Herren Fachgenossen sollten in den an die Redaction des genannten Kalenders einzusendenden Verzeichnissen (Tabellen) ihrem Namen immer in Parenthese hinzufügen: „Math. od. Naturw.“ —

vereins steht ihm frei. — Jeder Zweigverein von 20 Mitgliedern hat das Recht, in den Ausschuss ein Mitglied zu entsenden; grössere Zweigvereine entsenden deren so viele, als ihre Mitgliederzahl 20 enthält. — Die einzelnen Zweigvereine haben in ihrer Organisation, wofern dieselbe nicht die Einfügung in den Gesammtverein beeinträchtigt, volle Freiheit.

§ 4. Der Verein wird von einem Ausschusse verwaltet. — Den Ausschuss bilden die Vertreter der Zweigvereine. — Der Ausschuss wählt aus seiner Mitte auf die Dauer von 2 Jahren einen Vorstand von 6 Mitgliedern, von denen je 3 in einem Jahre ausscheiden. Wiederwahl ist gestattet; die das erste Mal Ausscheidenden werden durch das Loos bestimmt. — Der Ausschuss und der Vorstand bestimmen ihre Geschäftsordnung; sie versammeln sich nach Bedürfniss; die durch Reisen u. s. w. entstehenden Kosten werden von der Vereinscasse getragen. — Der Vorstand verwaltet die Gelder des Vereins. Ueber diese Verwaltung hat er dem Ausschuss Rechnung zu legen. — Der Ausschuss muss mindestens einmal jährlich vom Vorstande einberufen werden. Die Beschlüsse des Ausschusses sind für den Vorstand massgebend.

§ 5. Der Vorstand hat jährlich eine allgemeine deutsche Realschulmänner-Versammlung zu berufen, in welcher alle Anwesenden, unabhängig von der Mitgliedschaft des Vereins, stimmberechtigt sind.

§ 6. Aenderungen der Statuten können nur von zwei Dritteln der Mitglieder des Ausschusses beschlossen werden; dieselben sind jedoch dabei an die vorher einzuholende Willensmeinung ihrer Zweigvereine gebunden.

§ 7. In besonderen Fällen, wenn eine Einberufung des Ausschusses unthunlich ist und es sich nicht um Statutenveränderung handelt, können Abstimmungen desselben durch Rundschreiben erfolgen.

Uebergangsbestimmungen. 1. Diejenigen Mitglieder, welche für 1876 drei Fünfzehntel Procent ihres Amtseinkommens als Beitrag gezahlt haben, zahlen für 1877 nur noch ein Fünfzehntel Procent desselben als Beitrag. 2. Bis zum 1. Januar 1877 führt der bisherige provisorische Vorstand die Geschäfte des Vereins weiter; er kann sich durch drei neue Mitglieder verstärken. Auch über diesen Zeitpunkt hinaus führt er die Geschäfte so lange fort, bis ihm von den Zweigvereinen mindestens zehn Vertreter namhaft gemacht worden sind. Bei genügender Anzahl sind diese Vertreter am Schlusse des Jahres 1876 zur Bildung des definitiven Ausschusses und Vorstandes einzuberufen.

Cassel, am 19. April 1876.

Der provisorische Vorstand des Realschulmänner-Vereins.

Dr. **Cramer**, Dir. d. Realsch. I. O. zu Mülheim a. Rh.
Dr. **Evers**, Oberl. a. d. Realsch. I. O. zu Crefeld.
Dr. **Krumme**, Dir. d. Realsch. z. Remscheid.
Dr. **Schacht**, Dir. d. Realsch. I. O. zu Elberfeld.
Dr. **Schauenburg**, Dir. d. Realsch. I. O. zu Crefeld.
Dr. **Schmeding**, Prof., Oberl. a. d. Realsch. I. O. zu Duisburg.
Dr. **Steinbart**, Dir. d. Realsch. I. O. z. Duisburg.

Eine heilsame Lection für junge Lehrer,

gegeben von einer preussischen Schulbehörde.

In einem Aufsatze der (neuen) österreichischen „Zeitschrift für Realschulwesen“ hatten wir u. A. gesagt: „Die hauptsächlichsten Lehrmittel der Schüler, die Lehrbücher werden in der Regel von Lehrern ver-

fasst. Hier ist ein arger Missbrauch zu rügen: die Bücherschreibsucht. Viele Lehrer, oft nur wenige Jahre im Amte, glauben, um „einem tiefgefühlten Bedürfnisse abzuhelfen" oder angeblich „um das zeitraubende Dictiren zu vermeiden" die Schule sobald als möglich mit ihrem Elaborat beglücken zu müssen, welches, ohne wesentlich Neues, sei es Wissenschaftliches sei es Didaktisches zu enthalten, und ohne Rücksicht auf das „*nonum prematur in annum*" nur die Legion der Schulbücher um eins vermehrt. Dieser unglückseligen Vielschreiberei unserer Zeit, die auch auf dem Gebiete der Schule ihre kräftigen Blüthen treibt und deren unlautere Motive: Bequemlichkeit (sich in ein vorhandenes gutes Lehrbuch einzuarbeiten), Eitelkeit, Gewinnsucht und Buchhändlerspeculation sind, soll die Kritik mit verdammendem Urtheil entgegentreten. Niemand verfasse ein Schulbuch, wenn er nicht entweder in Stoff oder in Form wesentlich Neues und Besseres zu bieten vermag als die vorhandenen Guten! Denn nur „das Bessere ist des Guten Feind." Diese unsere Ansicht und Mahnung wird nun durch folgendes Rundschreiben einer preuss. Schulbehörde (s. Centralblatt für d. gesammt. Unterr.-Wesens in Preussen, Januarheft 1876. S. 29) illustrirt und bestätigt:

Herausgabe von Schulbüchern

durch Lehrer höherer Unterrichtsanstalten in Preussen.

Koblenz, den 8. November 1875.

In der Rheinprovinz, wie in andern Provinzen,*) ist wahrgenommen worden, dass die Production von Schulbüchern durch Lehrer höherer Lehranstalten von Jahr zu Jahr über das Bedürfniss hinaus zugenommen hat, eine Wahrnehmung, welche mancherlei Bedenken zu erwecken geeignet ist.

Zur Abfassung wirklich werthvoller Schulbücher bedarf es einer hervorragenden Beanlagung für das Lehrfach, einer langen und reichen Erfahrung in demselben und eines umfassenden und wissenschaftlich begründeten Wissens. Wenn daher jüngere oder in ihrer Fachwissenschaft kaum anders als durch die vorgeschriebenen Examina erprobte Lehrer sich die Aufgabe stellen, ein Schulbuch zu verfassen, so wird der Erfolg in den meisten Fällen nur eine pädagogische Studie, nicht aber eine Leistung sein, die es verdiente in öffentlichen Lehranstalten an Stelle bewährter Bücher eingeführt zu werden.

Gilt dies allgemein, so gilt es doch ganz besonders von den Fundamentalwerken des Unterrichts, Grammatiken, Lesebüchern und Lehrgängen der geschichtlich-geographischen und der mathematisch-naturwissenschaftlichen Disciplinen.

Nicht selten ist es geschehen, dass uns Versuche dieser Art zur Einführung unter wesentlicher Berücksichtigung des Umstandes empfohlen worden sind, dass ihre Verfasser den Schulen, für welche die Einführung gewünscht wurde, als Lehrer angehörten. Die Erheblichkeit des letzteren Umstandes wird stets der genauesten Prüfung bedürfen. Sie wird dann anzuerkennen sein, wenn Autoren von Schulbüchern eigenartige Bedürfnisse der Schulen, an welchen sie wirken, richtig erkannt und denselben entgegenzukommen verstanden haben. Oft aber walten über das Vorhandensein eines solchen Bedürfnisses Täuschungen ob, deren Grund in der unzulänglichen Handhabung eines bewährten Lehrbuches liegt. Es kann nicht gestattet werden, dass Werke mittleren Werthes nur darum, weil es deren Verfassern bequem sein würde, sie zur Grundlage des Unterrichts zu machen, Bücher von unbezweifelter Vorzüglichkeit verdrängen. Viel-

*) Wohl auch anderwärts. D. Red.

mehr wird die überwuchernde Production von Schulbüchern eine wohlthätige Schranke finden, wenn im Allgemeinen schon die Directoren und Rectoren mehr zurückhaltend, als bisher geschehen, den Wünschen nach Einführung solcher Bücher begegnen, deren Verfasser Lehrer der betreffenden Schulen sind. Auch wird grundsätzlich daran festzuhalten sein, dass, je grösser die Bedeutung eines Buches nach der ihm zukommenden Stellung in dem Unterrichte einer Anstalt sein muss, um so weniger davon die Rede sein darf, seine erste Erprobung an einer grossen Unterrichtsanstalt stattfinden zu lassen, und dass hierzu viel eher kleinere Lehranstalten geeignet sind.

Die Herstellung inhaltlich bedeutender und für den Schulgebrauch in jeder Hinsicht empfehlenswerther Lehrbücher ist nach unserer Auffassung eine so schwierige Leistung, dass es uns unbillig erschiene, sie von unsern Lehrer-Collegien an erster Stelle zu erwarten oder zu fordern. Dem ehrenwerthen Streben aber, dem wir auf dem bezeichneten Gebiete vielfach mit dem Erfolge von Leistungen ohne hervorstechende Vorzüge begegnen, müssen wir eine andere Richtung wünschen. Wir müssen wünschen, dass jeder Lehrer einer höheren Lehranstalt neben der Erfüllung seiner nächsten Berufspflichten, vornab um die Vertiefung und Fortführung seiner fachwissenschaftlichen Studien bemüht sei und eine besondere Ehre seines Standes in der Mitarbeit auf dem Gebiete der Wissenschaft erkenne. Der Beweis von wissenschaftlicher Vertiefung und Selbstständigkeit, wie er, wenn auch nicht immer in entsprechenden literarischen Leistungen, so doch jedenfalls im Unterrichte gegeben werden kann, ist eine Forderung, die wir an die Lehrer unseres Aufsichtskreises ohne Ausnahme stellen und der um so mehr genügt werden wird, je mehr die Bearbeitung von Schulbüchern den Wenigen vorbehalten bleibt, die allein hierzu innern Beruf haben können.

Wir machen bei dieser Gelegenheit darauf aufmerksam, dass wir Anträgen, betreffend die Einführung von Büchern, welche vom Jahre 1876 ab im Allgemeinen nur Ostern stattfinden darf, in diesem Jahre bis zum 31. December, in Zukunft alljährlich bis zum 1. December entgegensehen wollen.

Königl. Provinzial-Schul-Collegium.

An
die Directionen und Rectorate sämmtlicher höherer Lehranstalten der Rheinprovinz, einschliesslich der Seminare.

Zwei wichtige Verordnungen des preussischen und des österreichischen Unterrichtsministeriums.

Nachdem seit einigen Jahren und besonders in neuerer Zeit die Klagen (ob berechtigte oder unberechtigte, bleibt dahingestellt) über die Ueberbürdung der Schüler mit Hausarbeiten sich gemehrt hatten, hat sowohl das preussische als auch das österreichische Unterrichtsministerium sich veranlasst gesehen, Verordnungen über das Mass der häuslichen Arbeiten und was damit zusammenhängt zu erlassen.*) Wir theilen diese Verordnungen hier hintereinander mit, weil sie auch für die Lehrer der von unserer Ztschr. vertretenen Fächer von Wichtigkeit sind.

*) Wir glauben übrigens nicht zu irren, wenn wir annehmen, dass die vorzügliche Arbeit von Strack: „die häuslichen Arbeiten der Schüler“ in dessen Centralorgan III.—IV. Hft. d. Jahrg. durch diese Verordnungen veranlasst worden ist.

I. Die preussische Verordnung (dat. v. 14. Oct. 1875).

Häusliche Beschäftigung der Schüler höherer Lehranstalten.

1.

Berlin, den 14. October 1875.

In der häuslichen Beschäftigung der Schüler höherer Lehranstalten das richtige Mass einhalten zu lassen und jeder Ueberbürdung derselben vorzubeugen, hat die Unterrichts-Verwaltung auf allen Stufen seit langer Zeit als einen wichtigen Gegenstand ihrer pflichtmässigen Sorge betrachtet. Die Circular-Verfügung des Ministeriums der geistlichen etc. Angelegenheiten vom 24. October 1837 stellt in dieser Hinsicht die durch die Natur der Sache selbst gegebenen Grundsätze auf, und bezeichnet die Mittel, durch deren strenge und stetige Anwendung das Uebel der Ueberbürdung zu verhüten ist; spätere Verfügungen, insbesondere vom 20. Mai 1854, 7. Januar 1856 und 6. October 1859*) haben bei besonderen Anlässen dieselben Grundgedanken weiter ausgeführt und die Provinzial-Schulcollegien haben die Beobachtungen innerhalb ihres Wirkungskreises, wo es angemessen schien, zu speciellen Mahnungen und Warnungen verwendet. Welchen Werth die Directoren der höheren Lehranstalten und die Lehrer-Collegien selbst im Allgemeinen auf diesen Punkt, als auf eine Lebensfrage der höheren Schulen legen, ist nicht nur aus den Verhandlungen von Directoren-Conferenzen zu ersehen, sondern auch aus den sorgfältigen Bemühungen von Lehrer-Collegien und Lehrer-Vereinen, die Zeit häuslicher Beschäftigung genau zu constatiren, welche von Schülern mittlerer Leistungsfähigkeit an einer bestimmten Schule und in einer bestimmten Classe thatsächlich erfordert wird.

Trotz dieser vielseitigen Bemühungen erheben sich neuerdings wieder Klagen über zu grosse Belastung der Schüler höherer Lehranstalten mit häuslichen Arbeiten als über ein weitverbreitetes Uebel und werden zum Anlass weitgehender Folgerungen über die Haltbarkeit unserer gesammten Schuleinrichtungen gemacht. Obgleich ich die vorgebrachten Klagen in solcher Allgemeinheit und die daraus gezogenen Folgerungen nicht als begründet anerkennen kann, so mache ich doch in Anbetracht der hohen Wichtigkeit der Sache das königliche Provinzial-Schulcollegium wiederholt auf die angeführten Erlasse aufmerksam und ordne zu deren Ergänzung im Einzelnen Folgendes an:

1. Die durch die Dienst-Instructionen den Classen-Ordinarien auferlegte Verpflichtung, zu Anfange jedes Semesters in Verständigung mit den übrigen Lehrern der Classe das Mass der für jeden Lehrgegenstand zu erfordernden häuslichen Beschäftigung festzusetzen und die angemessene Vertheilung auf die einzelnen Tage zu treffen, wird manchmal in dem Zutrauen zu einer schon consolidirten Gewohnheit verabsäumt. Um dies zu vermeiden, ist in das Protocoll der ersten Conferenz des Semesters die Erklärung der einzelnen Classen-Ordinarien aufzunehmen, ob und mit welchem Erfolge der Verständigung die erforderte Festsetzung über das Mass der häuslichen Arbeiten ausgeführt ist, und es ist ferner über Klagen wegen Ueberbürdung, auch wenn dieselben unmittelbar durch den betreffenden Lehrer, den Ordinarius oder den Director erledigt worden sind, eine Notiz in das Protocoll der nächsten Conferenz aufzunehmen. Die Departements-Räthe der königlichen Provinzial-Schulcollegien werden bei Revisionen und bei ihrer Anwesenheit zur Abiturientenprüfung der Ausführung dieser Anordnung ihre Aufmerksamkeit zuwenden und dadurch zugleich Anlass haben, den Gegenstand selbst zur Sprache und Erörterung zu bringen.

---

*) Centralblatt pro 1859 Seite 71, 167 und 686.

2. Für schriftliche Hausarbeiten der Schüler gilt der didaktisch nothwendige Grundsatz, dass nur solche aufgegeben werden dürfen, die von dem aufgebenden Lehrer, selbstverständlich ausserhalb der Lectionszeit, corrigirt werden. Hausarbeiten als Strafe sind nur in den Fällen aufzugeben, wo die Natur des zu bestrafenden Fehlers es veranlasst, aber nicht als das bequemste Strafmittel anzuwenden. Die Directoren sind für die Einhaltung dieser Grundsätze verantwortlich.

3. Die Directoren haben darauf zu achten, ob in einzelnen Classen das Zurückbleiben der Schüler über die normale Zeit hinaus einen höheren Procentsatz erreicht oder zu erreichen pflegt, als dies durch die natürlichen Unterschiede der Begabung des Fleisses bedingt ist, und vorkommenden Falles in einer Specialconferenz mit den Lehrern der betreffenden Classe zu untersuchen, ob zu hohe Ansprüche eines Lehrers oder der Lehreinrichtung selbst diesen sehr beachtenswerthen Uebelstand veranlassen.

4. Die königlichen Provinzial-Schulcollegien wollen die Directoren aller höheren Schulen ihrer Provinz auffordern, an den Schluss der Schulnachrichten des nächsten Programms eine Bemerkung folgenden Inhalts zu setzen:

„Die Schule ist darauf bedacht, durch die den Schülern aufgegebene häusliche Beschäftigung den Erfolg des Unterrichts zu sichern und die Schüler zu selbstständiger Thätigkeit anzuleiten, aber nicht einen der körperlichen und geistigen Entwickelung nachtheiligen Anspruch an die Zeitdauer der häuslichen Arbeit der Schüler zu machen. In beiden Hinsichten hat die Schule auf die Unterstützung des elterlichen Hauses zu rechnen. Es ist die Pflicht der Eltern und deren Stellvertreter, auf den regelmässigen häuslichen Fleiss und die verständige Zeiteintheilung ihrer Kinder selbst zu halten; aber es ist eben so sehr ihre Pflicht, wenn die Forderungen der Schule das zuträgliche Mass der häuslichen Arbeitszeit ihnen zu überschreiten scheinen, davon Kenntniss zu geben. Die Eltern oder deren Stellvertreter werden ausdrücklich ersucht, in solchen Fällen dem Director oder dem Classen-Ordinarius persönlich oder schriftlich Mittheilung zu machen, und wollen überzeugt sein, dass eine solche Mittheilung dem betreffenden Schüler in keiner Weise zum Nachtheile gereicht, sondern nur zu eingehender und unbefangener Untersuchung der Sache führt. Anonyme Zuschriften, die in solchen Fällen gelegentlich vorkommen, erschweren die genaue Prüfung des Sachverhalts und machen, wie sie der Ausdruck mangelnden Vertrauens sind, die für die Schule unerlässliche Verständigung mit dem elterlichen Hause unmöglich."

Schliesslich veranlasse ich das königliche Provinzial-Schulcollegium, in dem Verwaltungsberichte, der am Schlusse des Jahres 1876 über die Gymnasien für die Jahre 1874—76 einzureichen ist, und ebenso später seiner Zeit in Betreff der Real- und höheren Bürgerschulen, der Frage über das richtige Mass der häuslichen Beschäftigung der Schüler seine besondere Aufmerksamkeit zuzuwenden.

Der Minister der geistlichen etc. Angelegenheiten.
Falk.

An
sämmtliche königliche Provinzial-Schulcollegien
U. II. 5336.

2.

Koblenz, den 25. October 1875.

Indem wir den Leitern der uns unterstellten höheren Lehranstalten die strengste Nachachtung des vorstehenden Rescriptes des Herrn Ministers der geistlichen Angelegenheiten zur Pflicht machen, finden wir uns noch zu folgenden Bemerkungen veranlasst.

Den Directoren (Rectoren) und den Classen-Ordinarien liegt die Controlle darüber ob, dass die von dem Herrn Minister unter 1. in Erinnerung gebrachten Einrichtungen nicht blos im Anfange jedes Semesters getroffen, sondern auch ununterbrochen aufrecht erhalten werden. Zu diesem Zwecke empfiehlt es sich, wie an nicht wenigen Anstalten unseres Ressorts bereits geschieht, die Classenbücher, deren Bestimmung es überhaupt ist, ein Referat über Leben und Wirken der Schule in knappester Form darzustellen, zugleich als Aufgabebücher dienen zu lassen.*) Werden hierbei die Aufgaben unter dem Datum, für welches sie gestellt sind, notirt, so wird damit ein bequemer Ueberblick über die von den Schülern geforderte häusliche Arbeit gewonnen. Falls ein solcher ein unbegründetes Abgehen von der festgesetzten Ordnung oder eine unangemessene Steigerung der Forderungen ergäbe, würden die Ordinarien und eventl. die Directoren (Rectoren) auf die nöthige Remedur hinzuwirken haben.

Wenn in den Classenbüchern, wie die Strafen überhaupt, auch die sogenannten häuslichen Strafarbeiten notirt werden, dürfte es nicht schwierig sein, der hier und da auch in unserm Verwaltungsbezirke bemerkten unpädagogischen Anwendung dieses Strafmittels zu steuern.

In nicht wenigen Fällen haben unsere Departements-Räthe bereits darauf hingewiesen, dass in dem fremdsprachlichen Unterrichte der unteren und mittleren Classen vielfach eine unangemessene Zahl von sogenannten Pensen (Exercitien) und eine viel zu geringe Zahl von Classenarbeiten (Extemporalien) zur Correctur geht. Erfahrungsmässig werden aber die Pensen auf den gedachten Stufen von einem grossen Theile der Schüler unselbstständig absolvirt und verfehlen dann unter lästiger Vermehrung des Schreibwesens ihren Zweck. Eine Verminderung des Schreibwesens wird bei gebührender Betonung des Extemporales erzielt werden können. Allerdings werden hiermit die Ansprüche an den von den Lehrern ausserhalb der Lectionszeit auf die Correcturen zu verwendenden Fleiss gesteigert, doch erweckt dieser Umstand mit Rücksicht auf den Eifer und die Gesinnung unseres höheren Lehrstandes, wie auf seine materiell gehobene Lage zur Zeit kein Bedenken.

Ueberhaupt wird die Erreichung des von dem vorstehenden Ministerial-Rescripte gesteckten Zieles in der Hauptsache von einer Steigerung des Fleisses und der Kunst in der Didaxis unserer Schulen abhängen. So rührt z. B nach unseren Wahrnehmungen die beklagte Ueberbürdung unserer Schüler bis zur obersten Classe hinauf vielfach von einer die Kraft der Schüler überschätzenden Behandlung der fremdsprachlichen Lectüre her. Es ist der Grundsatz, dass die Aufgabe der Präparationen auf einen bestimmten Abschnitt fremdsprachlicher Lectüre, mit nur wenigen Ausnahmefällen, von dem Lehrer in einem bestimmten Theile der Lehrstunde so gut wie jede andere Schulaufgabe gehörig vorbereitet werden muss, noch keineswegs allgemein anerkannt. Die gründliche Anwendung desselben aber wird die Schüler, namentlich, wenn es sich um ihre Einführung in die Lectüre von ihnen noch nicht gelesener Schriftwerke oder Schriftsteller handelt, voraussichtlich befähigen, die ihnen von Stunde zu Stunde gestellten Aufgaben in viel kürzerer Zeit als jetzt oft der Fall, und zugleich mit grösserem Erfolg und Nutzen zu bewältigen.

Schliesslich veranlassen wir die Directoren (Rectoren), in dem nächsten Verwaltungsberichte der Frage über das richtige Mass der häuslichen Beschäftigung der Schüler ihre besondere Aufmerksamkeit zuzuwenden.

Königliches Provinzial-Schul-Collegium.

An
die Directionen und Rectorate sämmtlicher höherer
Lehranstalten der Rheinprovinz.

*) Ich erlaube mir hierzu noch die Bemerkung, dass diese Einrichtung in Sachsen schon lange (auch in Privatinstituten) besteht. D. Red.

II. Die österreichische Verordnung (dat. vom 17. Febr. 1876).

Erlass des Ministers für Cultus und Unterricht vom 17. Februar 1876, Z. 2501, an sämmtliche Landesschulbehörden, betreffend die Ueberbürdung der Schüler an Mittelschulen.

Seit geraumer Zeit mehren sich die Beschwerden über die Ueberbürdung der an Mittelschulen studirenden Jugend. Uebereinstimmende Klagen von Schulmännern und Laien lenken die Aufmerksamkeit auf sich und ich sehe mich um so mehr zu ernster Würdigung dieser Erscheinung veranlasst, als diese Beschwerden in den Berichten der Landesschulinspectoren vielfach Bestätigung finden.

Der Unterrichtsverwaltung erwächst hieraus die Pflicht, den Ursachen des bezeichneten Uebelstandes, durch welchen die natürlichen Schwierigkeiten des Unterrichtes erhöht und die Kräfte der Jugend über Gebühr in Anspruch genommen werden, gewissenhaft nachzuforschen.

Die Momente, welche vereinzelt oder vereint diese Ueberbürdung der Schüler herbeiführen, liegen entweder in fehlerhafter Beschaffenheit der Lehrtexte oder in Mängeln der Behandlung des Lehrstoffes an der Schule oder endlich in der Ausserachtlassung jener nothwendigen Beschränkung, welche durch die Coexistenz verschiedener Lehrgegenstände jeder einzelnen Disciplin auferlegt sein sollte.

Was das ersterwähnte Moment anbelangt, kann ich nicht umhin, auf die Thatsache zu verweisen, dass manche Lehrbücher bei Erneuerung der Auflagen allmälig nach Umfang wie Darstellung den Charakter von Handbüchern angenommen haben, so dass kaum die Hälfte des gebotenen Materiales in wiederholendem Unterrichte bewältigt werden kann.

Dagegen bieten Bücher, welche sich innerhalb der richtigen Grenzen halten, manchen Lehrern durch ihren scheinbar dürftigen Inhalt oder die mehr elementare Darstellung zu reichlicher Zugabe von Lehrstoff Anlass, sei es durch Dictate, sei es in freier Rede bei der sogenannten Erklärung. Endlich sind Fälle zu verzeichnen, wo trotz strenger Verbote das Lehrbuch durch Schriften partienweise oder gänzlich ersetzt wird.

In Betreff des zweiten Momentes strebt die Unterrichtsverwaltung schon seit Jahren die beobachtenden Mängel in der Behandlung des Lehrstoffes zu beseitigen. Indem ich in dieser Beziehung auf die diesen Gegenstand behandelnden Verordnungen und Erlässe verweise*), beschränke ich mich darauf, in Kürze diese Mängel in der eigentlichen Kunst des Unterrichtens abermals zu bezeichnen.

Als solche müssen vor Allem genannt werden:

Die häufig stattfindende blosse Vorlegung (Vortrag) des Lehrstoffes statt der Bearbeitung desselben unter beständiger Erprobung der Auffassung der Schüler, die zu geringe Auswahl, Gliederung und Hervorhebung der Hauptsachen und die Ausserachtlassung des Unterschiedes zwischen den beiden Lehrstufen.

Die Folgen dieser Mängel machen sich in vielen Fällen in bedenklicher Weise bemerkbar, indem ein allzugrosser Zeitverbrauch ausser Verhältniss zu dem durch einen solchen Unterricht erzielten Erfolge steht und die erwachsende Nothwendigkeit häuslicher Nachhilfe das Vertrauen einer Bevölkerung erschüttert, welche von der Schule mit Recht erwarten darf, dass sie der häuslichen Thätigkeit des Schülers nicht mehr zumuthe, als dieser mit eigenen Kräften zu leisten vermag.

Besonders schwere Nachtheile zieht die als drittes Moment genannte Ueberschreitung nach sich. Denn wenn einzelne Lehrer ausser Acht lassen,

*) Ministerial-Verordnung vom 31. August 1852, Z. 9105, vom 30. Mai 1853, Z. 5512, Ministerial-Erlass vom 7. März 1855, Z. 3442 u. a.

welche Beschränkung jeder Disciplin des Lehrplanes aus ihrer Stellung im Organismus des Unterrichtes erwächst, so erscheint der Eintritt eines Uebergewichtes einzelner Disciplinen und mithin Einseitigkeit des Unterrichtes unausweichlich. Dieser Missstand wird in dem Masse empfindlicher, als auf bestimmten Leistungen in der einzelnen Disciplin mit Energie bestanden wird, und es kann dann eine Ueberspannung der Forderungen überhaupt und in der Folge Entmuthigung solcher Schüler nicht ausbleiben, welche richtig bemessenen Anforderungen zu entsprechen vermöchten, nun aber den all- oder mehrseitig gesteigerten Ansprüchen nicht mehr genügen können. Bei andern Schülern wieder wird Ueberanstrengung der Kräfte erzwungen, die — von physischen Nachtheilen abgesehen — zu mechanischer Geistesthätigkeit führt. Jedenfalls aber ist ungleiche Vertheilung der Arbeit, namentlich der schriftlichen Aufgaben ein schwerer Uebelstand, welcher die Gründlichkeit beeinträchtigt, Flüchtigkeit begünstigt, nicht selten zu Unredlichkeit verleitet.

Die bisher erwähnten Verhältnisse verpflichten die Unterrichtsverwaltung diesen Thatsachen gegenüber ihren Standpunkt und die zu ergreifenden Massnahmen festzustellen. Was zunächst die schon zugelassenen, in irgend welcher Richtung zu weit gehenden Lehrbücher anbelangt, wird es der Unterrichtsverwaltung obliegen, die Zulassung neuer Auflagen davon abhängig zu machen, dass dieselben den Lehrzielen genau angepasst erscheinen und dass ihr Umfang so weit eingeschränkt werde, dass das Gebotene in der zugemessenen Unterrichtszeit ohne Ueberhastung mit Schülern durchschnittlicher Begabung vorgenommen werden kann. So lange solche Bücher einer Umarbeitung im bezeichneten Sinne nicht unterzogen werden können, bleibt es Pflicht des Lehrers die strengste Auswahl im Stoffe zu treffen.

Neuen Lehrbüchern, welche es in jenen Stücken versehen, oder welche den schon zugelassenen nicht wenigstens gleichwerthig befunden werden, muss die Zulassung versagt werden. Unter allen Umständen wird es mir aber zur Befriedigung gereichen, wenn durch die freie Thätigkeit erfahrener Schulmänner, welche schon manches treffliche Buch geschaffen hat, die Lücken der heimischen Schulliteratur allmälig mit Büchern ausgefüllt werden, welche an der Beschränkung auf das Wesentliche sowie am Lehrton erkennen lassen, dass sie aus dem Leben der Schule hervorgegangen sind.

Für das Gymnasium, dessen Aufgabe sich richtig bestimmt und unter normalen Verhältnissen lösbar erwiesen hat, schiene mir eine Verrückung der Ziele des Organisationsentwurfes gegenwärtig nicht gerechtfertigt. Dagegen wird bezüglich der in den älteren Lehrplänen der Realschulen vorgeschriebenen Ziele für einzelne Fächer eine Ermässigung einzutreten haben und ich behalte mir vor, die entsprechenden Anordnungen vor Beginn des nächsten Schuljahres zu treffen.

Eine Verordnung dürfte kaum ausreichen um alles Uebrige zu regeln, was die Entlastung der Schüler herbeiführen soll.

Denn wie genau auch eine Vorschrift in's Einzelne gehen und an sich zweckmässig sein möchte, so wird doch stets der Erfolg wesentlich von dem Pflichteifer und der Berufstüchtigkeit der zu ihrer Ausführung Berufenen bedingt sein.

Wenn einerseits die Fehlgriffe und Mängel im Lehrverfahren häufig im Uebereifer älterer und in der Unsicherheit jüngerer Lehrer ihre Erklärung finden, so erscheint es andererseits unzweifelhaft, dass der Director den entscheidendsten Einfluss auf die innere Gestaltung der Schule zu nehmen vermag, wenn er — ohne die Verwaltung der Lehranstalt zu vernachlässigen, — seine Hauptaufgabe in der Leitung des Unterrichts sucht.

Mindestens wird er verhüten oder abstellen können, was dem Geiste der Institutionen zuwiderläuft. Und in der That rechtfertigen es die bei Wechseln in der Direction über Aufschwung und Sinken der Lehranstalten gemachten Erfahrungen, wenn die volle Verantwortlichkeit für den Zustand der Schule dem Director zugemessen wird.

Es war — wenn überhaupt je ausführbar — bisher unthunlich, ausreichende Massnahmen zu treffen, durch welche Lehramts-Candidaten noch vor dem Eintritte in den Beruf eine bewährte Lehrmethode ihrer speciellen Fächer und die Sicherheit in der Führung von Classen sich anzueignen vermöchten. Ihre pädagogische Ausbildung muss somit zumeist der Praxis im Schulamte überlassen bleiben. Bei diesem Umstande, sowie in Anbetracht der noch immer überwiegenden Nothwendigkeit, dem Anfänger sogleich das volle Stundenmass einer ordentlichen Lehrkraft zuzutheilen, erhöht sich die Pflicht des Directors, denselben in den Beruf einzuführen. Er wird dem Anfänger nach den bestehenden Weisungen (Ministerial-Erlass vom 24. Juli 1856, §§ 19 und 20) im Vorhinein und auf Grund der beim Hospitiren gemachten Wahrnehmungen mit Rath und That an die Hand zu gehen, ihm Einblick in das Vorgehen älterer Lehrer zu verschaffen und dafür zu sorgen haben, dass er in den Lehrerconferenzen seine Begriffe über Mass, Ziel und Methode des Unterrichtes zu klären vermöge.

Wenn einerseits der Director die Conferenzen in so sachgemässer Weise leitet und andererseits die Ordinarien die ihnen angewiesene Stellung ausfüllen, werden sich die Schwierigkeiten mindern, welche das Fachlehrer-System mit sich bringt. Hierüber reichen die im Anhang XIV und XV und im § 97 des Organisations-Entwurfes gegebenen Weisungen vollkommen aus. Von jedem andern Mittel die Einheitlichkeit der Führung einer Classe herzustellen, muss aus dem Grunde abgesehen werden, weil die Gefahr einseitigen Unterrichtes nicht erhöht und die tiefere wissenschaftliche Ausbildung des Lehrers nicht geopfert werden darf.

Dagegen muss mit allem Nachdruck darauf bestanden werden, dass die Anzahl der in jeder Unterclasse beschäftigten Lehrer auf das geringste beschränkt werde.

Ich ersuche sonach den k. k. Landesschulrath angelegentlichst, die Ausführungen dieses Schreibens im Auge zu behalten und sie auch den Directoren der Mittelschulen eindringlich einzuschärfen.

Insbesondere sind die letzteren bei diesem Anlasse auf ihre Pflicht aufmerksam zu machen, durch fleissiges Hospitiren sich von der Lehrthätigkeit und dem Pflichteifer der Lehrer unmittelbare Anschauung zu verschaffen, damit sie vor Allem, wo es nöthig sein sollte, einzugreifen vermögen. Dadurch werden sie zugleich in den Stand gesetzt, ihren amtlichen Auskünften jenen Grad objectiver Begründung zu geben, welcher allein den Werth des Urtheils bestimmt. Auch spreche ich den Wunsch aus, dass die Directoren über ihre Bemühungen um die Anfänger im Lehramte so genaue Angaben in den Schulberichten machen, dass die Landesschulbehörde diese wichtige Thätigkeit nach Umfang und Erfolg zu beurtheilen vermag.

Von den Landesschul-Inspectoren erwarte ich, dass sie, eingedenk ihrer Verantwortlichkeit für die genaue Befolgung der bestehenden Normen, sich die vorstehenden Andeutungen stets gegenwärtig halten, insbesondere bei Visitationen der leitenden Thätigkeit der Directoren die vollste Aufmerksamkeit zuwenden, dass sie ihren bezüglichen Wahrnehmungen in den Berichten Ausdruck leihen und dass sie in kräftiger Oberleitung der ihrer Inspection zugewiesenen Schulen ihre hauptsächliche Aufgabe erblicken werden.

Zur Journalschau.

Pädagogik und Schulkunde.

1. Strack's Centralorgan. IV. Jahrgang (1876).

Vorbemerkung der Redaction. Obgleich wir annehmen dürfen, dass in den Realschulen des deutschen Reichs, ganz gewiss aber in Preussen überall, wo unsere Zeitschrift gehalten wird, auch das Strack'sche Centralorgan aufliegt, so dürfte das doch nicht in Gymnasien und auch nicht an allen Realschulen anderer Länder sein und wir hoffen deshalb, dass diese (ausführlichere) Journalschau nicht als „überflüssig" werde betrachtet werden.

Heft I enthält ausser einem sehr lesenswerthen und zu beherzigenden Vorworte vom Herausgeber Dr. Strack, welches ein helles Streiflicht auf den Kampf wirft, der im deutschen Reiche unter dem Rufe „Gleichheit des Rechtes, weil Gleichheit des Werthes" um die Gleichstellung der Realschule mit dem Gymnasium geführt wird. Dann folgt unter I. Abhandlungen: ein Aufsatz: Die deutsche Prosalectüre in den mittleren Classen der Realschule von Dr. Peters in Bochum, worin auch ein „Kanon für die Privatlectüre" angegeben wird. Es folgen unter II. Recensionen und Anzeigen von Büchern: *A)* Literatur über die Realschulfrage: Diesterweg's Wegweiser (für Realschulen? D. Ref.). *B)* anderweitige Schriften: Schulkalender, dann eine sehr ausführliche Recension von Benecke's französischer Schulgrammatik (angeblich gegenwärtig das gediegenste Buch dieser Gattung), Arndt, Mikroskop, Kräpelin, Leitfaden für den bot. Unterricht; Albrecht, Lehrbuch der Gabelsberger Stenographie. *C)* Programmenschau. *D)* Journalschau. Die Rubrik III. Vermischtes ist diesmal leer. — IV. Archiv: Schulregulativ für die Realgymnasien Baierns. — V. Schulnachrichten. — VI. Personalnachrichten (am Schlusse Vacanzen.)

Heft II enthält einen sehr interessanten Aufsatz: „Auch ein Wort zur Concentration und zur Reform der Realschulen" von Dr. Butz in Lauenburg a. E. und knüpft an einen früheren Aufsatz ders. Z. (III. Heft 11) von Staupe „Wie kann der Unterricht der Realschulen I. O. concentrirt werden?" an. Den „Concentrationspunkt" sucht Verf. nicht in einem Lehrobject (wie das Gymnasium), sondern in der wissenschaftlichen Methode (Form). Die „Reform" der R. setzt Verf. ausser in wenigen Organisations-Aenderungen der R. I. O. vorzugsweise in die Gleichberechtigung mit dem Gymnasium und nennt die so berechtigte R. dann Realgymnasium. Sie behält als allgemeine Bildungsanstalt das Latein, während jene Schulen, welche nur auf bürgerlichen Beruf vorbereiten, und schlechthin „Realschulen" heissen, ohne Latein sind. In II. Recensionen etc. wird in *A)* 1) das Statut des preussischen Realschullehrer-Vereins und das Rundschreiben, welches sein gegenwärtiger Ausschuss erlassen hat, mitgetheilt. Beide Schriftstücke sind wichtig, weil der Leser aus ihnen ersieht, wie man in Preussen bezüglich der Realschulfrage in geschlossener Phalanx vorgeht und wie fest man — im Gegensatze zur österr. R. — am Latein hält. Der (geographische) Schwerpunkt der Realschulagitation (wenn man so sagen darf) liegt in der Rheinprovinz. Unter den recensirten 16 „anderweitigen Schriften" (denen wir eine bessere Ordnung hinsichtlich der Materie wünschten), ist besonders hervorzuheben die Naturgeschichte von Schilling. Was dort der Recensent E. Loew über S. und seine zahlreichen Concurrenten sagt, ist sehr zu beherzigen. Hoffentlich wird das dazu beitragen, dass unsere naturgeschichtlichen Schulbücher bald ein anderes Gewand anziehen werden. Nach einer Programm- und Journalschau

folgt noch ein interessantes „Vermischtes.“ Hierauf: Archiv (bair. Schulordnung). Zum Schluss erfahren wir das Regulativ über die Abhaltung des pädagogischen Probejahres a. d. h. Staatsschulen in Hamburg. (Also auch dort spukt das Probejahr noch!) Weiter wird mitgetheilt eine Ministerial-Verfügung, nach der man in Preussen diejenigen kathol. Geistlichen, welche an h. Schulen angestellt sind (wahrscheinlich als Religionslehrer) und welche die vorschriftsmässige Prüfung nicht abgelegt haben, entlässt. Für die Schuldisciplin wichtig ist eine Verfügung des k. Provinzialschul-Collegiums in Stettin, welche den Gasthausbesitzern bei Vermeidung einer Geldstrafe resp. Concessionsentziehung verbietet, Schüler zu bewirthen, die ohne Begleitung ihrer Eltern sind. (Die Polizeiverordnung ist abgedruckt.) Wäre auch in andern Staaten nachzuahmen! — Den Schluss bilden die Schulnachrichten.

Heft III—IV. Dieses Doppelheft beginnt mit einem sehr interessanten und zeitgemässen Aufsatze über „die häuslichen Arbeiten der Schüler“ vom Herausgeber. Da dieser Gegenstand wegen der durch die Klagen des Publicums provocirten sogenannten Ueberbürdungsverordnungen (s. dieselben in d. Hfte. S. 326 ff.) seitens des preuss. und österr. Unterrichtsministeriums zu einem pädagogischen brennenden Tagesthema geworden ist, so dürfte diese Arbeit, die das Thema so eingehend und gründlich behandelt, wie es unseres Wissens noch nirgends geschah, den Lehrern, nicht blos den Realschullehrern, um so willkommener sein.

Die Arbeit zerfällt in sechs Abschnitte, von denen jeder das Resultat der Untersuchung am Schlusse in einem „Ergebniss“ zusammenfasst, deren wörtliche Mittheilung hier zu viel Raum beanspruchen würde. Sie betreffen 1. das Mass der häuslichen Arbeiten; 2. die Incompetenz des Urtheils der Eltern über dieselben; 3. die Ohnmacht der Ordinarien und Directoren, der Ueberbürdung „dauernd und in jedem Falle“ (absolut) vorzubeugen; 4. die Unzulänglichkeit der Instruction der Directoren und Ordinarien seitens der Schulbehörde das Uebel zu verhüten (Präventivmassregeln); die Directoren können nur unterdrücken und heilen; 5. die Unzulänglichkeit der Ministerialrescripte, die nur Winke ertheilen und die weitere Bestimmung der zu treffenden Massregeln dem Director und den Lehrergruppen überlassen. In 6. sucht der Verf. selbst das rechte Mass und die „angemessene Vertheilung“ festzusetzen. Wir fassen seine fest ausgesprochenen und interessanten Ergebnisse zusammen in Folgendem:

1. Jeder Lehrer hat für jede Lehrstunde in der Regel eine halbe Stunde für die Hausarbeit zu beanspruchen.
2. Als höchstes Zeitmass für häusliche Arbeiten ist per Woche die Hälfte der Lehrstunden unabänderlich durch Gesetz (Ministerialverordnung) zu bestimmen.
3. Die Ferienarbeiten sind vom Unterrichtsministerium zu verbieten.
4. Bezüglich der Hausarbeiten muss aber nach Alter und Classe eine Steigerung stattfinden, nämlich für

VI—V	ist	das	höchste	Mass	per	Tag	$1\frac{1}{2}$	Std.
IV—III	„	„	„	„	„	„	2	„
IIIa—IIb	„	„	„	„	„	„	$2\frac{1}{2}$	„
IIa—I	„	„	„	„	„	„	3	„

Dies sind doch einmal bestimmte und fest ausgesprochene Grundsätze (Thesen), über die sich discutiren lässt, und wir wünschen, dass sie den weiteren Verhandlungen über diesen Gegenstand — auch ausserhalb Preussens und des deutschen Reichs — zur Grundlage dienen möchten.

Hierauf folgt ein Aufsatz von Mahrenholtz in Halle: „An welche Classe d. h. Schule soll sich die Berechtigung zum einjährigen Militär-Dienst knüpfen?“ Verf. ist der Ansicht, dass diese

Berechtigung schon den aus der IIIa Austretenden, sowohl in Gymnasien als auch in Realschulen, zu geben sei, und motivirt dies.

Hierauf folgen Recensionen und Anzeigen von Büchern. Dann wird die Broschüre „Der Realunterricht in Preussen und Baiern" (München) besprochen. Hierauf folgen nicht weniger als 46 Recensionen anderweitiger Schriften in bunter Reihe, darunter ca. 29 aus dem Gebiete der Mathematik und Naturw. einschl. Geographie. Hierauf Programmschau (21 Programme, unter denen auch österreichische). Aus dem Archiv ist bemerkenswerth die Mittheilung der Verhandlungen über die Zahl der Pflichtstunden der Lehrer an Gymnasien und Realschulen in Preussen (22—24) und die Bekanntmachung vom 12. August 1874 über die neue Prüfungs-Commission für Candidaten des h. Schulamtes in Jena (für die Sächs. Ernestinischen Länder). Ueber den Mangel einer solchen Prüfungs-Commission ist viel gesprochen, geschrieben und geklagt worden. Endlich kommt Thüringen im J. 1874 auch noch nach. Ehedem mussten die Candidaten d. h. Schulamtes sich im Auslande prüfen lassen oder sie mussten sich einer Prüfung unterwerfen, welche von wenig oder nicht competenten Schulmännern, z. B. Theologen, abgehalten wurde.

Heft V enthält einen lesenswerthen Aufsatz „Ueber den chemischen Unterricht an Realschulen" von Prof. Schwalbe (Oberl. an der k. Realschule in Berlin), einen Aufsatz, in dem man auch noch manche andere Anregung findet. Befremdend war für den Ref., dass der Verf. bei der Angabe der Literatur die in dieser Zeitschr. gegebenen Aufsätze über Chemie, namentlich den von Müller (II, 98—107 und 377 ff.) entweder nicht kennt oder ignorirt. Ebenso wenig berücksichtigt er die Schriften des verdienstvollen Arendt in Leipzig, besonders dessen „Lehrbuch der anorganischen Chemie" (3. Aufl. 1875) und „Grundriss" (1876), beide „methodisch bearbeitet," und das in dem erstgenannten Werke S. XI erwähnte Schriftchen „Organisation, Technik und Apparat des Unterrichts in der Chemie an niederen und höheren Lehranstalten," Leipzig 1868. Nur an einer Stelle werden die Schriften von A. kurz erwähnt. Es heisst z. B. S. 268: „Einmal existiren Bücher mit besonderer methodischer Darstellung so gut wie gar nicht; in den Büchern von Arendt u. Schreiber ist zwar der Versuch gemacht, jedoch z. Th. von Punkten aus, mit denen die meisten nicht übereinstimmen werden" etc. — Dann folgen unter II (Recensionen und Anzeigen) div. Broschüren über die Realschulfrage, worunter auch eine über die Abtheilung für das Unterrichtswesen der Wiener Weltausstellung (so spät?) und zwei über sanitäre Themen, 10 Recensionen anderweitiger Schriften, Programmschau (11), Journalschau. Unter den 7 Nummern des Archivs (Gesetzgebung) ist interessant die Disciplinarordnung für die Studienanstalten (Gymnasien) des Königreiches Baiern.

Heft VI bringt einen ausführlichen Bericht über die dritte deutsche Realschulmänner-Versammlung in Cassel (18.—19. April 1876). Das Resultat derselben war das „Statut des Realschulmänner-Vereins," was in diesem Hefte (S. 323 ff.) abgedruckt ist.

In der Literatur über die Realschulfrage ist die Abfertigung eines Machwerkes, das sich betitelt: „Die Forderungen der Gymnasien an ihre Lehrer und Schüler." Eine Stimme aus dem gebildeten Publicum. Aber von der „Bildung" gibt der anonyme Verfasser traurige Belege! Darin kommt auch der für die Didaktik und Disciplin höchst wichtige Satz vor: *„vox discipulorum est vox veritatis"* (!) und viele andere Salomonische Aussprüche! Es folgen Recensionen von 6 anderweitigen Schriften, Programme, Journalschau etc. Aus dem Verordnungs-Archiv ist für die Schuldisciplin bemerkenswerth der „Erlass, das Verhalten der Abiturienten der Studienanstalten Baierns betreffend."

2. Pädagogisches Archiv von Langbein-Krumme. 18. Jahrgang.

Diese Zeitschrift (bekanntlich die Fortsetzung der bekannten und geschätzten Mager'schen Revue) ist nach Strack's Centralorgan wohl die nächst wichtigste, welche das Realschulwesen des d. Reiches und den Realunterricht bespricht und fördert; sie dürfte daher bei der Journalschau nicht minder zu berücksichtigen sein, als die Obige.

Heft 1 enthält I. Abhandlungen: Die praktische Ausbildung der Schulamtscandidaten für das Lehramt (soll wohl heissen: „höhere" Lehramt?) von Dr. Bayer in Ravitsch (Posen), einen sehr lesenswerthen Aufsatz, auf den wir in dieser Zeitschrift zurückkommen werden. Ferner: Die Berechtigung zum einjährigen Freiwilligendienst von Holzapfel. Der Verf. unterzieht die Arbeit von Keferstein (im 2. Hefte des Centralorganes von Strack), welche die „Beseitigung der Berechtigung" verlangt, einer ziemlich ausführlichen Kritik und kommt zu dem Schlusse, dass das einfachste, natürlichste, rationellste Mittel zur Feststellung der beanspruchten Bildung die vom Staate überwachte Schule sei, dass aber über (oder neben) der Schule eine besondere staatliche Prüfungscommission sich unentbehrlich mache für alle jene jungen Leute, welche ausserhalb der Schule ihre Bildung erlangt haben. — Hierauf folgt II. Sprechsaal: über die neue Leitung des preuss. Realschulwesens. — „Ein kleiner Beitrag zur Realschulfrage," betreffend die Anforderungen an die jungen Leute, welche sich der „See - Carrière" widmen, worin ausgeführt wird, dass der Realschüler diesen Anforderungen leichter als der Gymnasiast entsprechen kann. — Der Aufsatz „Zur Militärfrage" lobt, dass in der österr. Anordnung des Reichs-Kriegsministeriums über die militärische Ausbildung der studirenden Einjährig-Freiwilligen — im Gegensatze zur preuss. Anordnung — das Studieninteresse und nicht das militärische in den Vordergrund trete. — Im folgenden Aufsatze: „Die Betheiligung der gebildeten Laien an der Unterrichtsfrage" von Dr. Weck in Ravitsch (Posen) bespricht der Verf. die in Nr. 7 des Jahrg. 1875 dieser Z. von Dr. Steinbart in Duisburg aufgestellten Thesen („Zur nächsten Realschulmänner-Versammlung") und stellt zwei Zusatzthesen, welche bezwecken, dass der Entwurf des Unterrichtsgesetzes erst in nächster Landtagsperiode berathen werde, weil er dann reifer sei, ferner dass möglichst viele Vertreter beider Richtungen (der „realen" und der „gymnasialen") als Candidaten des Abgeordnetenhauses aufgestellt werden und dass für diesen Zweck auch die Unterstützung „gebildeter Laien" nicht zu verschmähen sei.

Hierauf folgt: „Ein Anhang zur Reform höherer Schulen," welcher den Erlass des preuss. Unterrichtsministers (v. 14. Oct. 1875) betreffend „die Einschränkung der häuslichen Arbeiten" zum Gegenstande hat und in welchem der Verf. (W. K.) ein beachtenswerthes Zeichen der Thätigkeit des Geheimraths Bonitz erkennt. — Den Schluss bilden „Einige physikalische Versuche" von Krumme. — In III folgen Beurtheilungen und Anzeigen und in IV Pädagogische Zeitung: *A)* Schulchronik: Versammlung der Lehrer höh. Schulen Pommerns 1875. (Zu solchen regelmässigen Versammlungen der Lehrer an h. Schulen hat man es noch nicht überall, z. B. auch in Oesterreich noch nicht gebracht!) Hier ist von Interesse: Ein Referat von Schmidt-Greifenberg „über die Sorge für die Candidaten des höheren Schulamts." (Die Vorschläge des Ref. wurden abgelehnt.) Endlich ein Vortrag von Jonas: Die Aufhebung der Inspection des Religionsunterrichts an den höheren Schulen seitens der General-Sup. und Bischöfe. — Programmenschau.

Heft 2. Die Reihe der Aufsätze eröffnet Director Holzapfel mit: „Die Hochschulen und ihre Vorbildungsanstalten." Zuerst kommt

er auf die Wissenschafts-Gruppen (Facultäten) der Universitäten und rügt mit einem Anflug von Spott die Heterogenität der in die philosophische Facultät eingepferchten Einzelwissenschaften und Vorträge (z. B. sind im Halle'schen Vorlesungsverzeichniss unter der philosoph. Facultät nebeneinander aufgeführt: „vorweltliche Säugethiere und Erklärung des Koran!"). Man hat sich deshalb auch zu weiterer Gruppenbildung genöthigt gesehen, so dass aus der einen philosoph. Facultät etwa acht werden. Losgelöst von der Universität, meint der Verfasser, haben sich die technischen Hochschulen, die isolirten Akademieen (z. B. Münster), Bau-, Berg-, Gewerbe-Akademieen, die Convicte der Priesterseminare und militär.-medicinischen (chirurgischen) Anstalten. (Diese Akademieen haben wohl nicht von der Universität „sich losgelöst," sondern sind als selbstständige Anstalten aus der Praxis herausgewachsen, zuerst nur als Fachschulen mit mehr oder weniger Gepräge der Abrichtungsanstalten, später mehr ideale Bildungselemente in sich aufnehmend und sich so mehr den Universitäten nähernd. D. Red.) Dies führt den Verf. zu der Frage, ob die zu erstrebende Ausbildung besser auf der Universität oder auf der Akademie gewonnen werde, und indem er eingeht auf die Ansichten von v. Sybel, Lothar Meyer*) und Bona Meyer**), kommt er zu dem Schlusse, dass zwar den einzelnen technischen Hochschulen kein geringerer wissenschaftlicher Werth zugeschrieben werden dürfe, als den Universitäten, dass aber für diese Akademieen grössere Gefahr wissenschaftlicher Einseitigkeit bestehe, als für die Facultäten der Universität, gerade so, wie ein Kleinstaat in Gefahr sei, dem Particularismus zu verfallen. Daher liegt eine Verschmelzung der techn. Hochschulen mit der Universität in beiderseitigem Interesse. Für diese Verschmelzung ist Lothar M., gegen dieselbe Bona M. Interessant ist das aus L. Meyer Angeführte, wo die Universitäten angeklagt werden, dass sie in „engherziger Unduldsamkeit und kurzsichtiger Selbstüberhebung" die Zersplitterung der Hochschule und dadurch die Entstehung der technischen Hochschulen verschuldet haben (ähnl. etwa wie die Gymnasien die Entstehung der Realschulen). Summa: die technischen Hochschulen sind mit den Universitäten zu verschmelzen d. h. jene sind als Facultät (oder Facultäten) in diese aufzunehmen. —

Hierauf folgen zwei Sendschreiben, welche Director Heinrich Viehoff an die Redaction auf ihre Bitte um einen Beitrag über den Werth resp. Unwerth der Uebersetzungen altclassischer Originale im Vergleich zu diesen letzteren richtet. Das erste betitelt „Minister Eichhorn und die Realschule" enthält eine Denkschrift des genannten Ministers an die rheinischen Stände als Antwort auf die Anfrage, welche dieselben im Jahre 1843 zu Gunsten der Realschulen beim Unterrichts-Minister gestellt hatten und eine Entgegnung (Promemoria) auf diese Denkschrift, welche damals in einer rheinischen Zeitung erschien und nur, weil sie sehr gemässigt abgefasst war, bei den damaligen Press- und Censurverhältnissen mit Mühe Aufnahme fand. Dieser Aufsatz enthält also ein Stückchen deutscher Realschulgeschichte und ist jedenfalls für den pädagogischen Geschichtsschreiber von Werth, weil man daraus lernt, wie man in Regierungskreisen vor d. J. 1859, seit welchem die Anerkennung d. R. in Preussen datirt, über diese Schulgattung dachte.

Noch interessanter ist das zweite Sendschreiben „Minister Thiers und die Realschulen," worin ein Vortrag dieses berühmten Staats-

*) L. Meyer, die Zukunft der deutschen Hochschulen und ihre Vorbildungsanstalten, Breslau 1873.

**) Bona Meyer, deutsche Universitäts-Entwicklung, Vorzeit, Gegenwart und Zukunft, Berlin 1875, worin ein interessanter Passus Lasker's „Klage über die Zersplitterung der Universitäten in Fachschulen" sehr lesenswerth ist.

mannes vor der französischen Deputirtenkammer vom Jahre 1844 bei Gelegenheit der Berathung über die Reorganisation der Mittel- der Secundärschulen (d. i. Gymnasien und Realschulen) mitgetheilt wird, welcher (Vortrag damals in Frankreich und auch in Deutschland viel Aufsehen erregte und sicher bei Thiers Autorität und nach seiner Aufnahme zu urtheilen, der Entwicklung der Realschule sehr geschadet hat. Für einen Leser aus unserer vorgeschrittenen Zeit entpuppen sich die Ansichten Thiers' zumeist als Irrthümer und Vorurtheile und seine Argumentation ist nicht ohne Sophistik. Man hat hier wieder einmal einen Beleg von französischer Oberflächigkeit. Diese Ansichten über die Vorzüglichkeit der Bildungsmittel des Gymnasiums namentl. der classischen Sprachen und ihrer Wirkungen sind jetzt längst widerlegt und die masslose Werthschätzung und überschwengliche Verherrlichung der sogen. classischen Studien kann jetzt keinen Bessonneneren mehr dupiren.*) Es erquickt einen deshalb auch, wenn man die objective und klare Abwehr des Thiers'schen Angriffes seitens Viehhoff's, die derselbe damals veröffentlichte und hier recapitulirt, liest.

Aus dem hierauf folgenden „Bericht über die Verhandlungen der pädagogischen Section" der 30. Versammlung deutscher Philologen und Sculmänner zu Rostock (Herbst 1875), der freilich etwas spät erscheint, ist interessant die These Eckstein's: „Es ist dringend an der Zeit, die Ordnung des Schuljahres nach dem bürgerlichen Jahr zu regeln und die Universitäten sind zu der Theilnahme an dieser zwekmässigen Regelung aufzufordern." Nach einer lebhaften Discussion hierüber „erklärt sich die Versammlung mit dem ersten Theile der These, soweit sie die Schule betrifft, einverstanden. Der zweite Theil: „und die Universitäten etc." wird einstimmig angenommen." Es wäre vielleicht nicht überflüssig, wenn auch in pädag. Zeitschriften einmal die Ferienfrage erörtert würde. Ref. wenigstens ist der Ansicht und hat dieselbe bereits mehrfach ausgesprochen, dass die Ferienordnung in manchen Staaten z. B. in Oesterreich dem verderblichen Principe der Cumulirung der Arbeit und Ruhe huldigt, und für die Schüler von Unsegen ist.

Lesenswerth ist noch der Vortrag und dessen Discussion von Rehdantz über die „altrömische Literatur und die heutige Jugend," welcher sich mehr auf das Gymnasium bezieht, und in welchem die Wichtigkeit des Latein gegenüber dem Griechischen bezügl. der ethischen und ästhetischen Bildung einen derben Stoss erhält; besonders wird darin die lateinische „Phrase" in den römischen Schriftstellern und Dichtern scharf verurtheilt. Doch sei die lateinische Sprache beizubehalten wegen ihrer politischen Bildung (Erzeugung der Vaterlandsliebe). Befruchtender sei die griechische Sprache, deshalb müsste die lat. Schulliteratur gesichtet und die griechische mit gleicher Stundenzahl in den oberen Classen betrieben werden. Der Vortragende wird von der Versammlung ersucht, den Vortrag durch den Druck allgemein zugänglich zu machen.

Endlich bricht noch Oberlehrer Latendorf (Schwerin) in seinen Thesen eine Lanze für Erweiterung und Vertiefung der Schulstatistik, in der wir nur vermissen die (von uns bereits anderwärts angeregte) Angabe des mittleren Alters der Classen. Die Schulstatistik ist allerdings in Deutschland noch wenig ausgebildet und bedürfte wohl einer Reorganisation.

Hierauf folgt ein Bericht über die Realschulmänner-Versammlung in Breslau 1875. Die Versammlung war von etwa 40 Directoren

*) Ich hoffe, dass ich hier nicht missverstanden werde. Meine Worte beziehen sich nur auf die Nothwendigkeit einer Reform des Gymnasialunterrichts.

und Lehrern an Realschulen besucht und verhandelte über einige der sieben gestellten Thesen. Der Grundgedanke war der auch in anderen ähnlichen Versammlungen hervortretende, dass die Realschule I. O. ein berechtigtes und nothwendiges Glied in der Reihe unserer Bildungsanstalten sei. Sodann folgt im „Sprechsaal" die Darlegung der wissenschaftlichen Qualification für den einjährig Freiwilligen-Dienst durch Examen nach den Bestimmungen der deutschen Wehrordnung vom 28. September 1875. Den Schluss machen Beurtheilungen und Anzeigen.

Heft 3 enthält keinen für das Realschulwesen wichtigen Aufsatz. Ausser einer philologischen Arbeit (*Vindiciae Homericae novae*) und dem Sprechsaal, in welchem Keferstein und Holzapfel ihren Streit fortsetzen (s. oben S. 336), finden sich mehrere Beurtheilungen und Anzeigen.

Heft 4 ist schon ausgiebiger. Es enthält „Entwurf eines Lehrplanes für den Sprachunterricht an Mittelschulen" von Perthes, dem bekannten Verf. der Schrift „Zur Reform des lateinischen Unterrichts auf Gymnasien und Realschulen" (Berlin 73—74). Hier wird zugleich ein Lehrplan für die Vorschulen der Landwirthschaftsschulen und ein „Entwurf eines Lectionsplanes für die identische Unterstufe des Gymnasiums der Realschule und der h. Bürgerschule" mitgetheilt und motivirt. Der Sprachlehrer der Realschule findet hier viel Interessantes und Anregendes. „Ueber die Methodik des franz. Unterrichts in der Realschule" schreibt Marenholz aus Halle und „über die Schule als Bildungsstätte des Kaufmanns" (Handelsschule) Schödler in Mainz. In diesem Hefte ist auch die Mathematik berücksichtigt durch einen Aufsatz: „Zur Theorie der geraden Linie" von Pfeil und durch den lehrreichen „Bericht über mathematischen Unterricht" von Reidt, worin Werke von Spitz, Worpitzki, Hoffmann (Vorschule der Geometrie), Köstler, Henrici, Seeger, Brockmann, Maier (neuere Geometrie), Helmes, Schumann sehr sachgemäss besprochen sind.

Im Sprechsaal spricht Fischer in Lennepp über die Methoden für das Cubikwurzelziehen von Müller und Colenso, die als die kürzesten bezeichnet werden. (Vgl. ds. Ztschft. VII, 34 ff.) Unter den Recensionen ist für den Psychologen die Besprechung von Dittes, Psychologie und Logik durch Ballauf interessant und für den Naturgeschichtslehrer die Beurtheilung einer Anzahl von Schulbüchern über Naturgeschichte, unter denen auch Schilling sich befindet.

Heft 5 enthält einen Aufsatz „über den gegenwärtigen Stand der orthographischen Frage" von Sallwürk im Anschluss an sechs voranstehende Schriften. Die Verhandlungen der Berliner orthographischen Conferenz konnten noch nicht berücksichtigt werden. Hierauf folgt eine Arbeit von Schacht: „Die Realschule nach dem Erlasse vom 13. April 1874." Der Verf. spricht die Bedenken gegen jenen Erlass, welcher die R. nach sechsjährigem Cursus in mehrere Aeste spalten will, offen aus und stellt einen neuen Reorganisationsplan auf. Auch der Religionsunterricht an h. Schulen wird einer eingehenden Erörterung unterworfen von Prof. Kolbe in Stettin. Es folgen Recensionen, pädagog. Zeitung (Programmschau), Miscellen, die Vorlesungen der Akademie für moderne Philologie in Berlin und das Herbart-Denkmal in Oldenburg betreffend.

Die dritte allgemeine deutsche Realschulmännerversammlung in Cassel.

(Am 18. und 19. April d. J.)

Diese Versammlung tagte unter dem Vorsitze des Herausgebers des Centralorgans f. d. Interessen des Realschulwesens, Prorector Dr. Strack in Berlin. Von Dir. Dr. Steinbart-Duisburg und Cramer wurde mit Hinweis auf die geringen Sympathien, welche die Realschule an massgebender Stelle habe, und auf die in Abgeordnetenkreisen wie im Publicum gegen die R. herrschenden Vorurtheile, sowie endlich auf den schwankenden Charakter, welcher den Wanderversammlungen anhafte, der Antrag gestellt: Die Versammlung möge erklären, dass die Interessen der R. am besten gewahrt und gefördert würden durch einen geschlossenen Verein. Der Antrag gelangte ohne Widerspruch zur Annahme. Weiter erklärte sich die Versammlung für den Antrag Preime-Cassel, als Grundlage für den neuen Verein den § 1. des in Köln am 12. XII. 1875 entworfenen Statuts des Realschullehrervereins anzunehmen, welcher Paragraph die R. I. O. (nach dem ihr durch die Unterrichts- und Prüfungsordnung vom 6. October 1859 verliehenen Charakter) für lebensfähig erklärt und für dieselbe die Gleichstellung mit dem Gymnasium erstrebt.

Eine grosse Anzahl der versammelten Theilnehmer, darunter auch der Vorsitzende, erklärte sofort ihren Beitritt.

Die Präsenzliste zählte 73 Theilnehmer:

14 Nicht-Lehrer, 41 auswärtige Lehrer, 18 Lehrer der Casseler Real- bezw. höheren Bürgerschule. (Von den ca. 30 Gymnasiallehrern war nur einer (Dr. Zuschlag) und zwar am 2. Tage erschienen. Von den andern ist mit Tacitus zu melden: praefulgebant eo ipso, quod effigies eorum non visebantur.) Dr. A.

Uebernahme der Programmenschau für diese Zeitschrift.

Wie schon im allgemeinen Briefkasten des 2. Heftes theilweise mitgetheilt wurde, hatten sich bis Ende April d. J. zur Uebernahme der Programmenschau erboten:*)

Für Hannover, Schlesswig-Holstein**) und Bremen: Hr. Dr. Wolkenhauer in Bremen.

Für Brandenburg und Pommern: Hr. Rector G. Weisker in Rathenow.

Für Preussen, Posen: Hr. A. Radicke in Bromberg.

Für pr. Schlesien: Hr. Rector Dr. Meyer in Freiburg i./Schl.

Für pr. Rheinprovinz: Hr. Dir. Dr. Dronke in Trier.

Für Baiern: Hr. Prof. J. Lampert in Würzburg.

Für Grh. Baden: Hr. Prof. S. Koch in Freiburg i./B.

Für Mecklenburg: Hr. V. Schlegel in Waren.

Für die Schweiz: Hr. Conrector F. Mühlberg in Aarau.

Wir bitten die Herren Fachgenossen diesen Herren die betr. mathem.-natw. Programme zuzusenden und uns davon zu verständigen. Obgenannte Herren aber bitten wir um baldige (kurzgefasste) Referate, damit wir mit dens. im 5. Hefte d. Jhg. beginnen können. — Auch für die übrigen Länder, resp. preuss. Provinzen, bitten wir um Zusagen.

*) S. ausführlicher im Briefkasten dieses Heftes.

**) Dies jedoch nur für den Fall, dass Hr. Dr. Th. Baurmeister in Glückstadt, welcher bereits in VI, 424 ff. die ausführlichere Programmenschau eingeleitet hat, dasselbe nicht übernehmen will.

Teubners Mittheilungen

und Notizen über die in diesem Verlage erschienenen und noch erscheinenden Bücher.

Von vorstehendem literarischen Orientirungsmittel ging uns soeben noch kurz vor Schluss dieses Heftes Nr. 2 zu. In Abth. I. sind unter den Notizen über „künftig erscheinende Bücher" erwähnt: das Repertorium von Zeuner und Königsberger; die Vorlesungen über die im umgekehrten Verhältnisse des Quadrats wirkende Kraft von Dirichlet, herausgeg. v. Grube; die Vorlesungen über analytische Geometrie des Raumes von Hesse, 3. Aufl., bearb. v. Gundelfinger; die algebr. Gleichungen etc. v. Bardey. 2. Aufl. —

Die II. Abthl. dieser Mittheilungen enthält bekannte Werke über Philologie und Alterthumswissenschaft, neuere Sprache, Pädagogik, deutsche Schulbücher, dann Mathematik und technische und Naturwissenschaften, Theologie, Medicin, Literaturgeschichte. Unter den mathem. Werken ist noch aufgeführt: Frischauf, Elemente der absoluten Geometrie, und Scherling, Grundzüge der axonometrischen und schiefen Parallelprojection, ursprünglich eine Programmabhandlung, auf die wir noch zurückkommen werden. —

In der III. Abtheilung ist ein Recensionen-Verzeichniss von Werken dieses Verlags.

Den Schluss bildet ein Verzeichniss der bei der Centralstelle (Teubner) eingelaufenen Programme.

Bei der Redaction neuerdings eingelaufene Bücher und Schriften.

A) Mathematik.

Bremiker, log.-trig. sechsstellige Tafeln. 4. Stereot.-Ausg. Berlin, Nicolai 76.

Diekmann, Einleitung in d. Determinanten und ihre Anwendung. Essen, Bädecker 76. (Erweiterte Bearb. der in ds. Z. erschienenen Artikel d. V.)

Gies, Uebungsbuch für den Rechenunterricht Hft. 1—3 nebst Result. Fulda, Nehrkorn 75.

Lieber und von Lühmann, geom. Constr.-Aufgaben 3. Aufl. Berlin, Simion 75.

Riemann-Hattendorf, partiell. Diff.-Gleich. Braunschw. V. und S. 76.

B) Naturwissenschaft.

Blum, Grundriss der Physik und Mechanik f. gewerbl. Fortb.-Sch. 5. Aufl. Lpz.-Heidelb., Winter 76.

Howe, die beiden Urkräfte der Natur. Lübeck, Seelig 76.

Kenngott, Erster Unterricht i. d. Mineralogie. Darmstadt, Diehl 76.

Krause, Tabelle zum Gebrauche für chem., techn. und pharmac. Laboratorien. Köthen, Schulze.

Obst, Atlas der Anatomie. Lpz., Brockhaus 76.

Radau, Lehre vom Schall 2. Aufl. (I. Bd. von „die Naturkräfte") München, Oldenbourg 75, nebst Probeheft zu „die Naturkräfte".

Verdet-Rühlmann, Handbuch der mechan. Wärmetheorie 3. Lief. (Schluss des 1. Bds.) Braunschweig, V. u. S. 76.

Waltenhofen, Grundriss der allgemeinen mechanischen Physik für Studirende. Lpz., Teubner 75.

C) Zeitschriften, Programme und **Separat-Abhandlungen** aus Zeitschr.

Schlömilch, Z. etc. 21. Jhrg. 2. Hft. Lpz., Teubner 76.
Päd. Archiv, no. 2. 3. 4. Stettin, Nahmer 76.
Nouv. Ann. d. math. p. Gerono-Brisse. Février et Mars 76. Paris, Gauthiers-Villars 76.

Revue de l'instruction publique en Belgique t. XIX, 1. Livrais. Gand 1875.
Giornale del Museo d'Istruzione e di Educazione. Roma, Libreria Manzoni Hft. 1—3. ed. Prof. Dalla Vedova. *)

Programme:
- Gera, R. 1. O. Oct. 1876. Dir. Lorey.
- Cassel, H. Bürgersch. 75/76 Dir. Buderus

  } ohne Abh. nur Schulnachrichten.
- Lübeck, Katharineum. Oct. 76. Dir. Breier. Abh. v. Scherling (Axonometrie) und Küstermann (naturw. Schulräume).

Abh. aus Zeitschr.:
- Fahle, „zur Praxis der Schulmathematik" aus: N. Jahrb. f. Päd. (red. Masius) 1875. Hft. 10.
- Reichert, „das Bunsensche Eiscalorimeter" aus Carls Repert. Bd. 12.

Literar-Anzeigen: Teubners Mittheilungen 1876, No. 1.

Nachträgliche Todesanzeige.

Ohnlängst ging uns die Mittheilung aus Agram zu, dass Professor Belovich, welcher sich durch einige Aufsätze an unserer Zeitschrift betheiligte, von denen wir in den nächsten Nummern noch einen bringen werden, im Mai ds. Js. verstorben sei. Er war zuletzt der Regierung in Agram zugetheilt.

Briefkasten.

A) Allgemeiner.

An die Herren Programmen-Schauer: Wir bitten um baldige Zusendung von Referaten über die Osterprogramme.

Folgende Herren haben sich bereit erklärt, die Programmen-Schau zu übernehmen:

Für Brandenburg und Pommern Hr. Rector Weisker in Rathenow.
Für Preussen und Posen Hr. A. Radicke in Bromberg.
Für Schlesien Hr. Rector Dr. Meyer in Freiburg i. Schl.
Für Hannover und Bremen Hr. Dr. Wolkenhauer in Bremen.
Für Schleswig-Holstein Hr. Dr. Baurmeister in Glückstadt.
Für Hessen-Nassau Hr. Dr. Ackermann, Cassel.
Für Rheinprovinz Hr. Dir. Dr. Dronke in Trier.
Für Westfalen Hr. Dr. Reidt in Hamm (aushilfsweise)
auch Hr. Dr. G. Leimbach in Wattenscheid in Westfalen.
Prov. Sachsen (mit Thüringen) Vacat.
Für Mecklenburg Hr. Schlegel in Waren.
Für Baiern Hr. Prof. J. Lampert in Würzburg.
Sachsen, Würtemberg } Vacat.

---

*) Diese beiden Zeitschriften eignen sich nicht für unsere Zwecke, weil ihr Inhalt allgemeiner Natur ist, sie passen mehr für eine Real- oder Gymnasial-Zeitschrift. Wir sind daher gesonnen, den Tausch für die Zukunft abzulehnen.

Für Baden Hr. Dr. Koch Gymn. Prof. in Freiburg i. B.
Für Schweiz Hr. Prof. Mühlberg in Aarau.

An die Hamburger und Tübinger Fachgenossen: Wir bitten um baldige, resp. rechtzeitige Zusendung des Programms der für die mathem.-naturw.-didakt. Sectionen bestimmten Verhandlungen' (Vorträge) in der diesjähr. Naturf.-Vers. zu Hamburg und der Philologenvers. zu Tübingen. Wenigstens aber um die Adresse der „Einführenden." Aus Hamburg erhielten wir soeben folgende Notiz: „Für die pädagogische Section ist kein Einführender bestimmt, da im Central-C. sich die Anschauung geltend machte, dass überhaupt kein Bedürfniss vorliege die Section zu bilden." Sehr schön! Also auch diese Section geht schlafen? —

An viele Herren Berichterstatter: Es wird höchste Zeit, dass die Rec. der betr. Bücher nun endlich eingesandt werden! —

B) Besonderer.

(Alphabetisch geordnet nach den Oertern.)

Amberg, Hrn. Dr. G.: Wir waren genöthigt zu einer Abwehr der Angriffe auf unser Journal und auf unsern Stand. —

Budapest, Hrn. A.: Wir sind als Nichtösterreicher (Sachse) durchaus nicht gegen die Magyaren eingenommen. Warum auch? Wir sind nur der Dolmetsch der in Wien (Oesterreich?) herrschenden Stimmung gegen die Ungarn, welche, wie uns nach unpart. Prüfung scheint — auch auf dem Gebiete der Schule — wohl nicht ohne Schuld der Magyaren hervorgerufen worden ist. —
Hrn. Studiosus S. E.: Wir haben Exemplare ds. Z. nicht zu verschenken. Können Sie dieselbe nicht in Pesth an der Universität oder am Polyt., wo sie gelesen wird, geliehen erhalten und mitlesen?

Cassel, Hrn. Dr. A. Bibliographie f. Juni erhalten.

Celle, Hrn. Prof. H.: Ist es denn gar so schwer, von den „mistakes of others" einige für den Sprechsaal flott zu machen?

Gera, Hrn. Realschuldir. L.: Ihr Buch erst jetzt über F. hierher nach Wien erhalten.

Greiz, Hrn Dr. F. L.: Abtheilung der Schwämme etc. erhalten.

Hamburg, Hrn. Obl. K.: Ihre Mittheilung ist für die Fachcollegen nicht ermuthigend. Warum widersetzen Sie sich der Anschauung des Central-C. nicht?

Köttichau, b. Hohenmölsen (Kreis Weissenfels). Hrn. Pfarrer G. T.: „Trisection des Winkels mittelst Hyperbel etc." erhalten. Figuren zu gross! Senden Sie kleinere ein! Wie kommt ein geistlicher Herr zur (nicht geistlichen) Mathematik?

Mainz, Hrn. Prof. Dr. R.: Weil ein Andrer an einem Buche etwas auszusetzen hat, ist es deswegen noch nicht verloren, namentlich dann nicht, wenn es noch andere schätzbare Eigenschaften hat. Jedem Verfasser steht es ja frei, die Ansichten eines Recensenten als irrige darzulegen. Eine Zeitschrift, wie die unsere, soll nun einmal ein „kritischer Sprechsaal" sein. Also — nur den Muth nicht verlieren! —

Rathenow, Hrn. Rector W.: „Naturwissenschaftliches etc." und „Kritische Widersprüche" erhalten.

Zur Nachricht: Der Herausgeber ds. Z. ist vom 22. ds. M. ab wieder 2 Monate lang von Wien abwesend. Während dieser Zeit sind Sendungen an die Redaction zu richten entweder nach Freiberg (Sachsen), Hornstrasse 792 oder nach Döbling b. Wien Dr. Pick Hirschengasse 57.

(Bis zum 22. Juli Wien V, Grüne Gasse 23. III. 27.)

Berichtigungen.

S. 96 Z: 10 v. o. schreibe $EP = \frac{s}{3} \cdot \frac{10 + 4\pi}{4 + \pi}$ statt „$r \frac{10 - 3\pi}{3(4 - \pi)}$“.**)
„ 180 „ 3 „ „ „ namentlich statt „nämlich“.
„ 182 „ 17 „ „ „ enthaltenen statt „entfallenen“.
„ 183 „ 15 „ „ „ schwer statt „schon“.
„ 185 in der Figur schreibe an den Durchschnitt der Kreise PP', HH', MM' den Buchstaben Z.
„ 186 Z. 3 v. o. schreibe bewirkte statt „bemerkte“.
„ „ „ 8 „ „ „ D statt MD.
„ „ „ 15 „ „ „ D statt DZ.
„ 199 „ 16 „ „ „ facta est statt „est“.
„ 200 „ 17 „ „ „ molaris statt „monaris“.
„ „ „ 7 „ u. „ y statt g. *)
„ „ „ 5 „ „ „ gabel statt „zahl“. *)
„ „ „ 4 „ „ „ Lehr statt „Lese“. *)
„ „ „ 3 „ „ „ Sait statt „Seit“. *)
„ 201 „ 13 „ „ „ w statt m im Nenner. *)
„ 202 „ 2 „ o. „ ist nur zufällig. *)
„ 203 letzte Zeile v. o. schreibe Bardey statt „Stammer“.
„ 205 Z. 27 v. o. schreibe 4 div. durch ⅓ ist 12 statt „12 . . . . ist 4“.
„ 206 „ 25 u. 26 v. o. schreibe a statt „à“.
„ „ „ 25 v. o. schreibe quarte statt „quatre“.
„ 238 „ 2 „ u. „ unter „Neues Hygrometer“ ihr gegenüber statt „um 180° von ihr entfernt“. Die Zahlen liegen beide in dem nämlichen Radius des grösseren Kreises (der Procentsatzscala). Auch weist der am Instrumente angebrachte Zeiger nicht, wie aus der Darstellung „Nunmehr etc.“ hervorzugehen scheint, erst nach der Drehung der Temperaturscheibe auf die relative Feuchtigkeit, sondern relative Feuchtigkeit und Lufttemperatur können unmittelbar abgelesen werden. Die Drehung der Scheiben dient nur zur Bestimmung der Temperatur des Thaupunktes und kann zu beliebiger Zeit nachher geschehen.**)

---

*) Bem. von Hrn. Dr. A. Kurz in Augsburg.
**) Bem. des Hrn. Fs. [Fehrs?] in Wetzlar.

Das Beweisverfahren in den inversen Rechnungsarten betrachtet vom Standpunkte der genetischen Methode.

Von Prof. J. Belovič in Agram.*)

Bekanntlich heisst das Beweisverfahren synthetisch, wenn von den Beweisgründen auf die Folge — auf das Demonstrandum —, analytisch, wenn von der Folge auf die Beweisgründe geschlossen wird. Der synthetische Beweis findet also zu den Prämissen den Schlusssatz, der analytische zu dem Schlusssatz die Prämissen. Der synthetische Beweis fordert, dass die Prämissen, der analytische, dass der zu beweisende Satz gegeben sei. Der Beweis des in dieser Zeitschrift sehr oft erwähnten Lehrsatzes $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ ist synthetisch, wenn er nach Zerlang, analytisch, wenn er nach Kambly geführt wird. Schliesst man nämlich $\frac{a+b}{c} = \frac{\frac{a}{c} \cdot c + \frac{b}{c} \cdot c}{c} = \frac{\left(\frac{a}{c} + \frac{b}{c}\right) c}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$, so ist der Beweisgang offenbar synthetisch, und der Schlusssatz $\frac{a+b}{b} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ ergibt sich also gleich, wenn die Prämissen

$$\frac{a+b}{c} = \frac{\frac{a}{c} \cdot c + \frac{b}{c} \cdot c}{c}$$

$$\frac{\frac{a}{c} \cdot c + \frac{b}{c} \cdot c}{c} = \frac{\left(\frac{a}{c} + \frac{b}{c}\right) \cdot c}{c}$$

$$\frac{\left(\frac{a}{c} + \frac{b}{c}\right) \cdot c}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

gegeben sind. Diese Schlusskette ist der bekannte aristotelische Sorites.

*) Der Verfasser dieses Aufsatzes ist unterdess (im Mai d. J.) in Agram verstorben. Um so mehr glaubt die Redaction sein Andenken durch Aufnahme der von ihm seit längerer Zeit eingesandten Beiträge ehren zu sollen. D. Red.

Das Wesen der heuristischen Methode besteht darin, dass der Schüler selbstthätig etwas findet. Was? den Lehrsatz oder dessen Prämissen oder beides? Dr. Börner ist der Ansicht (V. 1. pag. 28), dass der Schüler den Lehrsatz und die Prämissen aufzufinden habe; er ist also eigentlich der Ansicht, dass der Lehrstoff genetisch zu entwickeln ist. Wenn der Lehrsatz eine unmittelbare Folgerung des bezüglichen Operationsbegriffes ist, so kann der Schüler der Forderung, den Lehrsatz selbst zu finden, ohne Weiteres nachkommen; wie z. B. in dem Satze $(a + b) - c = (a - c) + b$ oder $= a + (b - c)$. Denn ist c ein Addend von a, so hat er $a + b = (a - c) + c + b$, und ist c ein Addend von b, so hat er $a + b = a + (b - c) + c$, worauf er den isolirten Addenden c leicht ausscheiden kann. Ist jedoch c weder von a noch von b Addend, so wird der Schüler von selbst finden, dass man zuerst die Summe $a + b$ bilden, und dann den Posten c ausscheiden müsse, vorausgesetzt dass $a + b > c$.

Anders verhält sich die Sache in allen denjenigen Lehrsätzen der inversen Operationen, welche nicht unmittelbare Folgerungen aus den Operationsbegriffen sind. In diesem Falle sind nicht alle Prämissen bekannt, mithin das synthetische Beweisverfahren, wenn man auf mehr oder minder glückliches Probiren sich nicht verlegen will, nicht anwendbar. Ohne Zweifel wären auch Beweisversuche, die in Sackgassen führen, für Schüler dieser Stufe bildend, allein sie wären eben so unzweifelhaft mit einem so grossen Zeitaufwand verbunden, dass man diese Methode im Massenunterricht bei vorgeschriebenem Lehrstoff und Zeitmass selbst dann nicht befolgen dürfte, wenn sich eine andere bessere auch nicht aufstellen liesse.

Die unbekannten Prämissen lassen sich zwar durch analytische Betrachtungen finden, allein diese können nur an den Schlusssatz angeknüpft werden. Der Schlusssatz müsste also bekannt sein. Und in der That, ist der Endpunkt der ganzen Schlusskette nebst der ersten Prämisse unbekannt, wie soll der Schüler den Beweis in Gang bringen? Hat er keine Kenntniss des Resultates, woher soll er das Kriterium nehmen, um beurtheilen zu können, warum der erste Schritt so und nicht anders gethan werden müsse?

Wenn man also aus dem Schüler, der auf dieser Bildungs-

stufe steht, den synthetischen Beweis eines solchen*) Lehrsatzes herausgebracht hat und nun glaubt, der Schüler hätte nicht nur den Beweis des Lehrsatzes sondern auch den Lehrsatz selbst gefunden, d. h. den Lehrsatz genetisch entwickelt, so scheint es mir, dass man in einer kleinen Täuschung befangen ist.

Dies will ich an dem synthetischen Beweise des Satzes $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$, welcher von Hrn. Z. in III. 5 p. 461 dieser Ztschr. didaktisch beleuchtet worden ist, zu zeigen versuchen.

Hr. Z. sagt dort: „Um c als Factor in der Summe $a + b$ zu gewinnen, schafft man ihn sich zunächst in die Posten, indem man $a = \frac{a}{c} \cdot c$ und $b = \frac{b}{c} \cdot c$, also $a + b =$ u. s. w. setzt: dann ist u. s. w.“.

Warum schafft man sich den Factor c in die Posten? Ist die Antwort auf dieses Warum nicht das Resultat einer versteckten Analysis, die die Kenntniss des Resultates $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ voraussetzt? Man bedenke nur, dass man dem Schüler von der ganzen Schlusskette, — in der Sprache der Logik gesprochen, — nichts als den terminus minor $\frac{a+b}{c}$ bietet, dabei aber fordert, er soll den passenden terminus medius und den terminus major selbst finden.

In den nämlichen didaktischen Fehler verfällt Dr. B. beim Beweise dieses Satzes (V. 1, p. 38). Im Beweise soll nämlich angenommen werden, dass c Factor von a und von b ist. Wie mag nun der Schüler zu dieser Annahme aus eigenem Nachdenken kommen, falls er das Resultat nicht von vornherein kennt?

Er hat unter sechs Möglichkeiten, den Beweis in Gang zu setzen, zu wählen; er kann die beiden Folgesätze $ab : b = a$ und $\frac{a}{b} \cdot b = a$ entweder auf die Zahlform $\frac{a+b}{c}$ oder auf die Posten a und b oder endlich auf die Summe $a + b$ anwenden, und unter diesen sechs möglichen Fällen, den terminus minor $\frac{a+b}{c}$ ein Prädicat zu geben, führt nur ein einziger zum Ziel.

*) Solche Lehrsätze sind z. B. die in der Abhandlung von Dr. Börner im 1. u. 2. Hefte des V. Jahrg. dieser Ztschr. unter I. B. 5.; I. C. 6., 10., 11.; II. B. 8.; II. C. 9., 10., 11., 12., 14., 16., 17.; III. B. 4., 5., 6.; II. C. 9., 10., 12.; IV. A. 4.; IV. B. 5., 6., 7., 8. angeführten. Anm. vom Verfasser.

Warum derselbe aber zum Ziele führt, das erfährt er erst hinterdrein.

Es ist daher nicht zu verwundern, wenn Hr. Z. sein Beweisverfahren als Auflösung einer Aufgabe angesehen wissen will. Allein diese Auffassung scheint mir nicht richtig zu sein; denn die Gleichung $\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$, in die Wortsprache richtig übertragen, lautet: Es ist einerlei, ob man eine Summe dividirt oder ihre Posten u. s. w., nicht aber: Eine Summe dividirt man, indem man jeden Posten u. s. w., wie dieselbe nämlich Hr. Z. interpretirt. Die Auflösung einer Aufgabe ist bekanntlich die Construction eines Begriffes, in unserm Beispiele die Construction einer Zahl aus den drei gegebenen Zahlen a, b und c. Und da die Ausdrücke $\frac{a+b}{c}$ und $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$ einander gleich sind, so kann ich die Lösung der Aufgabe $\frac{a+b}{c}$ durch die der Aufgabe $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$ ersetzen und die bequemere wählen. (Beispiele: $\frac{27+13}{4}=\frac{40}{4}=10$; und $\frac{36+81}{9}=\frac{36}{9}+\frac{82}{9}=4+9=13$.)

Wenn nun Hr. Z., um die Sache von einer anderen Seite zu beleuchten, den Zweck dieser Aufgabe (?) dahin formulirt (III. 5 p. 462), dass $a+b$ in zwei Factoren zu zerlegen ist, deren einer c ist, so täuscht er sich, wenn er meint, ein Schüler, der keine Kenntniss vom Resultate hat, werde sich genöthigt sehen, diese Zerlegung zunächst an den beiden Posten vorzunehmen, weil eben, wie gesagt, diese Nöthigung auf einer mehr oder minder versteckten Analysis und somit auf der Voraussetzung des Resultates beruht.

Ein unbefangener Schüler kann in der Zahlform $\frac{a+b}{c}$ keine andere Nöthigung erblicken, als die Posten a und b zu addiren und die Summe durch c zu dividiren.

Schliesst man hingegen

$$\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$$

weil unter dieser Voraussetzung

$$a+b=\left(\frac{a}{c}+\frac{b}{c}\right)\cdot c=\frac{a}{c}\cdot c+\frac{b}{c}\cdot c=a+b,$$

so ist der Beweisgang analytisch. Kehrt man die Schlusskette um, so erhält man den synthetischen Beweis.

Es wäre schwer zu entscheiden, ob vom Standpunkte der heuristischen Methode, so bald es sich nur darum handelt, dass der Schüler überhaupt etwas finde, das synthetische oder das analytische Beweisverfahren vorzuziehen ist; denn durch jenes findet er den Lehrsatz, durch dieses die Beweisgründe. Stellt man jedoch an die heuristische Methode die Forderung, dass der Schüler die Lehrsätze und ihre Beweisgründe finde, dass er also den Lehrstoff genetisch entwickele, dann ist das analytische Beweisverfahren, weil es die Kenntniss der Lehrsätze voraussetzt, gewiss zu verwerfen. Aber das synthetische Beweisverfahren setzt den Schüler auch nicht in den Stand, alle Lehrsätze genetisch zu entwickeln. Die Lehrsätze der directen Operationen genetisch zu entwickeln ist nicht schwierig, weil diese Lehrsätze eben unmittelbare Folgerungen der bezüglichen Operationsbegriffe sind. Die Lehrsätze der inversen Operationen hingegen ergeben sich als unmittelbare Folgerungen theils der bezüglichen Operationsbegriffe, theils der Lehrsätze gleich hoher directer Operationen. Wenn man nun auch diese aus den Begriffen der bezüglichen inversen Operationen genetisch entwickeln will, so stellt man sich eine nicht auflösbare Aufgabe, wie ich bei der Betrachtung des synthetischen Beweises des Lehrsatzes $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ hinlänglich dargethan zu haben glaube.

Will man also Lehrsätze, die aus den Begriffen der inversen Operationen nicht unmittelbar folgen, ebenfalls genetisch entwickeln, so muss man offenbar einen andern Weg einschlagen. Und dieser ist naheliegend. Man braucht auf die Sätze einer directen Operation nur die Definition der gleich hohen inversen anzuwenden, um neue Lehrsätze unmittelbar zu finden.

Als Beispiel möge der Satz $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ dienen.

Dieser Satz folgt unmittelbar aus dem Satze

$$(m+n) \cdot p = mp + np.$$

Ist einmal der Satz $(m+n) \cdot p = mp + np$ bewiesen, so folgt unter Anwendung des Divisionsbegriffes daraus der Satz

$$(mp + np) : p = m + n,$$



welchen man auch in der Form

$$\frac{mp + np}{p} = \frac{mp}{p} + \frac{np}{p}$$

schreiben kann.

Dabei hat man für den Unterricht auf dieser Stufe den nicht zu unterschätzenden Vortheil, dass die Bedingung, die Posten müssen Multipla des Divisors sein, unmittelbar in die Augen springt.

Vertauscht man mp mit q, np mit r, so kann man diesen Lehrsatz auch in der Form

$$\frac{q + r}{p} = \frac{q}{p} + \frac{r}{p}$$

schreiben.

Dieser innere Zusammenhang zwischen dem in Rede stehenden Divisions- und dem analogen Multiplicationssatze ist es, der den Schüler, welcher den Weg des Zerlang'schen Beweisverfahrens zum ersten Male wandelt, nöthigen könnte, den Divisor von der Summe in die Posten zu schaffen. Hat er aber Kenntniss von dem Zusammenhang dieser beiden Sätze, dann hat er auch offenbar Kenntniss von dem zu findenden Satze; mithin ist es eine Täuschung, wenn man glaubt, das Zerlang'sche oder synthetische Beweisverfahren führe zur Auffindung dieses Satzes.

Den Uebelstand, dass das synthetische Beweisverfahren für die genetische Entwickelung des Lehrstoffes ungeeignet ist, so bald durch dasselbe nicht nur die Lehrsätze sondern auch ihre Prämissen gefunden werden sollen, sucht Dr. Börner (in seiner Abhandlung V. 1. 2) dadurch zu beseitigen, dass er zuerst den terminus minor (das Subject) eines jeden Satzes nach einem gewissen Princip zu gewinnen trachtet. Die Entwickelung des zugehörigen terminus major (des Prädicates) vermittelt er durch Folgesätze, die er aus der Definition des bezüglichen Operationsbegriffes ableitet und die die Umformung einer Zahl oder einer inversen Zahlform ohne Werthänderung derselben gestatten. Dass diese Entwickelung nicht genetisch ist, habe ich bereits früher gezeigt. An dieser Stelle habe ich nur zu bemerken, dass auch die Ableitung derjenigen Folgesätze, welche sich auf die Umformung einer inversen Zahlform ohne Werthänderung derselben beziehen, ganz und gar nicht ungekünstelt genannt werden

kann. Das Princip der Anordnung, wodurch er die termini minores der Lehrsätze gewinnt, besteht aber darin, dass er 1. jede neue Rechnungsart der Reihe nach auf die bis dahin bekannten Zahlformen und 2. jede bis dahin bekannte Rechnungsart auf die neue Zahlform anwendet. Dieses Princip ist eben so wenig neu, wie das Zerlang'sche Beweisverfahren; denn beides finde ich bereits in der 9. Auflage (1866) der Arithmetik und Algebra von Močnik.*)

Durch dieses Princip scheint mir aber in die genetische Entwickelung der arithmetischen Lehrsätze ein willkürliches und somit künstliches Element zu kommen. Dies bestätigt schon der Umstand, dass bei consequenter Anwendung dieses Principes in der Subtraction 13, in der Division 35, in der Wurzelausziehung 65 und in der Logarithmirung, selbst wenn zur Basis der Logarithmen keine Zahlformen angenommen werden, 54 Lehrsätze, also in den inversen Rechnungsoperationen zusammen 167 Lehrsätze aufgestellt werden müssten, während Dr. B. in seiner Abhandlung (V. 1. 2.) für die Subtraction 9, für die Division 16, für die Wurzelausziehung 9 und für die Logarithmirung 4, also im Ganzen 38 Lehrsätze aufstellt. Eine Methode, welche solche Wege einschlägt, hat offenbar auch die Verpflichtung auf sich zu nehmen, den Schüler zu belehren warum von den 167 möglichen Combinationen nur 38 zur Bildung von Lehrsätzen brauchbar seien, was aber Dr. Börner zu thun unterlässt. Wird der Schüler nicht in Verwunderung gerathen, wenn er trotz aller Versuche vermittelst der Folgesätze, die sich aus den Begriffen der inversen Operationen ergeben, z. B. aus den Combinationen $\frac{\log a}{\log b}$, $\log (a \pm b)$, $\sqrt[n]{a \pm b}$ keinen Lehrsatz herauszubringen vermag? Wird ihn etwa der Lehrer schon an dieser Lehrstufe bei $\sqrt{a \pm b}$ auf die Binomialreihe, bei $\log (a \pm b)$ auf die logarithmische Reihe verweisen können? Nebst der Frage, warum gerade die von Dr. Börner aufgestellten 38 Lehrsätze die in den Lehrbüchern der Arithmetik nothdürftig geschlossene Lücke in den inversen Operationen auszufüllen

*) Für nichtösterreichische Fachgenossen sei bemerkt, dass in Oesterreich das Lehrbuch der Mathematik von Močnik (spr. Motschnik) am verbreitetsten ist und ungefähr die Rolle spielt, welche Kambly in Deutschland zugewiesen ist. D. Red.

geeignet sein sollten, drängt sich auch noch die Vermuthung auf, dass selbst unter diesen 38 Lehrsätzen noch etliche für die Theorie überflüssige vorhanden sein könnten. Nur eine genetische Entwickelung des Lehrgebäudes kann auf jene Frage eine entscheidende Antwort geben und diese Vermuthung entweder bestätigen oder widerlegen, keineswegs aber ein Princip, welches consequent angewendet nicht einmal immer zu einer natürlichen Anordnung der Lehrsätze führt; denn ordnet man nach dem Börner'schen Princip etwa die Lehrsätze über Potenzen, so kommt man auf die Zahlform $a^{\frac{m}{n}}$, welche bekanntlich in die Lehre von den Wurzeln gehört.

Die Lehrsätze der inversen Operationen können aber, wie bereits gesagt, theils aus den analogen Begriffen der bezüglichen inversen Operationen, theils aus den Lehrsätzen gleich hoher directer Operationen genetisch entwickelt werden. Das erstere wird man ohne Weiteres zugeben, das letztere vielleicht zurückweisen, allein gewiss nicht aus triftigen Gründen, denn die Lehrsätze der inversen stehen zu den Lehrsätzen der gleich hohen directen Operationen in der nämlichen Beziehung, als wie die Definitionen der bezüglichen Operationsbegriffe zu einander. Und wenn also die Begriffe der inversen Operationen sich genetisch entwickeln aus den Begriffen gleich hoher directer Operationen, so ist wahrlich nicht abzusehen, warum die Lehrsätze der erstern nicht am natürlichsten aus den analogen Lehrsätzen der letztern folgen sollten.

Zum Schlusse möge die Entwickelung der Lehrsätze der inversen Operationen folgen, wie sie sich bei einer genetischen Behandlung des Lehrstoffes ergeben würde, selbstverständlich in derjenigen beschränkten Ausdehnung, die der enge Raum einer Zeitschrift gestattet. Dabei sollen der Kürze wegen die Lehrsätze, die aus dem Begriffe der in Rede stehenden inversen Operation mit A, die aus den analogen Lehrsätzen der gleich hohen directen Operation folgen, mit B bezeichnet werden.

I. Subtraction.

A. 1) $(a+b)-b=a$; 2) $(a-b)+b=a$

B. $(a+b)+c=(a+c)+b=a+(b+c)$;

daraus ergibt sich:

1. Es ist einerlei, ob man eine Zahl c von einer Summe $a + b + c$ oder aber von irgend einem Posten $a + c$ oder $b + c$ subtrahirt.

Die Bedingung, dass die Zahl kleiner sein müsse als derjenige Posten, von welchem man sie subtrahiren will, liegt schon in der Entwickelung dieses Lehrsatzes.

2. Der Werth einer Differenz a wird nicht geändert, wenn man zum Minuend $a + b$ und zum Subtrahend b dieselbe Zahl c addirt; mithin auch nicht, wenn man sie subtrahirt, denn die Gleichung

$$(a + b) - b = [(a + b) + c] - (b + c)$$

kann auch so geschrieben werden:

$$[(a + b) + c] - (b + c) = (a + b) - b.$$

Sobald also der Satz

$$(a + b) + c = (a + c) + b = a + (b + c)$$

bewiesen worden ist, sind auch die Sätze B1. und 2. mitbewiesen worden. Wer also glaubt, die Sätze B1. und 2. bedürfen noch eines andern Beweises, der muss dann freilich zum euklidischen Rüstzeug greifen.

Alle weitern Sätze sind (bei gelegentlicher Berücksichtigung der Vertauschbarkeit der Posten) für die Theorie überflüssig, denn sie sind entweder nur specielle Fälle oder aber einfache Umkehrungen (von der Form: wenn $a = b$, so ist auch $b = a$) der beiden Sätze B1. und B2., und ebensowenig für den Unterricht empfehlenswerth, indem dadurch übertriebene Anforderungen an die Gedächtnisskraft der Schüler unnöthigerweise gestellt werden.

Und ist es nicht für den Schüler instructiver, Aufgaben so zu lösen, dass er dabei auf möglichst hohe Gründe zurückgreifen muss, als dass er dieselben nur als Anwendungen der bezüglichen Lehrsätze darzustellen braucht, dass er z. B. die Aufgabe $4a - (7b - 5a)$ aus Heiss, Aufgabensammlung, § 12. 4a nicht nach dem Satze, welcher lehrt, wie eine Differenz von einer Zahl subtrahirt wird, sondern unmittelbar nach dem Satze, dass der Werth einer Differenz unverändert bleibt, wenn u. s. w., auflöst?

II. Divisionen.

A. 1) $ab : b = a$; 2) $(a : b) \cdot b = a$

B. Da $ab \cdot c = ac \cdot b = a \cdot bc$, so hat man:

1. Es ist einerlei, ob man ein Product (abc) oder aber irgend einen Factor desselben (ac, bc) durch eine Zahl c dividirt.
2. Der Werth eines Quotienten b wird nicht geändert, wenn man Dividend ab und Divisor a mit derselben Zahl c multiplicirt, mithin auch nicht etc.

Aus $(a \pm b) \cdot c = ac \pm bc$ hat man ferner den Satz

3. $(ac \pm bc) : c = a \pm b$.

Aus $a \cdot 1 = a$ und $a \cdot 0 = 0$ ergeben sich schliesslich noch die Sätze:

$$a : a = 1;\quad a : 1 = a;\quad 0 : a = 0;\quad 0 : 0 = a.$$

Alle weiteren Lehrsätze sind für die Theorie und die Praxis überflüssig.

III. Wurzelrechnung.

A. 1) $\sqrt[n]{a^n} = a$; 2) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$.

B. Sind die Sätze $(ab)^m = a^m \cdot b^m$ und $(a : b)^m = a^m : b^m$ für die Potenzrechnung bewiesen, so sind zugleich die analogen Sätze der Wurzelrechnung mit bewiesen.

Ebenso sind mit dem Lehrsatze $(a^m)^n = a^{mn} = (a^n)^m$ folgende Sätze aus der Wurzelrechnung mit begründet:

3) $\sqrt[mn]{a^{mn}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a^{mn}}} = \sqrt[m]{\sqrt[n]{a^{mn}}}$, wo man statt a^{mn} auch b schreiben kann.

4) $\sqrt[n]{a^{mn}} = a^{\frac{m \cdot n}{n}}$, wo man statt mn etwa p schreiben kann.

5) $\sqrt[m]{(a^m)^n} = \left(\sqrt[m]{a^m}\right)^n$, wo man etwa b statt a^m schreiben kann.

6) Der Werth einer Wurzel bleibt ungeändert, wenn man den Radicanden a^m mit einer Zahl n potenzirt und zugleich den Wurzelexponenten m mit derselben Zahl n multiplicirt; mithin bleibt der Werth einer Wurzel auch dann ungeändert, wenn u. s. w.

Aus den Erweiterungen des Potenzbegriffes a^0, a^1 etc. erhält man analoge Sätze der Wurzelrechnung.

IV. Logarithmenrechnung.

A. 1) ${}^{a}\log a^{n} = n$; 2) $a^{{}^{a}\log p} = p$.

B. Mit den Lehrsätzen aus der Potenzrechnung $a^{m} \cdot a^{n} = a^{m+n}$, $a^{m} : a^{n} = a^{m-n}$ und $(a^{m})^{n} = a^{n \cdot m}$ sind zugleich die analogen Lehrsätze über Logarithmen mitbewiesen. Ebenso folgen aus $a^{0} = 1$ und $a^{1} = a$ alsogleich die entsprechenden logarithmischen Sätze. Der Satz ${}^{a}\log \sqrt[n]{p} = \frac{1}{n} {}^{a} \log p$ ist überflüssig.

Aus dem Vorstehenden ersieht man, dass sich die Lehrsätze der inversen Operationen zugleich mit den der gleich hohen directen Operationen entwickeln, dass also der Schwerpunkt einer genetischen Entwickelung des arithmetischen Lehrstoffes nicht in den inversen, sondern in den directen Operationen liegt.

Einen Fingerzeig, wie eine genetische Entwickelung des arithmetischen Lehrstoffes durchzuführen wäre, gibt schon das gegenseitige logische Verhältniss der Begriffe der directen Operationen. Dem Begriffe der Addition ist der der Multiplication, diesem der der Potenzirung untergeordnet; mithin folgen auch die Sätze der Multiplication aus jenen der Addition und die der Potenzirung aus jenen der Multiplication wie specielle oder besondere Urtheile aus allgemeinen also per conclusionem ad subalternatam.

Zum Unterricht in der höheren Analysis.*)

Von Dr. S. Günther in München.

Noch in den zwanziger Jahren dieses Jahrhunderts erklärte ein verdienter Universitätsprofessor, der gelehrte Mollweide, es für unmöglich, einen grösseren Zuhörerkreis in die Elemente der Differential- und Integralrechnung einzuführen, er begnügte sich demzufolge damit, einzelne besonders befähigte Adepten privatissime in dieses dunkle Gebiet einzuweihen. Wir lächeln gegenwärtig über eine solche Auffassung, obwohl sich zu ihren Gunsten doch wohl noch mehr sagen liesse, als zu Gunsten der übereilten Hast, welche in unseren Tagen den Studirenden des

---

*) Die nachfolgende kleine Abhandlung ist nicht unmittelbar aus der Initiative des Verf. hervorgegangen, sondern auf Wunsch der Redaction von ihm niedergeschrieben worden. Es geschah dies gerne und in bereitwilligster Anerkennuug der Nützlichkeit derselben; gleichwohl aber liegt es nahe, dass so rein subjective Anschauungen, wie sie im Obigen niedergelegt erscheinen, von besonderer Nachsicht des Lesers getragen werden müssen um Nutzen zu stiften. Der Verf.

Nachschrift der Redaction zu dieser Bemerkung. Die Redaction hatte bei Veranlassung dieses Aufsatzes folgende Zwecke im Auge:

Erstens wollte sie jenen Fachgenossen bezw. Collegen, welche nach jahrelangem mühseligem Verkehr mit den Elementen und mit didaktischen Arbeiten ihre Kenntnisse aus der höheren Mathematik und deren Fortschritten wieder auffrischen oder ergänzen wollen, neue Anregung geben.

Zweitens wollte sie angehenden Studirenden der Mathematik und mathem. Naturw. — und für diese ist unsere Zeitschrift auch bestimmt — einen Wegweiser bei ihren Studien bieten.

Drittens endlich wünschte sie die mit einem solchen Aufsatze nothwendig verbundene „kritische Besprechung" deshalb, weil derselben mehrere Werke über höhere Mathematik zur Berichterstattung eingesandt worden waren, welche strenggenommen von den liter. Berichten, die nur den Unterricht der höheren Schulen berücksichtigen wollen, ausgeschlossen sind.

dritten Semesters in die Lehre von den hyperelliptischen Functionen hineinpeitschen will, ihm aber dafür hartnäckig die Mittel vorenthält, sich irgendwie praktisch auf seinen zukünftigen Lehrberuf vorzubereiten. Wir haben diese beiden Extreme angeführt, um an einem concreten Fall darzuthun, dass die pädagogische Frage nach der zweckmässigsten Art des höheren analytischen Unterrichtes der mannigfachsten Lösungen fähig ist, und in der That hat diese Frage auch in Schriften und pädagogischen Vereinen die lebhafteste Discussion von je gefunden. Eine specielle Unterfrage beschäftigte in warmer Rede und Gegenrede die sechszehnte Section der Grazer Naturforscherversammlung, und wir freuen uns, aus einer Annonce der Redaction ersehen zu haben, dass Prof. Finger in Wien seine damals aufgestellten und von uns nach Kräften befürworteten Thesen der Schulwelt ausführlicher vorzuführen gewillt ist. An dieser Stelle jedoch soll ebenfalls, den Intentionen unseres Auftraggebers entsprechend, eine speciellere Frage erörtert werden; wir wollen untersuchen, nach welchen Grundsätzen und auf welche literarische Hülfsmittel gestützt der Selbstunterricht in der „höheren Mathematik“ — sit venia verbo — die gedeihlichsten und zugleich raschesten Resultate gewähren könne. Auch soll bei dieser Enquête vor Allem die respectable Classe derjenigen Adspiranten berücksichtigt werden, welche in früherer Zeit bereits mit den Anfangsgründen der Differential- und Integralrechnung sich bekannt gemacht hatten und nun, nachdem längere Jahre ihre verwischende Thätigkeit ausgeübt, aus irgend einem Grunde ihre Kenntnisse wieder aufzufrischen wünschen. Regeln lassen sich selbstverständlich hier nicht aufstellen, wohl aber Fingerzeige, die dem Einzelnen erspriesslich sein können, insbesondere in der richtigen Auswahl seiner Hülfsbücher. Dabei wird dann freilich eine mehr oder minder kritische Besprechung älterer und neuerer Werke nicht zu umgehen sein, und sollte diese nicht überall das Richtige zu treffen scheinen, so wird der Verf. gerne zur genaueren Begründung seiner Ansichten in den Spalten dieses Blattes bereit sein.

Auch in derjenigen Classe, deren Bedürfnissen entgegenzukommen der ausgesprochene Zweck unseres Aufsatzes ist, können wir zwei Kategorien unterscheiden, deren Ansprüche und Zwecke durchaus verschieden sind. Die eine Kategorie

wird sich hauptsächlich aus Freunden der Naturwissenschaften, Technikern, in nicht ferner Zeit auch Medicinern, zusammensetzen, welche die Nothwendigkeit ausgebreiteter mathematischer Kenntnisse für einen rationellen Betrieb ihrer speciellen Fächer eingesehen haben und nun den Mängeln ihres Bildungsganges durch eignes Studium nachzuhelfen trachten; hierher werden wir auch gar viele ältere und strebsame Lehrer der mathematischen Wissenschaften rechnen müssen, deren Universitätsjahre noch durch die leider nicht seltenen Nachklänge einer derjenigen Mollweide's verwandten Anschauungsweise beeinflusst waren. Ganz anders verhält es sich mit der zweiten Kategorie, in der ausschliesslich jüngere Mittelschul-Lehrer anzutreffen sein werden. Freilich hat es seit ein paar Jahrzehnten für die Candidaten dieser Berufsclasse keine Schwierigkeiten mehr, sich eine tüchtige Bildung in diesen höheren und nach Belieben auch höchsten Fächern anzueignen. Allein das praktische Lehramt ist bekanntermassen nicht eben dazu angethan, solchen Besitz schonend zu conserviren. Ueberhäuft mit Correcturen und anderweiten Schulgeschäften, beladen mit dem Unterrichte in ganz anderen Branchen, Physik, Naturgeschichte, Geographie, und auch in der mathematischen Stunde ausschliesslich auf elementare Gegenstände angewiesen, weiss sich der deutsche Lehrer gleichwohl — zu seiner bleibenden Ehre sei es gesagt — Muse und Frische zur selbstthätigen Beschäftigung mit irgend einem Specialfache zu erhalten; ein Blick in die wissenschaftlichen Zeitschriften und Programme bewahrheitet das. Setzt nun zufällig jenes Specialfach die stete Anwendung analytischer Kenntnisse voraus, so ist für deren Behauptung gesorgt; treibt man dagegen Chemie oder Physik oder widmet man selbst im Reiche der Mathematik sich philosophisch-didaktischen, historischen, synthetisch-geometrischen Studien, so kann man gar leicht dem Zustande anheimfallen, welchen wir zur Basis unserer bisherigen Betrachtungen genommen hatten. Die Grundgedanken der höheren Rechnung und einzelne ihrer Regeln hat das Gedächtniss bewahrt; einem leidlichen Wissen steht aber ein absolutes Nicht-Können oder besser Nimmer-Können zur Seite. Solchen Leuten gilt es denn, den Weg zur Praxis möglichst zu erleichtern, indem bei deren Ausübung auch die momentan noch fehlenden aber doch eigentlich nur unter die Schwelle hinab-

gedrückten theoretischen Reminiscenzen von selbst in Kürze sich einstellen werden.

Wenn wir nun den ersten Theil unserer Frage in's Auge fassen, so tritt uns eine Schwierigkeit entgegen, deren Beseitigung uns wohl nicht vollständig gelingen wird. Vor zwanzig Jahren hätte es damit wenig auf sich gehabt, denn die penible Frage, deren Beantwortung sich uns aufdrängt, dreht sich um die richtige Verbindung von mathematischer Strenge und leichtfasslicher Darstellung, und damals hielt man diese beiden Begriffe für identisch. Zwei Methoden waren jener Zeit allgemein üblich, die Leibnitz'sche des Unendlichkleinen und die Lagrange'sche der Derivationen — beide sind seit Cauchy's Auftreten in ihrer Verwendbarkeit arg erschüttert worden. Den Vortheil anscheinender Leichtverständlichkeit hatten beide Methoden und bis zu einem gewissen Punkte konnte die aus ihnen fliessende Behandlung für völlig befriedigend gelten, allein plötzlich ergaben sich Anstände, die strenggenommen doch nur durch einen logischen Sprung gehoben wurden. Insbesondere das Verfahren Lagrange's, welches im Wesentlichen auf der aprioristischen Annahme der Taylor'schen Reihenentwickelung beruhte, kann als definitiv antiquirt betrachtet werden, soviel Mühe sich auch der sonst so verdiente Martin Ohm gab, den Leichnam in's Leben zurückzugalvanisiren. Aus diesem Grunde können wir die einleitenden Capitel derjenigen Werke, welche noch auf Lagrange'schem Boden stehen, also der Werke von Ohm[1]), Navier-Wittstein[2]), Francoeur-Külp[3]) nicht zum beregten Zweck empfehlen. Im Uebrigen enthalten diese Bücher sehr viel des Guten, und besonders Navier's zwei Bände, welche der Translator durch reichhaltige Zusätze aus eigener Feder bereichert hat, können von jedem Vorgerückteren ihrer eleganten französisch-gefälligen Darstellung halber mit Genuss gelesen werden. Allein zur Introduction in ein ganz neues Wissensgebiet bedarf es eines fester fundirten Untergrundes, als jene Schriften zu bieten vermögen.

Auch die Methode des Unendlichkleinen, wie sie wenigstens in den meisten Systemen des vorigen Jahrhunderts vorgetragen wurde, konnte in ihrem theoretischen Theile denkenden Köpfen nicht genügen. Ziemlich allgemein war denn auch dieser Uebelstand anerkannt, ohne dass gleichwohl die mit Ausbildung der

analytischen Technik allzueifrig beschäftigte Gelehrtenwelt seine Abstellung in Angriff genommen hätte. Lieber behalf man sich mit Palliativmitteln so sonderbarer Natur, dass es uns heut zu Tage schwer wird, die Möglichkeit solch' banausischer Ideen mitten in einem kritisch-raisonirenden Zeitalter auch nur zu glauben. „Lassen Sie das Klügeln über die eigentliche Basis des höheren Calculs ganz bei Seite,“ sagte Condorcet zu seinem Schüler Bossut, „arbeiten Sie sich in die Rechnung selbst hinein, dann wird der Glaube an ihre Richtigkeit schon von selbst kommen.“ Zu solchen Extravaganzen musste der Mangel einer streng wissenschaftlichen Basis führen. Allein die uns gegenwärtig vorliegende Methode unterscheidet sich dadurch zu ihrem Vortheil vom Ableitungscalcül, dass sie die Elemente zu einer rationellen Umgestaltung in sich selbst trägt. Wenn man es nur erst einmal dazu gebracht hat, mit den Worten Unendlichgross und Unendlichklein einen bestimmten Sinn zu verbinden, dann kann man auch die Metaphysik der Differentialrechnung entsprechend gestalten. Von neueren Werken, welche in diesem Sinne gearbeitet sind, können wir nur ein einziges namhaft machen, dasjenige von Hoppe[4]). Dasselbe befolgt einen höchst consequenten Gang, wird sich aber aus diesem Grunde den Lernenden, welche wir im Auge haben, weniger empfehlen. Denn diese suchen, worin wir sie nicht tadeln können, doch immer möglichst rasch über das Vorbereitungsstadium hinauszukommen, Hoppe aber schickt der eigentlichen Differentialrechnung einen abgerundeten und dem gleichen Principe unterstellten Abriss der algebraischen Analysis voraus. Eine derartige Manier, das Unendliche direct zu verwenden, wird den Schüler nicht in jene falsche Sicherheit verfallen lassen, aus welcher beim fortschreitenden Studium regelmässig die unangenehmsten Consequenzen sich ergeben, und sie dürfen wir deshalb mit gutem Gewissen empfehlen. Freilich aber unterscheidet sich diese verbesserte Leibnitz'sche Theorie principiell durchaus nicht von jener Methode, zu deren Charakterisirung nunmehr übergegangen werden soll, von der Methode der Grenzen. Diese kann, wie nun einmal die Sachen liegen, allein den Anspruch machen, zugleich streng wissenschaftlich und leicht fasslich zu sein, und wir glauben mit voller Berechtigung die These formuliren zu können:

Dem Zwecke, welcher für uns hier der massgebende ist, können nur solche Lehrbücher mit wirklichem Erfolge dienen, welche den höheren Calcul direct auf der Basis der Grenzwerthrechnung entstehen lassen.

Den Nachweis, dass dies Verfahren allein zu wirklich befriedigenden Resultaten führe, brauchen wir hier nicht zu führen, da wohl schwerlich noch dissentirende Stimmen sich erheben dürften. Andererseits aber sind wir fest überzeugt, dass in den Kreisen, für welche wir hier schreiben, viele der Grenzmethode den Vorwurf allzugrosser Complicirtheit machen werden, und dies um so mehr, wenn sie vielleicht bereits ein wenig von dem bequemen Lehrgange früherer Perioden beeinflusst erscheinen. Allein hier gilt es eben, den entscheidenden Schritt zu thun, ohne welchen in keiner Wissenschaft etwas Tüchtiges geleistet und gelernt werden kann; es muss mit dem alten Vorurtheil gebrochen*) und das Schwimmen probirt werden, ohne das es nun einmal in dem neuen Elemente nicht geht.**) Und weiter, ist denn überhaupt die Grenzwerthmethode schwerer verständlich als die übrigen an Strenge ihr nachstehenden Begründungen, oder ist diese allerdings viel gehörte Behauptung am Ende nur ein leeres Vorurtheil? Wir persönlich sind von der Ueberzeugung durchdrungen, dass dies letztere der Fall, und möchten für diese unsere Anschauung bei vorliegender Gelegenheit Propaganda machen. Betrachten wir nur ein specielles Beispiel; wie verfahren die verschiedenen Theorien, um einen Differentialquotienten, etwa den von $\sin x$ zu gewinnen? Man führe die Rechnung den beiden ersten entsprechend durch und vergleiche damit die folgende einfache Deduction: Es ist

$$\frac{dy}{dx} = \lim \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim \frac{\sin(x + \Delta x) - \sin x}{\Delta x};$$

*) Ein ganz ähnliches Verhältniss waltet z. B. in der Determinantenlehre ob; manche Leitfäden, z. B. derjenige von Dölp, scheuen sich den Bruch mit den alten Traditionen energisch vorzunehmen oder, populär gesprochen, sie möchten das Waschen des Pelzes ohne dessen Nasswerden besorgen. Unserer Meinung nach thut man am besten, diese Kluft nicht zu maskiren, sondern den unumgänglichen Schritt den Lernenden möglichst früh thun zu lassen.

**) Der Verf. kann um so mehr aus Erfahrung sprechen, als er, durchaus in Ohm'schen Ideeen aufgewachsen, sich später unsanft aus seiner Vertrauensseligkeit gerissen fühlte.

setzt man die bekannte Sinusformel für einen zusammengesetzten Winkel voraus, so folgt sofort

$$\frac{dy}{dx} = \lim \frac{\cos x \sin \varDelta x - \sin x (1 - \cos \varDelta x)}{\varDelta x},$$

und mit Berücksichtigung anderer goniometrischer Relationen

$$\frac{dy}{dx} = \lim \frac{\sin \frac{1}{2} \varDelta x}{\frac{1}{2} \varDelta x} \cos \left(\frac{x}{2} + \frac{\varDelta x}{2}\right).$$

Bis hierher wurden also lediglich ganz elementare Dinge vorausgesetzt; nunmehr aber bedarf es zur Ausführung des Grenzüberganges nur mehr der beiden unmittelbar in die Augen springenden Thatsachen, dass für ein verschwindendes φ der Quotient $\frac{\sin \varphi}{\varphi}$ der Einheit sich nähert, und dass der Limes eines Productes dem Producte der Limiten aus beiden Factoren gleich ist. Naturgemässer und zugleich elementarer kann wohl nicht vorgegangen werden.

In der That nun bedient sich auch die überwiegende Mehrzahl unserer neueren analytischen Lehr- und Handbüche der Grenzmethode. Dass nur unter diesen der Anfänger seinen specielleren Rathgeber sich suchen soll, unterliegt keinem Zweifel mehr, und es ergibt sich uns so die immerhin etwas peinliche Pflicht, direct mahnende und abwehrende Rathschläge zu ertheilen. Selbstverständlich werden wir uns mit der Umschau in einem kleineren Kreise deutscher Lehrbücher genügen lassen müssen.

Zu den empfehlenswertheren Werken dieser Classe rechnen wir den kleinen Lehrbegriff Grunert's [5]), welcher Differential- und Integralrechnung mit den Anfangsgründen der Trigonometrie in Einen mässigen Sammelband zusammendrängt und auch die Anwendungen nicht vernachlässigt. Nicht das Gleiche lässt sich von dem grösseren Werke des nämlichen Verfassers sagen, denn hier [6]) schlägt bereits das sehr anerkennenswerthe Bestreben des verdienten Mathematikers, möglichst gründlich vorzugehen, in eine Pedanterie um, welche selbst dem Sachkenner die Lectüre unmöglich macht. Insonderheit verkehrt sich bei Grunert die Vorliebe zu einer exacten Behandlung der unendlichen Reihen, des schwachen Punktes der Derivationstheorie, in ein Zerrbild; gewiss wird Niemand heutzutage die hohe Wichtigkeit leugnen wollen, welche einer strengen Berücksichtigung der sogenannten Restglieder innewohnt, allein bei jeder neu vor-

gelegten Reihe die ganze Untersuchung wieder zu recapituliren, dazu wird sich ausser Grunert wohl auch Niemand sonst verstehen wollen, und zumal den Anfänger kann solche Uebertreibung nur abschrecken. Was Grunert zu viel, hat ein anderes sonst viel gebrauchtes Handbuch, dasjenige von Dienger[7]) zu wenig, denn diejenigen Grenzbetrachtungen, auf welche dieses Werk die Elemente der Differentialrechnung basirt, können*) in keiner Weise als genügend angesehen werden. Zudem aber herrscht in dem weitläufig angelegten Compendium ein absoluter Mangel an Ordnung und Systematik, so dass organisch zusammengehörige Gegenstände in den verschiedensten Theilen zusammengesucht werden müssen. Auf der anderen Seite ist nicht zu leugnen, dass in denjenigen Partien, wo die Darstellung naturgemäss mehr in eine Reihe isolirter Monographien zerfallen darf, die grosse Gewandtheit und Erfahrung des Verfassers sich sehr vortheilhaft geltend macht; die massenhaft eingefügten und grossentheils vollkommen durchgerechneten Uebungsbeispiele aus Geometrie und Physik bieten dem Vorgeschrittenen ein überreiches Material zu selbstständiger Beschäftigung, und man kann mit Einem Worte sagen, dass das Buch — abweichend von vielen andern — immer besser wird, je weiter man sich vom Anfange entfernt. Für Studirende in höheren Semestern wie auch als Hülfs- und Nachschlagebuch wird Dienger stets seine Brauchbarkeit behaupten — für das erste Stadium des Lernens dagegen würde er blos mit negativem Erfolge angerathen werden können.

Als das empfehlenswertheste unter den neueren Werken erscheint uns zur Zeit das zweibändige Compendium Schlömilch's[8]), dessen Brauchbarkeit beim Selbstunterrichte sowohl als beim Unterrichten eines grösseren Schülerkreises wir aus eigener Erfahrung zur Genüge kennen. Wir betrachten es als keinem Zweifel unterworfen, dass man, woferne nur eben ein gewisses unentbehrliches Normalmass mathematischen Esprits vorhanden ist, sich sehr leicht in dieses Werk hineinarbeiten und darin heimisch werden kann. Ueberdies ist dasselbe umfassend genug, um einen Vorcurs der algebraischen Analysis

*) Man vergleiche hiezu die scharfe Recension Arndt's in Kekulé-Eisenlohr-Cantor's „Krit. Zeitschr. f. Chemie, Physik u. Mathematik.“

entbehrlich erscheinen zu lassen, und auch gewisse Punkte, welche für tiefer eindringende Studien als Vorbedingung erfordert werden, wie z. B. die Lehre vom Imaginären, sind in demselben populär genug dargelegt. An literarischen Bemerkungen ist (in der Einleitung) wenigstens das Nothwendige gegeben, und die Thatsache, dass sich die Entwickelung wo immer möglich an geometrische Vergleiche anlehnt, steigert den didaktischen Werth des Lehrbuchs um ein Beträchtliches.*) Freilich leugnen wir nicht, dass uns für den ersten Unterricht eines Schülers, der nicht sowohl Mathematiker werden als von den Resultaten der Analysis für anderweite Zwecke Nutzen ziehen will, Schlömilch's Compendium des Guten ein wenig zu viel thut, und wir würden freudig eine literarische Leistung begrüssen, welche mit Beibehaltung der Methode und Anordnung gewissermassen einen Extract aus jenem herstellte. Allein es gibt keine solche und so verbleiben wir denn bei unserem früheren Ausspruche; vielleicht aber könnte in einer folgenden Auflage das nämliche Ziel mittelst das in vielen neueren Büchern betretenen Ausweges erreicht werden, diejenigen Paragraphen, welche gewissermassen die Pfeiler des ganzen Gebäudes sind, durch Sternchen auszuzeichnen und so den Rest einer späteren Studienphase vorzubehalten. Einen wesentlichen Vortheil bietet das besprochene Werk unseres Erachtens schliesslich auch dadurch, dass es in seinem zweiten Theile eine gedrängte Uebersicht all derjenigen sublimeren Theorien gibt, ohne welche in den mathematischen Theilen der Naturwissenschaft und Technik sichere Schritte heutzutage kaum mehr gethan werden können.

Strenge und Leichtfasslichkeit mussten nothwendig die Kriterien sein, welche bei der Prüfung eines für unsere erste Kategorie bestimmten Werkes als massgebend anzuwenden waren. Im zweiten Falle stellt sich die Sache wesentlich anders. Nicht als ob derjenige, der der Hauptsache nach nur repetiren will, von der Nothwendigkeit einer exacten Begründung gering zu denken berechtigt wäre, aber die Hauptsache liegt für ihn, der sich ja früher mit dem Wesen dieser Begründung vertraut gemacht haben soll, immerhin anderswo. Der eigentliche Mathe-

*) Man vergleiche besonders den schönen stereometrischen Beweis der Relation $\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y \partial x}$.

matiker braucht ja mit Regeln, deren Wahrheit ihm schon längst in Fleisch und Blut übergegangen ist, sich nicht mehr aufzuhalten, insoferne er nur möglichst rasch den Gebrauch dieser Regeln sich wieder zu eigen zu machen sucht. Dass diesem Wunsche durch eigens hiefür gearbeitete Hülfsbücher entgegengekommen wurde, und dass so eine ganze Literatur sich ausbildete, deren Erzeugnisse einem ausgesprochen praktischen Zwecke dienen sollten, können wir sohin nur naturgemäss und in keiner Weise tadelnswerth finden — nur dürfen wir dann auch mit aller Entschiedenheit fordern, dass die Autoren ihren Schriften das Air einer unter diesen Umständen unerreichbaren Wissenschaftlichkeit nicht zu geben versuchen. Von diesem Standpunkte aus verwerfen wir Lehrbücher wie diejenigen von Tellkampf[9]), Stegemann[10]), Weisbach[11]) auf das Entschiedenste, denn die darin vorgetragenen Deductionen prätendiren, für strenge zu gelten, und können doch absolut diesem Anspruche nicht gerecht werden. Viel eher noch rechtfertigt sich in unseren Augen ein so anspruchsloses Büchlein, wie dasjenige von H. J. Klein, welches offen seine wenn auch etwas banausische Tendenz eingesteht und das Handwerksmässige des Calculs ganz gut lehren könnte. Die richtige Mitte zwischen hohlem Schein von Strenge und reinen Utilitätsabsichten scheint uns der Versuch Autenheimer's*)[12]) innezuhalten; Theorie und Praxis der höheren

*) Die zweite Auflage dieses Werkes hat im neuesten Hefte der zu Prag erscheinenden „Techn. Blätter" eine höchst abfällige Kritik erlitten. Der Verf. derselben, Prof. Lieblein vom deutschen Polytechnicum daselbst, hat sich durch seine bekannte Aufgabensammlung aus der niederen Analysis allerdings die Befugniss erworben, ein Wort über analytische Strenge mitzusprechen, und jedenfalls war er in diesem Punkte ein competenterer Richter, als seinerzeit der Recensent desselben Buches in den „Heidelberger Jahrbüchern." Allein die Recension scheint uns über das Ziel hinauszuschiessen. Hätte Autenheimer verkündet, er wolle ein allen Anforderungen entsprechendes Lehrbuch der höheren Mathematik schreiben, dann wäre der herbste Tadel für die oft laxe Begründung der Anfangssätze gerechtfertigt, allein wenn man die Vorrede der ersten Ausgabe liest, wird man nimmer dem Verf. solche Prätension zuschreiben können. Wir vermögen deshalb unser Urtheil nicht zu modificiren; wir rathen das Buch nicht zum ersten Studium an, sind aber überzeugt, dass der Fortgeschrittene nicht ohne grossen Vortheil für seine analytische Praxis — wir betonen dieses Wort — dessen Lectüre beschliessen wird.

Analysis zu einem compacten Ganzen zu vereinigen, das war zwar schon im Plane gar vieler früherer Schriftsteller gelegen, aber keinem derselben dürfte die Realisirung so ausgiebig gelungen sein. Die Verbindung, in welcher bei Autenheimer die Differential- mit der Integralrechnung steht, ist pädagogisch von hohem Werthe, denn sie hilft viel mit dazu, den eigentlich doch nur eingebildeten und für den Lernenden ängstlichen Gegensatz beider Disciplinen zum Verschwinden zu bringen. Dann aber lässt sich, selbst in den eigentlichen Sammlungen, nicht leicht ein reichhaltigeres und vor Allem mannigfaltigeres Aufgaben-Material auftreiben, als es sich hier zusammengestellt findet. Mit Ausnahme also der Fundamentalbegriffe, deren Einführung nicht mit der erforderlichen Akribie vollzogen ward, empfiehlt sich das Autenheimer'sche Werk allen denjenigen, welche mit möglichst geringem Zeitverlust differentiiren und integriren lernen wollen. Ziemlich das Nämliche, was von Autenheimer sich sagen lässt, gilt auch für das sehr praktisch angelegte, aber in seinem theoretischen Theile ebenfalls etwas zu kurz gekommene Lehrbuch von Tegetthoff[13]); dass dasselbe in seinen Anwendungen hauptsächlich dem Bedürfnisse des Astronomen und Nautikers gerecht zu werden sich bestrebt, wird seine Verwendbarkeit für manches Mitglied unserer zweiten Kategorie nicht verringern.

Dass neben der Lectüre irgend eines Lehrganges die stete Benützung einer geeigneten Aufgabensammlung dringend geboten sei, wird Niemand in Abrede stellen wollen. Gilt dies schon für den Studirenden, dem doch in seiner Vorlesung immerhin einige Anleitung zur praktischen Bethätigung des Gelehrten gegeben zu werden pflegt, so gilt es noch in unvergleichlich höherem Grade für Autodidakten. Glücklicherweise besitzen wir gegenwärtig in unserer Sprache eine Reihe von guten literarischen Hülfsmitteln, die sich aber natürlich nicht alle gleich gut zu einem bestimmten Zwecke eignen. Der Mathematiker, dem es aus Fachinteressen wünschenswerth ist, seine früher erworbenen Kenntnisse wieder aufzufrischen, wird mit Vortheil zu Schlömilch's Sammlung[14]) greifen, deren Material zwar durchaus elementarer Behandlung zugänglich ist, während doch der Verfasser von dem Lernenden Sinn für mathematische Eleganz und eine gewisse Gewandtheit in der Transformation alge-

braischer Ausdrücke verlangt. In ähnlichem Sinne ist die auch durch ihre Berücksichtigung der elementaren Analysis empfehlenswerthe Collection von Rogner[15]) gearbeitet. Für Leute hingegen, welche noch wenig vorbereitet an das Studium des höheren Calculs herantreten, dürfte das bekannte Buch von Sohncke[16]) räthlich erscheinen, dessen Beliebtheit durch die vor Kurzem erschienene vierte Auflage hinreichend documentirt erscheint, und noch elementarer ist Dölp*)[17]) gehalten, dessen theoretische Einleitungen allerdings stellenweise zu wünschen übrig lassen, dessen Aufgaben-Auswahl dafür aber von grossem pädagogischen Tacte Zeugniss ablegt. Eine früher mehrfach benützte Sammlung von Hesselbarth[18]) ist, wie wir mit grosser Befriedigung constatiren, aus dem akademischen Unterrichte wenigstens anscheinend ganz verschwunden.

Wenn wir nun zum Schluss eine scheinbar sehr heterogene Frage mit hereinziehen, so möge man das als berechtigte Eigenthümlichkeit gelten lassen: wir betonen auf's Nachdrücklichste die Wichtigkeit historischer Studien gerade auch für unseren momentanen Zweck. Wer Differentialrechnung zu treiben unternimmt, es sei aus welchem Grunde immer, der sollte sich vorher darüber vergewissern, wie man denn überhaupt zur Errichtung des stattlichen Gebäudes kommen konnte, in dessen Inneres er einzutreten beabsichtigt. In richtigem Verständniss dieser Thatsache hat Wittstein[19]) dem Lehrer der höheren Mathematik ein sehr brauchbares Hülfsmittel an die Hand gegeben; wer sich umfänglicher belehren will, benütze den zweiten Band von Suter's Geschichte der Mathematik[20]), denn dieses Werk rechtfertigt seinen Titel nicht eigentlich, stellt aber dafür ein recht gutes historisches Lehrbuch der höheren Analysis und Mechanik vor.

Literarische Nachweise.

1) Ohm, Lehrbuch für die gesammte höhere Mathematik. 2 Bände. Leipzig 1839.

2) Navier, Resumé des leçons d'analyse données à l'école polytechnique. 2 Bände. Deutsch von Wittstein. Hannover 1848—49.

3) Francoeur, Cours complet des mathématiques pures. 2 Bände. Deutsch von Külp. Bern 1831.

---

*) Unser subjectives Urtheil über das Dölp'sche Buch haben wir im 1. Hefte dieses Jahrganges des Näheren darzulegen versucht.

4) Hoppe, Lehrbuch der Differentialrechnung und Reihentheorie. Berlin 1865.

5) Grunert, Leitfaden für den ersten Unterricht in der höheren Analysis. Leipzig 1838.

6) Id., Elemente der Differential- u. Integralrechnung. Leipz. 1837.

7) Dienger, Differential- und Integralrechnung. 3 Bände. Stuttgart 1863.*)

8) Schlömilch, Compendium der höheren Analysis. 2 Bände. Braunschweig 1853.**)

9) Tellkampf, Grundzüge der höheren Mathematik nebst Anwendung derselben auf Mechanik. Hannover 1862.

10) Stegemann, Grundriss der Differential- und Integralrechnung mit Anwendungen. Hannover 1863.***)

11) Weisbach, Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinenmechanik. Braunschweig 1850. Einleitung.†)

12) Autenheimer, Elementarbuch der Differential- und Integralrechnung. Weimar 1865.††)

13) v. Tegetthoff, Compendium der Differential- und Integralrechnung. Triest 1869.

14) Schlömilch, Uebungsbuch zum Studium der höheren Analysis. 2 Bände. Leipzig 1858 und 1870.†††)

15) Rogner, Materialien zum Unterrichte in der Analysis. Graz 1852.

16) Sohncke, Sammlung von Aufgaben aus der Differential- und Integralrechnung. 2 Theile. Halle 1854. 2. Auflage von Schnitzler, 3. Aufl. von Heis, 4. Aufl. von Amstein.

17) Dölp, Aufgaben zur Differential- und Integralrechnung. Giessen 1874.

18) Hesselbarth, Beispiele und Aufgaben aus der Differential- und Integralrechnung mit Verwandlung der Functionen. Leipzig 1852.

19) Wittstein, Drei Vorlesungen zur Einleitung in die Differential- und Integralrechnung. Hannover 1851.

20) Suter, Geschichte der mathematischen Wissenschaften. 2. Theil. Zürich 1874 und 1875.

Zusatz der Redaction.

Ausser den vom Herrn Verfasser des vorstehenden Aufsatzes angeführten Werken dürften vielleicht noch folgende wenigstens zu nennen sein:

---

*) 3. verb. Aufl. 1868.
**) 1. Bd. vierte verb. Aufl. 1874. 2. Bd. zweite verb. Aufl. 1874.
***) 2. Aufl. 1873.
†) 5. Aufl. 1870.
††) 2. Aufl. 1875.
†††) 2. Aufl. 1874.

D. Red.

1) Cournot, Elementarbuch der Theorie der Functionen (Deutsch v. Schnuse, Darmstadt 1845), welches im Anfange der funfziger Jahre in Leipzig empfohlen und viel benutzt wurde, und welches auch der Herausgeber d. Z. studirte.

2) Cauchy's Vorlesungen, insbesondere Cauchy, Vorlesungen über die Anwendung der Infinitesimalrechnung auf die Geometrie (Deutsch v. Schnuse. Braunschweig 1840).

3) Das in der Darstellung zwar breite aber von Anfängern noch jetzt viel benutzte Werk von Snell, Einleitung in die Differential- und Integralrechnung. Leipzig 1846. 2 Bde.

4) a) Burg, ausführliches Lehrbuch der höheren Mathematik. Wien 1833. 3 Bde. (Wegen seiner Klarheit und der Uebungsbeispiele seiner Zeit viel benutzt, nun aber in der wissenschaftlichen Methode veraltet.)

Dasselbe ist gegenwärtig in Oesterreich ersetzt durch:

b) Herr, Lehrbuch der höheren Mathematik. Wien 1872. I.—II. 2. verb. Aufl.

Ueber einen einfachen Apparat zur Bestimmung des Ausdehnungscoefficienten der Luft und unelastischer Flüssigkeiten.

Von Dr. Matern in Hamburg.

(Mit 1 Fig.)

Um die durch Erwärmung bewirkte Ausdehnung der Luft zu veranschaulichen, lässt sich recht zweckmässig ein Kochfläschchen von vielleicht 50 bis 200 Cubikcentimeter Inhalt benutzen, das mit einem Kork dicht verschlossen wird, durch welchen ein etwa 3 bis 4 Millimeter weites Glasrohr bis nahe an den Boden hinabführt. Wird etwas gefärbtes Wasser in das Gefäss gethan, sodass das Rohrende eintaucht, so treibt eine Temperaturerhöhung von nur einem Grade das Wasser im Rohr je nach dem Verhältniss der Volumina um 10 bis 30 Millimeter empor.

Da die zur genaueren Ermittelung des Ausdehnungscoefficienten der Luft dienenden Apparate nicht allein ihres hohen Preises wegen, sondern auch wegen umständlicher Vorbereitung zum Versuch wohl schwerlich in physikalischen Schullaboratorien in Gebrauch kommen dürften, habe ich mich mit dem Gedanken beschäftigt, in welcher Weise der oben erwähnte Apparat, ohne den Charakter der Einfachheit einzubüssen, wenigstens zu approximativen Messungen sich einrichten liesse.

Offenbar handelt es sich hier um eine abgeschlossene Quantität Luft, die bei verschiedenen Temperaturen unter wechselndem Druck verschiedene Volumina einnimmt.

Um das Volumen und seine Aenderungen bequemer und genauer messen zu können, wurde der Hals des Gefässes conisch

ausgedreht und ein genau hinein passender Glasconus zum Verschluss angewandt, den ein von unten aufwärts in Millimeter getheiltes Glasrohr von der Länge eines halben Meters durchsetzte. Die Bestimmung der Volumina geschieht mit der erforderlichen Genauigkeit durch Abwägung. Die Flasche und das Rohr werden zunächst für sich allein gewogen. Dann wird das Glas mit Wasser gefüllt, der unten mit etwas Wachs verschlossene Rohrstöpsel gut aufgesetzt und das Ganze nach sorgfältiger Abtrocknung wieder gewogen. Endlich wird noch das Gewicht des mit Wasser gefüllten Rohres bestimmt. Die Anzahl der Gramme des Wassergewichtes gibt das Volumen in Cubikcentimetern an.

Das Volumen des mit dem Stöpsel verschlossenen Gefässes sei V_1 und v dasjenige eines 1 cm. langen Theiles des überall gleichweit angenommenen Rohres. Werden nun für einen Versuch V_2 Gramme Wasser in das Gefäss gebracht und ist das Wasser im Rohre um h cm. gestiegen, so ist das Volumen der eingeschlossenen Luft

$$1)\quad V = V_1 - V_2 + h \,.\, v.$$

Diese Gleichung mag für den Fall gelten, dass der Apparat sich in einem Wasserbade von der Temperatur t (nach Celsius) befand. Beträgt in einem andern Falle die Temperatur t' und steigt die Wassersäule bis auf h' cm., so ist das neue Volumen der abgesperrten Luft

$$2)\quad V' = V_1 - V_2 + h' \,.\, v.$$

Es soll gleich an dieser Stelle bemerkt werden, dass bei der angegebenen Rohrlänge wegen der starken Steigung der Wassersäulen nur innerhalb geringer Temperaturdifferenzen (etwa bis 15⁰) Beobachtungen angestellt werden können.

Mit Rücksicht auf den zu erzielenden Genauigkeitsgrad des abgeleiteten Resultates ist es ganz unnöthig, diese Volumina in Bezug auf den cubischen Ausdehnungscoefficienten der geringen im Gefäss befindlichen Quantität Wasser zu corrigiren. Die Einwirkung der Wärme auf das Glasgefäss wird genügend berücksichtigt, wenn man den erhaltenen Ausdehnungscoefficienten der Luft als den scheinbaren ansieht, und, um den wahren zu erhalten, ihn noch um ungefähr 0,000025 bis 0,00003 vergrössert.

Der Druck, unter welchem die eingeschlossene Luft steht, setzt sich zusammen aus dem am Barometer abzulesenden äusseren Luftdruck b (in Centimetern) und aus dem Druck der Wassersäule von h cm., welche durch Division mit dem specifischen Gewicht 13,6 des Quecksilbers auf gleiche Benennung gebracht wird. Hiervon ist aber der aus den Tafeln von Regnault oder Magnus zu entnehmende Druck ∂ des bei der Temperatur t gesättigten Wasserdampfes in Abrechnung zu bringen, welcher mit der Luft zugleich den Raum erfüllt.

Würde statt des Wassers Quecksilber als Verschlussflüssigkeit benutzt, so würde allerdings wegen der verschwindend kleinen Dampfwirkung die Aufgabe theoretisch sich erleichtern; jedoch machten sich dann eine Anzahl praktischer Schwierigkeiten geltend. Bei geringen Temperaturdifferenzen wäre die Abmessung der 13,6 mal niedrigeren Quecksilbersäule ungenauer; bei grösseren Differenzen, also bei höherer Spannung würde der Stöpsel leicht herausgetrieben und der Versuch vereitelt; auch müsste dann das Gefäss stärker sein, würde also die Temperatur des Wasserbades nur sehr langsam annehmen.

Mit Abrechnung des Dampfdruckes sind für die Temperaturen t und t' die Tensionen der eingeschlossenen Luft

$$3) \quad p = b + \frac{h}{13,6} - \partial$$

$$4) \quad p' = b' + \frac{h'}{13,6} - \partial'.$$

Ist α der Ausdehnungscoefficient der Luft für 1° C., so muss nach dem mit Rücksicht auf Temperatur erweiterten Mariotteschen Gesetz sich verhalten

$$5) \quad \frac{V'}{V} = \frac{p.(1 + \alpha.t')}{p'.(1 + \alpha.t)}.$$

Die Grössen V, V', p, p', t und t' dieser Gleichung sind als bekannt anzusehen und die Auflösung derselben liefert den Werth der alleinigen unbekannten Grösse

$$6) \quad \alpha = \frac{V'.p' - V.p}{V.p.t' - V'.p'.t}.$$

Da die Producte grosse Zahlen ergeben, die erst durch die Subtractionen sich auf kleinere Werthe reduciren, so bietet die algebraische Umformung

$$7)\quad \alpha = \frac{1}{(t'-t) : \left(\frac{V'.p'}{V.p} - 1\right) - t'},$$

welche α in der gebräuchlichen Weise als Theil von 1 gibt, einige Rechnungsvortheile.

Die praktische Rechnung nach dieser Formel mag durch folgendes Schema angedeutet werden, für welches zwei wirklich angestellte Beobachtungen benutzt sind.

Die Constanten des ziemlich grossen Apparates sind:

$V_1 = 225{,}17 \quad v = 0{,}1314$ Cubikcentimeter.

Beim Versuch war $V_2 = 19{,}55$, der Barometerstand $b = b' = 76{,}0$,

$t' = 28{,}9^0$ C. $\quad h' = 48{,}3$ cm.

$t = 17{,}2$ „ $\quad h = 12{,}0$ „.

Aus der Regnault'schen Tafel*) ergibt sich $\partial' = 2{,}96$ $\partial = 1{,}46$ cm.

$V_1 = 225{,}17$	$b' = 76{,}0$	225,17	76,0
$h'.v = 6{,}35$	$h' : 13{,}6 = 3{,}55$	1,58	0,88
231,52	79,55	226,75	76,88
$V_2 = 19{,}55$	$\partial' = 2{,}96$	19,55	1,46
$V' = 211{,}97$	$p' = 76{,}59$	207,20	75,42

14838		14504
1272		1036
106		83
19		4
$V'.p' = 16235$	:	$15627 = 1{,}0388$
608		
469		
139		$11{,}7 \ : 0{,}0388 = 301{,}6$
125		11,64
14		6 $\qquad t = 17{,}2$
		$\alpha = 1 : 284.$

Selbst wenn diese Zahl wegen der Ausdehnung des Glases um 0,00003 vergrössert wird, beträgt die Abweichung von dem Ausdehnungscoefficienten $\frac{1}{273}$ noch über 3% und könnte selbst für ein Schulexperiment nicht recht genügen.

---

*) Da es manchem Leser erwünscht sein dürfte, die Tabelle zugleich mit der Erläuterung des Apparates zur Hand zu haben, so füge ich sie mit Verkürzung auf 3 Decimalstellen bei. Die kleineren Ziffern sind um weniger als eine halbe Einheit zu gross. (Siehe Tabelle nächste Seite!)

Bei Wiederholungen stellten sich die Resultate verschieden heraus, jenachdem von niederen Temperaturen zu höheren oder von höheren zu niederen übergegangen wurde. Hieraus konnte geschlossen werden, dass entweder der Temperaturausgleich oder die Sättigung des Raumes mit Dämpfen nicht schnell genug erfolgt sei.

Zur Vermeidung dieser Fehlerquellen liess ich kleinere Apparate anfertigen, deren Volumen nur 110 bis 120 Cubikcentimeter hält, und welche so dünnwandig sind, dass das Gewicht der Flasche nur 15 bis 17 Gramm beträgt. Der Boden ist fast bis auf den grössten Flaschendurchmesser von ungefähr 6 cm. abgeflacht, sodass die eingefüllte Wasserschicht nur eine Höhe von 3 mm. oder wenig mehr zu besitzen braucht. Der Stöpsel wurde so sorgfältig abgedreht und eingepasst, dass er einen, wenn auch nicht luftdichten, so doch für den höchstmöglichen Druck vollkommen wasserdichten Verschluss herstellte. Letzteres wird dadurch controlirt, dass der ganze Apparat bis zum oberen Rohrende mit Wasser gefüllt und gut abgetrocknet wird. Wenn nach mehrstündigem Stehen unter dem Drucke der etwa 40 cm. hohen Wassersäule das Wasser zwischen Stöpsel und Hals nicht heraustritt, so ist der Verschluss für alle Versuche hinreichend zuverlässig.

Der Versuch wird dann in folgender Weise angestellt. Die Constanten V_1 und v sowie das Gewicht der Flasche sind schon vorher ein für allemal bestimmt. Man bringt dann etwa 10 bis 11 Gramm Wasser hinein und erhält nach genauer Abwägung und Subtraction des Flaschengewichtes das Volumen V_2. Darauf

Temp.	Druck.	Diff.	Temp.	Druck.	Diff.	Temp.	Druck.	Diff.
0° C.	0,460 cm.	0,034	13° C.	1,116 cm.	0,075	26° C.	2,499 cm.	0,152
1 „	0,494 „	36	14 „	1,191 „	79	27 „	2,651 „	159
2 „	0,530 „	39	15 „	1,270 „	84	28 „	2,810 „	168
3 „	0,569 „	41	16 „	1,354 „	88	29 „	2,978 „	177
4 „	0,610 „	44	17 „	1,442 „	94	30 „	3,155 „	186
5 „	0,653 „	46	18 „	1,536 „	99	31 „	3,341 „	195
6 „	0,700 „	49	19 „	1,635 „	104	32 „	3,536 „	205
7 „	0,749 „	53	20 „	1,739 „	110	33 „	3,741 „	216
8 „	0,802 „	56	21 „	1,850 „	116	34 „	3,957 „	226
9 „	0,857 „	59	22 „	1,966 „	123	35 „	4,183 „	237
10 „	0,920 „	63	23 „	2,089 „	129	36 „	4,420 „	249
11 „	0,979 „	67	24 „	2,218 „	137	37 „	4,669 „	261
12 „	1,046 „	0,070	25 „	2,355 „	0,144	38 „	4,930 „	0,274
13 „	1,116 „		26 „	2,499 „		39 „	5,204 „	

wird der Stöpsel eingesetzt, der Apparat umgelegt, sodass etwas Wasser zwischen Stöpsel und Hals adhärirend den Verschluss luftdicht macht. Das Wasserbad von ungefähr 4 Liter, in welchem nun der Apparat und das Thermometer hin und her bewegt wird, habe etwa die Zimmertemperatur. Durch schwaches ruhiges Einblasen von Luft bringt man es leicht dahin, dass die nachher aufsteigende Wassersäule zu bequemerer Ablesung schon bei dieser ersten Beobachtung sich etwas über den Stöpsel erhebt. Nach ungefähr einer Minute wird die Temperatur und der Wasserstand notirt.

Nachdem der Apparat herausgenommen ist, wird durch vorher bereitgehaltenes heisses Wasser das Bad um etwa 15° erhöht, der Apparat wieder eingetaucht und einige Minuten, darin gelassen, bis nach erfolgter Ausgleichung und Sättigung Temperatur und Wasserstand zurückzugehen anfangen. Darauf wird beides notirt und der Barometerstand abgelesen, der in der kurzen Zeit, welche die beiden Beobachtungen erfordern, sich nicht wesentlich geändert haben kann. Der zuletzt beobachtete Wasserstand wird nun etwa 1 mm. grösser angenommen, da die Flüssigkeit im Gefäss während des Steigens im Rohr um soviel sinken muss.

Nach solchen Versuchen erhielt ich folgendes Resultat:

$$\begin{array}{llll} V_1 = 114{,}45 & v = 0{,}1259 & V_1 = 10{,}44 & \\ b' = 75{,}3 & t' = 28{,}0 & h' = 42{,}4 & \partial' = 2{,}81 \\ b = 75{,}3 & t = 13{,}7 & h = 9{,}9 & \partial = 1{,}17 \end{array}$$

114,45	75,3	114,45	75,3
5,34	3,12	1,25	0,73
119,79	78,42	115,70	76,03
10,44	2,81	10,44	1,17
109,35	75,61	105,26	74,86

7654,5		7368,2
546,8		421,0
65,6		84,2
1,1		6,3
8268,0	:	7879,7 = 1,0493
388,3		
315,2		14,3 : 0,0493 = 290
73,1		9,86 13,7
70,9		4,44 $\alpha = 1 : 276 = 0{,}00362$
2,2		4,44 Correctur für Glas 0,00003
		0,00365

Wenn auch die Richtigkeit der letzten Ziffer nicht völlig verbürgt sein kann, so haben doch bei vielfachen Versuchen die Fehler selten mehr als 1% betragen. Das Experiment erfordert selbst bei sorgfältiger Beobachtung aller angegebenen Vorsichtsmassregeln nur geringen Zeitaufwand und wenig Vorbereitungen. In Bezug hierauf ist zu bemerken, dass es weder auf eine sehr genaue Bestimmung des Gefässvolumens noch des Barometerstandes ankommt, dass auch der Einfluss der Capillarität gar nicht in Betracht zu ziehen ist, weil die Richtigkeit des Resultates hauptsächlich durch die Genauigkeit in der Angabe der Aenderungen des Volumens, der Temperaturen und Tensionen bedingt ist. Dies ergibt sich sehr leicht durch Einführung dieser Differenzen in die Formel; es ist

$$\frac{V'}{V} = 1 + \frac{(h'-h) \cdot v}{V_1 - V_2 + h \cdot v} = 1 + \frac{(h'-h) \cdot v}{V}$$

$$\frac{p'}{p} = 1 + \frac{\frac{h'-h}{13{,}6} - (\partial' - \partial)}{b + \frac{h}{13{,}6} - \partial} = 1 + \frac{h'-h}{13{,}6 \cdot p} - \frac{\partial' - \partial}{p}, \text{ also}$$

$$\frac{V' \cdot p'}{V \cdot p} - 1 = (h'-h)\frac{v}{V} + \frac{h'-h}{13{,}6 \cdot p} - \frac{\partial' - \partial}{p} + (h'-h)^2 \cdot \frac{v}{V \cdot 13{,}6 \cdot p}$$
$$- (h'-h) \cdot (\partial' - \partial) \cdot \frac{v}{V} \cdot p.$$

Welcher numerische Werth jedem dieser Glieder zukommt, lässt sich durch Benutzung des letzten Beispiels erkennen. Dieses gibt

$$\frac{V' \cdot p'}{V \cdot p} - 1 = 0{,}0389 + 0{,}0319 - 0{,}0219 + 0{,}0012 - 0{,}0008.$$

Hierin würde keine wesentliche Aenderung eintreten, wenn V etwa um $^1/_{1000}$ seiner Grösse, oder p um 1 mm. unrichtig wäre. Durchaus erforderlich ist aber ein Thermometer von so correcter Eintheilung, dass es die Temperaturunterschiede bis auf $^1/_{10}$ Grad sicher angibt oder abzuschätzen gestattet, da ein Fehler dieser Differenz einen verhältnissmässig gleich grossen Fehler des Resultates bewirkt.

Mit Benutzung eines guten Thermometers kann der Apparat*) für den angegebenen Zweck und ebenso auch wegen seiner Empfindlichkeit und Leichtigkeit der Füllung zur Bestimmung des scheinbaren Ausdehnungscoefficienten unelastischer Flüssigkeiten erfolgreich benutzt werden.

*) Die Werkstätte von C. H. F. Müller, Hamburg, Speersort 20, liefert den Apparat nach obigen Angaben sehr sorgfältig ausgeführt, mit eingeätzter Millimetertheilung, für den mässigen Preis von 5 Mk.; auf Wunsch wird ein Thermometer mit Emailscala in Fünftelgraden von 0° bis 40° in Lederetuis für 7 M. beigegeben.

Kleinere Mittheilungen.

Aus der Schulmappe.

Miscellen von Dr. A. Kurz.

(Fortsetzung von S. 289.)

30) Reduction eines gegebenen Kräftesystems.

Im Jahre 1859 liess G. Clebsch, damals Professor der polytechnischen Schule in Carlsruhe, Unterrichtshefte der elementaren und der analytischen Mechanik autographiren, von welchen ich als Zuhörer sowohl wie als Lehrer Nutzen gezogen. So habe ich mir meist nach dieser Quelle die Lösung jener Aufgabe zurecht gelegt, welche ich nun andeuten will, um alsdann eine kleine Modification als eine nebenhergehende zu empfehlen.

Zunächst erscheinen die sechs Abkürzungen, resp. nothwendigen Rechnungsresultate

$$X_0 = \Sigma X, \qquad Y_0 = \Sigma Y, \qquad Z_0 = \Sigma Z$$

$$L = \Sigma(Zy - Yz) \quad M = \Sigma(Xz - Zx) \quad N = \Sigma(Yx - Xy)$$

als die Componenten der im Coordinaten-Ursprung angreifenden Resultante P_0 und des Kräftepaars G, wobei P_0 mit der Axe von G den durch

$$P_0 G \,.\, \cos\varphi = L X_0 + M Y_0 + N Z_0$$

gegebenen Winkel φ einschliesst.

Um aber die Poinsot'sche Centralaxe zu bekommen, denkt man sich die Kräfte nicht nach dem Ursprunge, sondern nach dem, zunächst unbestimmten, Punkte $\xi\eta\zeta$ verschoben, wodurch die componirenden Kräftepaare geweckt werden:

$$\begin{aligned} L' &= \Sigma\left[Z(y-\eta) - Y(z-\zeta)\right] &&= L - (Z_0\eta - Y_0\zeta) \\ M' &= &&= M - (X_0\zeta - Z_0\xi) \\ N' &= &&= N - (Y_0\xi - X_0\eta) \end{aligned}$$

Darin lassen sich nun $\xi\eta\zeta$ so bestimmen, dass $\varphi' = 0$, also $L' = G' \cdot \frac{X_0}{P}$, $M' = G' \cdot \frac{Y_0}{P_0}$, $N' = G' \cdot \frac{Z_0}{P_0}$ wird; denn multiplicirt man die drei Gleichungen resp. mit $X_0\, Y_0\, Z_0$ und addirt, so erhält man

$$P_0 \cdot G' = L X_0 + M Y_0 + N Z_0$$

zur Bestimmung von G'; und hernach sind die drei Gleichungen brauchbar zur Bestimmung des Angriffspunktes $\xi\eta\zeta$ (von welch drei Coordinaten die eine bequemer Weise als Null angenommen werden kann).

Statt dessen könnte man auch, namentlich so lange die Lehre von den Kräftepaaren nicht vollständig vorausgegangen ist, einmal zunächst nur die Vereinigung der zur x Axe parallelen Componenten vornehmen, wobei die betreffende Coordinate des Angriffspunktes als Null angenommen werde; und ebenso für die beiden andern Axen. Man erhält dann

$$x_0' = 0 \qquad y_0' = \frac{\Sigma X y}{X_0} \qquad z_0' = \frac{\Sigma X z}{X_0}$$
$$x_0'' = \frac{\Sigma Y x}{Y_0} \qquad y_0'' = 0 \qquad z_0'' = \frac{\Sigma Y z}{Y_0}$$
$$x_0''' = \frac{\Sigma Z x}{Z_0} \qquad y_0''' = \frac{\Sigma Z y}{Z_0} \qquad z_0''' = 0$$

Will man endlich diese drei einander im Allgemeinen nicht schneidenden $X_0\, Y_0\, Z_0$ noch vereinigen, so verschiebt man (wie oben) nach dem Punkte $\xi\eta\zeta$ und erhält die sechs Kräftepaare

$$Z_0\,(y_0''' - \eta) \quad - Y_0\,(z_0'' - \zeta) \quad \text{um die } x \text{ Axe}$$
$$X_0\,(z_0' - \zeta) \quad - Z_0\,(x_0''' - \xi) \quad y$$
$$Y_0\,(x_0'' - \xi) \quad - X_0\,(y_0' - \eta) \quad z$$

welche im weiteren Verlaufe wieder auf Obiges führen.

31) Ein neues Zahlenmittel.

Coulomb machte bekanntlich zur Bestimmung der Elektricitätsvertheilung auf leitenden Oberflächen mit Berücksichtigung des allmäligen Verlustes von Elektricität die sogenannten „alternirenden Messungen" in gleichen Zeitintervallen und liess im Zeitmittel statt der an einer bestimmten Stelle gemessenen Elektricitäts-Mengen a und a' das arithmetische Mittel $\frac{a + a'}{2}$ gelten.

Ries zeigt im § 114. seines classischen Werkes, dass diese Annäherung auf der Abkürzung der strenge richtigen Exponentialreihe $a = a' e^{\frac{z}{p}} = a'\left(1 + \frac{z}{p}\right)$ beruhe, worin z die Zeit, p die Zerstreuungsconstante. (Also natürlich nur giltig, wenn die Zerstreuung constant geworden, wenn kein Verlust durch die Stützen.) Derselbe gibt im § 96. als bessere Annäherung $a = a' \cdot \frac{1 + \frac{z}{2p}}{1 - \frac{z}{2p}}$, wofür die

Reihen-Entwicklung die ersten drei Glieder vollends mit der genannten Exponentialreihe gemein hat. Und letzterem Ausdrucke gemäss berechnet Riess als genaueres Mittel statt des obigen arithmetischen den Ausdruck $a \cdot \frac{3a' + a}{3a + a'}$.

Ich möchte nun fast glauben, dass dem Autor hierbei das so nahe liegende, strenge richtige und an Einfachheit der Berechnung gewiss nicht zurückstehende geometrische Mittel $\sqrt{aa'}$ entgangen ist, und schlage vor, jenes neue Zahlenmittel diesem gegenüber fallen zu lassen. Die Wahl des Titels dieser Miscelle ist nur dem Gedanken entsprungen, dass die Anzahl der Mathematiker viel grösser als die Zahl der Physiker und insbesondere der Elektriker ist, also nur (um mit dem Wirthschaftspolitiker zu sprechen) in der Absicht auf ein grösseres Marktgebiet.

Es verlohnt sich ein numerisches Beispiel zu machen. Für $a = 9$ und $a' = 7$ ist, vom Grösseren zum Kleineren fortschreitend, das arithmetische Mittel $= 8{,}000$, das Mittel von Ries $a \cdot \frac{3a' + a}{3a + a'} = 7{,}941$, das geometrische Mittel $= 7{,}937$, das mit Vertauschung von a und a' gerechnete neue Mittel (dem ja auch das Attribut der Symmetrie abhanden gekommen) $a' \cdot \frac{3a + a'}{3a' + a} = 7{,}933$, und aus Liebhaberei rechnete ich auch noch das harmonische Mittel aus, $\frac{2aa'}{a + a'} = 7{,}875$. Die Fehler dieser Mittel sind also der Reihe nach $+ 0{,}063$, $+ 0{,}004$, $+ 0{,}000$, $- 0{,}004$, $- 0{,}062$.

32) Das Newton'sche Gesetz als Folge der beiden Keplers'chen.

Aus dem dritten Kepler'schen Gesetze kann man ebenso elementar das Newton'sche folgern, als jenes umgekehrt aus diesem und dem Ausdruck für die Centrifugalkraft abgeleitet zu werden pflegt. Ich will dagegen, freilich nicht ohne, aber mit sehr wenig Differentialrechnung, aus den beiden ersten Kepler'schen Gesetzen das Newton'sche folgern, angeregt hierzu durch S. 8 und 9 des Taschenbuches der Mechanik von Ligowski.

Bewegt sich ein Punkt P um das Centrum O mit einer Beschleunigung p, welche vorerst nur in der Bahnebene (ex I Kepler) gelegen sei, aber mit $r = OP$ noch den Winkel (pr) bilde, so kann man unmittelbar einsehen (was sonst gerechnet wird):

$$p \cos(pr) = \frac{d^2 r}{dt^2} - \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 . r$$

worin das letzte Glied die Centrifugalbeschleunigung $\left(\frac{d\varphi}{dt}\right.$ die Winkelgeschwindigkeit) vorstellt.

Dass $p \sin(pr)$ die doppelte Flächenbeschleunigung f durch r dividirt vorstellt, von dieser Rechnung kann man auch, wenn man fest gestützt ist auf die Begriffe der Mechanik, Umgang nehmen. Nun ist nach (II Kepler) f gleich Null oder also die (doppelte) Flächengeschwindigkeit constant, was ich schreibe mit

$$r^2 \frac{d\varphi}{dt} = C \ldots\ldots\ldots\ldots (\alpha)$$

Hieraus folgt sogleich, dass $\sphericalangle (pr)$ Null, das ist die Richtung der Newton'schen Beschleunigung, deren Grösse aus der vorangehenden Gleichung folgt

$$p = \frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 \ldots (\beta);$$

dazu gesellt sich noch die bekannte Bahnform (ex I)

$$r = \frac{a}{1 + b\cos\varphi} \ldots\ldots (\gamma)$$

(a und b aus der Gleichung der Ellipse bekannt),

um das Newton'sche Gesetz zu finden, $p = -\frac{c}{r^2}$, worin $c = \frac{C^2}{a}$ zur Abkürzung gesetzt wurde. Ich will diese Rechnung noch hersetzen.

(α) und (β) macht $p = \frac{d^2r}{dt^2} - \frac{C^2}{r^3}$. Zur Entfernung dieses 2. Differentialquotienten muss man, Uebel mit Uebel vertreibend, (γ) zweimal differenziren. So wird aus $1 + b\cos\varphi = \frac{a}{r}$ zuerst $b \sin\varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \frac{a}{r^2} \cdot \frac{dr}{dt}$ oder mit (α) ... $b\sin\varphi \cdot C = a \cdot \frac{dr}{dt}$ und dann $b\cos\varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt} . C = a \cdot \frac{d^2r}{dt^2}$, oder wieder mittelst ($\alpha$) ... $b\cos\varphi \cdot \frac{C^2}{r^2} = a\,\frac{d^2r}{dt^2}$ Also $p = \frac{C^2}{r^2}\left(\frac{b\cos\varphi}{a} - \frac{1}{r}\right)$, worin noch $\frac{1}{r}$ mittelst (γ) zu eliminiren ist.

Die Abtheilung der Schwämme in den botanischen Schullehrbüchern.

Von Dr. F. Ludwig i. Greiz.

Man braucht sich nicht zu wundern, wenn in naturgeschichtlichen Schulbüchern, die über ihr Klammer- und Schema-Wesen die bedeutenden Fortschritte der Botanik ganz vergessen, die Pilze, selbst in neueren Auflagen, eine ganz unwissenschaftliche und falsche Eintheilung und Behandlung erfahren; eigenthümlich ist es aber, dass

sich auch durch die botanischen Lehrbücher, welche auf dem Niveau der Wissenschaft stehen, wie die von Thomé und Schilling, falsche, längst verlassene Ansichten wie eine Krankheit hindurchschleppen. In der II. Auflage von Sachs Lehrbuch der Botanik (1870) waren die Clavariaceen od. Keulenpilze zu den Discomyceten, einer Abtheilung der Ascomyceten (Schlauchpilze) gerechnet, während dieselben, wie ich mich auch selbst überzeugt habe, ihre Sporen auf Basidien abschnüren und deshalb zu den Basidiomyceten gehören. Es wurde dieser lapsus bald nach dem Erscheinen des Buches in der Botanischen Zeitung von De Bary gerügt; trotzdem findet sich derselbe in allen mir augenblicklich zugänglichen Lehrbüchern. In dem Lehrbuch von Thomé werden selbst noch in der neuesten Auflage von 1875 die Keulenpilze zu den Discomyceten gezählt (S. 183). In Schilling, das Pflanzenreich nach dem Linné'schen System 1873 (S. 179) sind die Clavariaceen als Hauptrepräsentanten der Discomyceten angeführt und abgebildet, in der Hymenialschicht sollen sich die „Schlauchzellen" mit den Sporen befinden. In der Ausgabe nach dem natürlichen System von 1875 werden die „Schlauchzellen" — welche in Wirklichkeit eben nicht existiren — sogar noch näher charakterisirt, sie sind „schmal."

Da von den beiden erwähnten und vielverbreiteten Lehrbüchern in nächster Zeit eine verbesserte Auflage wohl nicht zu erwarten ist, will ich die wichtigsten hier in Betracht kommenden Pilzgattungen ihrer richtigen Verwandtschaft nach beifügen:

Ascomycetes, Schlauchpilze:
- Erysiphei, Mehlthaupilze: Erysiphe.
- Pyrenomycetes, Kernpilze: Xylaria, Ustulina, Claviceps, Sphaeria.
- Discomycetes, Scheibenpilze: Peziza, Bulgaria, Coryne, Leotia, Morchella, Helvella, Spathularia, Mitrula, Geoglossum.
- Tuberacei, Trüffeln: Tuber, Elaphomyces.

Basidiomycetes, Basidienpilze:
- Gastromycetes, Bauchpilze: Lycoperdon, Cyathus, Phallus.
- Tremellini, Zitterpilze: Tremella, Exidia, Dacryomyces, Calocera (früher Clavaria).
- Hymenomycetes, Hutpilze:
  - Clavaria, Sparassis, Typhula, Pistillaria (Clavariacei).
  - Thelephora, Craterellus (Telephorei).
  - Hydnum, Irpex (Hydnacei).
  - Polyporus, Boletus, Daedalea, Merulius (Polyporei).
  - Agaricus, Cantharellus (Agaricini).

Naturwissenschaftliches aus nicht naturwissenschaftlichen Schulbüchern.

Vom Rector G. Weisker in Rathenow.

(Fortsetzung von VII, 198.) *)

Sehr kurz und zum Theil höchst hausbacken sind die Mittheilungen aus der Pflanzenkunde, welche das Schultz'sche Uebungsbuch auf wenig mehr als einer Seite bietet; sie beschränken sich fast allein auf praktisch-landwirthschaftliche Gesichtspunkte. Erwähnt sei nur: Arbores sunt vel frugiferae vel steriles. Fruchtbringend werden nur solche Bäume genannt, welche für den Menschen geniessbare Früchte tragen; alle übrigen, wie abies, pinus, fagus, fraxinus u. s. w. werden als unfruchtbar bezeichnet. Die Feldfrüchte (frumenta) werden eingetheilt in Winter- und Sommerfrüchte; als Winterfrucht wird der Weizen aufgeführt, obwohl es doch auch Sommerweizen gibt.

Reichhaltiger und eingehender sind die Mittheilungen aus der Thierkunde, welche 14 Seiten einnehmen. Die Eintheilung bietet noch die alten sechs Linné'schen Classen, stellt also in den beiden letzten Classen, den Insecten und den Würmern, Thiere der verschiedenartigsten Organisation zusammen. Die erste Classe wird nicht Mammalia, sondern Quadrupedes genannt und folgendermassen charakterisirt: Quattuor pedibus incedunt, pelle ac pilis teguntur vivosque fetus pariunt; omnes in ore dentes habent. Die Betonung der vier Füsse macht dann den Zusatz nöthig: Paucae illae, quae ova pariunt, amphibii numerantur, ut crocodilus, ranae, damt nicht etwa auch diese in die erste Classe gesetzt werden. Die Fischsäugethiere, der Walfisch und der Delphin, werden natürlich erst unter den Fischen behandelt, von denen ausserdem nur noch der Häring erwähnt wird. Die Anmerkung: Rapaces belluae pauciores habent pullos ist nicht zutreffend; sie haben zwar weniger Junge als die Nager und die Schweine, aber mehr als die Affen, die Elephanten und die grösseren Wiederkäuer.

Die Classe der vierfüssigen Thiere wird wieder in „Classen" eingetheilt und zwar in 10; die ersten 5 ordnen sich nach der Zahl der Hufe, die nächsten 4 nach der Zahl der digiti („Finger, Zoll" bietet das kleine Wörterbuch); die letzte Classe hat Schwimmhäute an den Füssen.

Die Erzählungen über die einzelnen Thiere sind die bekannten

---

*) Prof. Dr. Temme in Warendorf (Westphalen) schreibt uns, dass die in den Mittheilungen von G. Weisker im 3. Hefte dieses Jahrganges angezogene Auflage des erwähnten Buches nicht die neueste sei und dass in der schon 1874 erschienenen 10. Auflage sich mehrere (also doch nicht alle!?) der gerügten Verstösse nicht finden. D. Red.



im Stile des alten Raff. Neu war mir, dass der Elephant, wenn er schläft, den Rüssel in den Erdboden steckt, damit ihm im Schlafe nicht eine Maus oder ein anderes Thier in denselben krieche; ferner, dass das Kameel stets das Wasser trübe macht, bevor es trinkt. Natürlich fehlt die Sage nicht, dass die Araber bisweilen ein Kameel schlachten, um durch dessen Magenwasser den Durst zu löschen, ebensowenig das alte Märchen von dem Zweikampfe zwischen Nashorn und Elephant. Der Affe hat vier „Füsse;“ der Biber hat „Gänsefüsse,“ wobei nicht einmal die Vorderfüsse ausgenommen werden. Sowohl vom Biber, als vom Nilpferd wird erzählt, dass sie auch von Fischen leben. Die Klapperschlange tödtet durch ihren Hauch (halitu suo) Vögel und andere kleine Thiere. Die Häringe wandern von Norden nach Süden, „vielleicht um dem gefrässigen Rachen der sie verfolgenden Wale zu entfliehen.“

Zu den Insecten gehören auch Krebse, Scorpione, Spinnen. Den Pflanzen schädlich sind folgende Insecten: Heuschrecken, „Raupen,“ Ameisen. Die Ameisen haben, wie die Bienen, eine Königin. Aus ihren Puppen gehen theils neue Ameisen, theils mit vier Flügeln versehene Fliegen hervor. Sie „stechen mit einem Stachel,“ während sie doch mit ihren Fresszangen einen kleinen Biss versetzen, in welchen sie aus dem Hinterleibe ein Tröpfchen Ameisensäure spritzen.

Vorstehende Auswahl wird genügen, den Werth dieser für Schüler der unteren Gymnasialclassen bestimmten „Uebersicht der Natur“ zu kennzeichnen; die Trivialität des Inhalts in vollem Masse zur Anschauung zu bringen, würde zu weit führen. Dass ein derartiges Machwerk unbeanstandet in acht Auflagen an vielen Schulen verbreitet werden konnte, ist bezeichnend für gewisse Schulverhältnisse; hoffentlich ist in der nächsten Auflage des sonst recht brauchbaren Uebungsbuches diese höchst überflüssige Zugabe einfach gestrichen; damit würde der Zweck dieser Zeilen erreicht sein.

Sprech- und Discussions-Saal.

Nochmals die Abkürzungen der Benennungen des neuen Maasses und Gewichtes.

(Vgl. VI, 385 ff. u. VII, 126.)

Brief an den Herausgeber.

Geehrter Herr Redacteur! Nachdem ich im Jhrgg. VI, 385—386 Ihrer geschätzten Zeitschrift eine Zusammenstellung der Abkürzungen für die metrischen Maasse und Gewichte, wie sie von der Normal-Eichungs-Commission bestimmt sind, mitgetheilt hatte, bringt Herr Schubring in VII, 126 ein Abkürzungsschema, welches

der Verband deutscher Architekten und Ingenieure veröffentlicht hat. Da haben wir nun bereits drei Zusammenstellungen jener Abkürzungen in einer einzigen Zeitschrift, eine von Herrn Kober, eine von der Normal-Eichungs-Commission, eine von dem Verband der Architekten: beinahe jedes Rechenbuch enthält eine neue. Wie soll da eine Einigung, die doch wirklich sehr nothwendig wäre, erzielt werden? Jeder hält natürlich seine Abkürzungen für die besten, weil er ja sonst die von einem Andern vorgeschlagenen angenommen haben würde. Eine Einigung ist aber sehr einfach, wenn man sich an die in der Maass- und Gewichtsordnung aufgestellten gesetzlichen Bestimmungen hält. Da steht im Art. 18 ausdrücklich: „Die Normal-Eichungs-Commission hat die näheren Vorschriften über Material, Gestalt, Bezeichnung etc. zu erlassen.“ Diese Vorschriften hat aber die Commission in der von mir mitgetheilten Zusammenstellung erlassen und damit hat der Streit meiner Ansicht nach ein Ende, denn diese Abkürzungen haben gesetzlich allein Berechtigung.*) Es wäre mir lieb, wenn Sie gelegentlich in Ihrer Zeitschrift auf diesen Umstand aufmerksam machten.

Berlin. Dr. KALLIUS. (Kuckuck.)

Replik

des Oberlehrers Brockmann in Cleve, betreffend die Recension seiner Stereometrie (Bd. VII, 139 dieser Zeitschrift). (Vgl. III, 285. Die Redaction.)

Herrn Kober's Recension meiner Stereometrie (s. S. 139 des laufenden Jahrganges dieser Zeitschrift) veranlasst mich zu folgenden Bemerkungen.**)

Herr Kober sagt: .... „vielleicht auch (sc. ist es eine Schattenseite), dass vom prismatischen und pyramidalen Raume nirgends die Rede ist“ .... — Wie will Herr Kober diesen Tadel Angesichts des §. 11. des recensirten Lehrbuches begründen, in welchem ausdrücklich vom prismatischen und pyramidalen Raume die Rede ist? Wie ferner Angesichts von §§. 21. und 24., wo die Entstehung des Prismas und der Pyramide aus jenen Räumen hervorgehoben und die Benennung dieser Räume begründet ist?

Herr Kober sagt ferner: „Die dreifach rechtwinklige Ecke ist nur in einem Zusatze erwähnt.“

*) Ja, doch nur im deutschen Reich. Wie steht es aber in Oesterreich, der Schweiz und Frankreich? Wir meinen, auch hierüber müssten die Mathematiklehrer auf einem Congresse sich einigen. Die Masse der Mathematiklehrer ist eine nicht zu unterschätzende Macht, wenn sie einig sind. D. Red.

**) Die Redaction lässt hier zwei Passus weg, welche persönliche Bemerkungen, und zugleich die Entwicklungsgeschichte der Recension enthalten, die niemand interessiren kann. D. Red.

Und doch ist dieselbe ausserdem in den Uebungssätzen 18 und 29, sowie in den Aufgaben 30, 41, 42, 85, 107, 204, 230, 315 und 330, also an 11 Stellen, behandelt, und dadurch, wie mir scheint, gebührend Rücksicht auf diese Species der Ecken genommen.

Weiter sagt Herr Kober: „Ich kann nicht begreifen, warum man das Capitel nicht mit dem so leicht entwickelbaren Satze beginnt, dass das rechtwinklige Parallelepiped gleich dem Producte der drei Kanten ist, darauf folgen lässt den Satz, dass jedes Parallelepiped gleich dem Producte aus Grundfläche und Höhe, weil sich dasselbe in ein rechtwinkliges verwandeln lässt; es kommt mir vor, als sei man so in das Princip allmäliger Entwickelung verstrickt, dass man den nächsten und ebensten geraden Weg verschmähen zu müssen glaubt."

Nun aber ist der Satz, den der Recensent mit Recht an die Spitze gestellt haben will — ich möchte den sehen, der ohne denselben fertig würde — in §. 70. wirklich als Basis für die weitere Entwicklung abgeleitet und zur Anschauung gebracht. Ob es dann weiter heisst: Jedes Parallelepiped ist gleich etc., weil etc., oder: Nun kann man jedes Parallelepiped verwandeln etc., also etc. scheint mir völlig gleichgültig. Die Schlussworte des Recensenten, nämlich „es kommt mir vor etc.", haben daher auf meine Behandlung des Gegenstandes angewandt durchaus keine Berechtigung.

Herrn Kober's Kritik ist mir um so unverständlicher, je rückhaltlosere Anerkennung von demselben Recensenten meiner Planimetrie (III, 285) gezollt worden ist, die nach seinen eigenen Worten denselben Charakter trägt, und in je grösserem Contraste sie steht mit drei andern mir vorliegenden Recensionen: 1) Zarncke, Lit. Centrbl. 1875, № 32, 2) Pädag. Archiv, Bd. XVIII, (4) 1876, S. 272, und 3) Recension von Wallentin, auf einem mir von der Teubner'schen Verlagshandlung zugeschickten einzelnen Blatte stehend, welches anscheinend einer Zeitschrift*) angehört, deren Titel ich aber nicht bestimmt habe recognosciren können.

Antwort von J. Kober.

Mit den Worten „sie trägt denselben Charakter" ist ja gesagt, sie verdiene dieselbe Beurtheilung bez. dasselbe Lob. Im Schlusssatze ist dieses Lob besonders ausgesprochen. Sogar Vorzüge dieses Theils vor dem ersten sind erwähnt.

Dass ich bei schliesslicher Abfassung der Recension wieder vergessen hatte, dass in §. 11. der prismatische (und in einer Randanmerkung der pyramidale) Raum erwähnt ist, gestehe ich gern ein als ein Versehen, das sich wohl theils durch die Beschränktheit und Zerrissenheit meiner Zeit, theils dadurch einigermassen entschuldigen

*) Zeitschr. f. d. österr. Gymnasien. Die Red.

lässt, dass der Verfasser sich zu wenig der Uebersichtlichkeit befleissigt; die Berufung auf §. 11. in §. 21. und §. 24. steht mitten im Absatze. So findet sich auch der von mir erwähnte Zusatz („Stehen von drei Ebenen je zwei auf der dritten senkrecht, so stehen auch ihre Durchschnittskanten zu einander senkrecht“) in Cap. I B (Zwei Ebenen), nicht in C (Drei und mehr Ebenen; Ecke); und dies ist die einzige Erwähnung der dreifach rechtwinkligen Ecke im Texte des Buchs. Uebungsaufgaben, wie sie am Schlusse des Werkes stehen, die übrigens den Fundamentalsatz auch nicht enthalten, kommen hier nicht in Betracht.

Aehnlich in Cap. VI (Volumen der Polyeder). Dort wird eingetheilt: A. Allgemeines, B. Volumen des Prismas, C. Volumen der Pyramide etc. — Dass das Volumen des rechtwinkligen Parallelepipeds gleich dem Product der Kanten ist, steht unter A., aber nicht als „Lehrsatz,“ während B. mit dem „Lehrsatze“ beginnt, dass rechtwinklige Parallelepipede von gleicher Grundfläche und Höhe gleich sind.

Mit den Worten „Nicht billigen etc.“ meiner Recension wollte ich sagen, dass ich für besser halte, den Abschnitt über das Volumen der Prismas so zu beginnen:

1. Lehrsatz: Das Volumen des dreifach rechtwinkligen Parallelepipeds ist gleich dem Product der drei Kanten.

2. Lehrsatz: Das Volumen des Parallelepipeds ist gleich dem Product aus Grundfläche und Höhe.

3. Lehrsatz: Das Volumen des Prismas ist gleich dem Product aus Grundfläche und Höhe.

In den Lehrsatz gehört die Hauptsache, die Nebensache in den Zusatz; die Hauptsache ist aber nach meinem Erachten die absolute Grösse des Volumens (gemessen durch die Einheit), Nebensache das Grössenverhältniss zweier Körper; Verhältnisse und Proportionen sind freilich bei vielen Mathematikern weit mehr beliebt, als sie verdienen.

Grossenhain (Sachsen). J. Kober.

Literarische Berichte.

Reis, Prof. Dr. Lehrbuch der Physik. Einschliesslich der Physik des Himmels (Himmelskunde), der Luft (Meteorologie) und der Erde (physikalische Geographie). Gemäss der neueren Anschauung für Gymnasien, Realschulen und andere höhere Lehranstalten bearbeitet. Dritte, stark vermehrte und verbesserte Auflage. Leipzig, Quandt und Händel, 1876. Mk. 7,50.

(Schluss von S. 304.)

Bevor wir nun auf 4) näher eingehen, müssen wir erst noch eine andere Stelle anführen, nämlich 9). § 87.: „Keine Kraft bringt irgend eine andere Wirkung hervor als eine Bewegung; alle Veränderungen in der Natur sind nur Bewegungen, entweder der ganzen Körper, oder ihrer kleinsten Theilchen. Denn andere Veränderungen an Körpern, als Umwandlung der Stoffe oder Umwandlung der Lage der Theilchen oder des ganzen Körpers sind nicht denkbar. Stoffumwandlungen hat man früher für möglich gehalten; eine tausendjährige Erfahrung hat sie als unmöglich gezeigt, folglich können die Veränderungen nur in Bewegungen bestehen." Beachten wir diese Worte, ferner die in § 8. enthaltenen: „Man glaubt daher auch das Wesen dieser (chemische Verwandtschaft, Elektricität), ja aller Kräfte in einer eigens gearteten noch ganz unbekannten Bewegung kleinster Theilchen sehen zu dürfen," und ibid.: „Wenn wirklich einmal alle Kräfte als Stoffbewegungen erkannt sein werden," sowie den Satz § 387.: „Was aus Bewegung entsteht, muss wieder Bewegung sein, und umgekehrt, was Bewegung erzeugt, muss ebenfalls Bewegung sein," und zwar offenbar nicht Bewegung im absoluten Sinne, sondern Bewegung eines Stoffes, nehmen wir hinzu die Stelle 4), wo wir von der „Herkunft der Kraft" lesen, dass nach dem Gesetze der Trägheit der Körper nur dann eine Veränderung zeigt, wenn auf ihn ein anderer Körper einwirkt." — Fassen wir Alles dieses zusammen und bedenken, dass der Verf. geistige Kräfte, insoweit sie hier in Betracht kommen, nirgends ausschliesst, und auch nicht ausschliessen kann, so müssen wir fragen: Ist nach dem Verf.

wirklich die Physik auf dem Wege, auch die genannten geistigen Kräfte als Stoffbewegungen zu erkennen? Besteht wirklich der Wille, durch den ich den Arm bewege, in der Bewegung eines Stoffes? Denn ein Körper kann ja nur dann eine Veränderung, d. h. Bewegung erleiden, wenn auf ihn ein anderer Körper einwirkt, und „was Bewegung erzeugt, muss ebenfalls Bewegung (eines Stoffes) sein." Doch wir fügen uns willig den Behauptungen des Verf.'s, falls derselbe sie durch triftige Gründe zu stützen vermag. Solche aber zu erwarten, sind wir um so mehr berechtigt, als der Verf. nach § 11. auf die „mathematische Deduction" bei der Erklärung der Naturerscheinungen besonderes Gewicht legt. Gehen wir also auf die von ihm gegebenen Beweise und Deductionen näher ein.

Wie wird bewiesen, dass alle Kräfte in Stoffbewegungen bestehen? Wir lesen hierüber in § 86.: „Die Ursachen der Veränderungen sind also dasjenige, was wir Kräfte nennen, und für welche (nach Wundt) folgende 6 Axiome gelten: § 87. 1. Alle Ursachen sind Bewegungsursachen." Nun folgen unmittelbar die in 9) citirten Worte, welche zeigen sollen, dass jede Veränderung in Bewegung bestehe. Fasst man dieses zusammen, so hat man also den Schluss: Kraft nennen wir die Ursache einer Veränderung; jede Veränderung aber besteht in einer Bewegung; also nennen wir Kraft die Ursache einer Bewegung. Unmittelbar hinter den Worten 9) fährt nun der Verf. fort 10): „Die neuere Physik kann dieses Axiom noch in dem weiteren Sinne fassen, dass nicht blos die Wirkung jeder Kraft, sondern auch die Kraft selbst in einer Bewegung bestehe; denn wir erzeugen ja häufig eine Kraft aus einer anderen, also muss die erzeugte Kraft, weil sie eine Wirkung ist, Bewegung sein." Treten wir diesem Beweise näher. „Wir erzeugen eine Kraft aus einer andern" heisst offenbar nichts Anderes als „wir erzeugen eine Kraft, deren Wirkung wir wieder als eine Kraft ansehen." Der Schluss des Verf.'s lautet daher so: Häufig erzeugen wir eine Kraft I, deren Wirkung wir wieder als eine Kraft II ansehen, also muss die Kraft II, weil sie eine Wirkung ist, Bewegung sein. Bedarf dies aber eines Beweises? Wenn der Definition nach die Kraft I Ursache einer Bewegung ist, so muss doch ihre Wirkung, also die Kraft II, Bewegung sein. Aber der Verf. will ja seinen eigenen Worten nach beweisen, „dass nicht blos die Wirkung jeder Kraft, sondern auch die Kraft selbst in einer Bewegung beruhe," und zwar, weil von der Wirkung jeder Kraft die Rede ist, dass jede Kraft auf Bewegung beruhe, er will also zeigen, dass das Wesen auch der Kraft I, und nicht blos der Kraft II, in Stoffbewegung bestehe. Wie aber dieser Schluss aus dem Bisherigen folgen soll, ist unerfindlich, der Verf. beweist nur, was keines Beweises bedarf, dass die Wirkung einer „Ursache einer Be-

wegung" Bewegung ist. Sollte aber der Verf. so geschlossen haben: Was von einer Kraft gilt, gilt auch von jeder anderen, da nun das Wesen von II in Bewegung besteht, muss dies auch mit dem Wesen von I der Fall sein; sollte also der Verf. so geurtheilt haben, so würden sich seine Schlüsse in einem Kreise bewegen, denn es ist ja gerade zu beweisen, dass jede Kraft in Bewegung bestehe; dass dies bei vielen Kräften der Fall ist, ist unbestritten und unbestreitbar. Unmittelbar auf diesen in 10) mitgetheilten directen Beweis lässt nun der Verf. einen indirecten folgen; er fährt nämlich fort 11): „Ausserdem sehen wir aus jeder verschwindenden Bewegung eine gleichwerthige Bewegung hervorgehen, so dass keine einmal vorhandene Bewegung verschwinden kann. Gäbe es nun Kräfte, welche Bewegung erzeugten, ohne Bewegung zu sein, ohne also durch Abgeben von Bewegung eine solche zu erzeugen, so könnte die Summe der vorhandenen Bewegung vermehrt werden, sie müsste unter unseren Augen ins Unendliche wachsen." Lassen wir die Frage unerörtert, ob wir wirklich aus jeder verschwindenden Bewegung eine gleichwerthige andere entstehen sehen, setzen wir uns ferner über den Widerspruch hinweg, der in den Worten liegt: „welche Bewegung erzeugten, ohne . . . . eine solche zu erzeugen," und nehmen wir an, es gebe Kräfte, welche Bewegung erzeugten, ohne Bewegung zu sein, und ohne solche abzugeben, legen wir auch kein Gewicht auf die Unklarheit des Schlusses: „so könnte die Summe . . . . vermehrt werden, sie müsste . . . . ins Unendliche wachsen;" lassen wir also alle diese Bedenken bei Seite und fragen: Würde wirklich aus den aufgestellten Prämissen mit Nothwendigkeit folgen, dass die Summe der Bewegung ins Unendliche wachsen müsste? Könnten sich nicht verschiedene Kräfte das Gleichgewicht halten? Könnte es nicht vielleicht zweierlei Kräfte geben, etwa Attractiv- und Repulsiv-Kräfte, die sich compensirten, wie die Anziehung der Körper-, und die Abstossung der Aether-Atome in § 18.? Auch dieser Beweis also dafür, dass das Wesen jeder Kraft in Bewegung bestehe, ist nicht zwingend. Vielleicht aber erhalten wir nähere Aufklärung durch das, was der Verf. über die Wärme sagt. Da lesen wir, um diese Stelle zuerst zu erwähnen, 12) § 18.: „Demnach muss bei dem Uebergange in den Gaszustand, und ebenso bei der Verwandlung eines festen in einen flüssigen Körper den Molekülen Bewegung mitgetheilt werden. Da nun diese Verwandlung nur durch Mittheilung von Wärme stattfindet, so liegt die Folgerung nahe, Mittheilung von Wärme und Mittheilung von Molecularbewegung seien eins und dasselbe; wir erhalten hierdurch eine Andeutung, dass Wärme nichts anderes ist als Molecularbewegung." Hier wird also die Folgerung, Wärme bestehe in Molecularbewegung, zwar als eine nahe liegende, aber doch nicht als eine logisch nothwendige, und als angedeutet bezeichnet. In

ähnlicher Weise spricht sich der Verf. aus 13) § 10.: „Jetzt hat man aber aus dem Satze über die Aequivalenz von Wärme und Arbeit einen Rückschluss auf das Wesen der Wärme gezogen. Man sagte: Da die Arbeit nur eine Körperbewegung ist, so muss auch die der Arbeit gleichwerthige Wärme, welche jeden Augenblick aus Arbeit entstehen und in dieselbe übergehen kann, eine Körperbewegung sein; eine fortschreitende oder drehende oder zitternde Bewegung der ganzen Körper ist sie, wie der Augenschein lehrt, nicht; also kann die Wärme nur in einer den Sinnen entgehenden, unendlich feinen Bewegung der Körpertheilchen bestehen. — Für die Richtigkeit dieser Hypothese sprechen noch zwei schon früher angedeutete Gründe.“ Man sieht hieraus: Dem Verf. ist der von Anderen („man zog den Rückschluss,“ „man sagte“) als logische Nothwendigkeit gezogene Schluss: die Wärme „muss“ eine Körperbewegung sein, bedenklich gewesen, denn er bezeichnet diese Behauptung trotz des von ihm angeführten Beweises in den letzten Worten als eine „Hypothese.“ Vergleichen wir nun eine spätere Stelle, wo sich der Verf. so ausspricht 14) § 387.: „Dass die Körperwärme aus Molecularbewegungen besteht, nicht aber, wie man früher annahm, ein abstossender, höchst feiner, alles durchdringender Stoff ist, dafür lassen sich folgende Gründe anführen.“ Der Grund 3. nun lautet: „Die Aequivalenz von Wärme und Arbeit.“ Wir haben also genau denselben Fall wie in 13). Hier aber sagt der Verf. 15) § 387.: „Was sich so regelmässig in einander verwandelt, unter allen Umständen in denselben Mengenverhältnissen, muss innerlich gleich sein; die Arbeit nun ist Bewegung, folglich muss die Wärme auch Bewegung sein,“ und zwar doch wohl „Molecularbewegung,“ denn das will ja der Verf. nach 13) beweisen. Hier also zieht der Verf. den Schluss, den in 13) Andere gezogen hatten (die Wärme muss Bewegung sein), selbst, und die frühere Hypothese ist jetzt zur logischen Nothwendigkeit geworden. Und doch folgt aus dem angeführten Beweisgrund für sich allein zwar die grosse Wahrscheinlichkeit dafür, dass Wärme durch In-Bewegung-Setzung eines Stoffes besteht, wir bleiben aber hier noch ungewiss, ob dieser Stoff aus den Moleculen des erwärmten Körpers, oder aus einem anderen, allerdings nicht „abstossenden,“ aber doch „alles durchdringenden,“ mithin überall und zu jeder Zeit vorhandenen Stoffe besteht. Den Grund aber für das in 15) sich findende „muss“ des Verf.'s im Gegensatze zu seiner früheren Hypothese, sowie den Grund für den hier sich findenden Schluss: Arbeit erzeugt Wärme, nun ist Arbeit Bewegung, folglich muss auch Wärme Bewegung sein, finden wir in dem ersten der zu 14) gehörigen Beweise, einer Stelle, die z. Th. schon oben erwähnt wird. Derselbe lautet nämlich 16) § 387. 1.: „Die Verwandlung von strahlender Wärme in Körperwärme und von Körperwärme in strahlende Wärme. Fallen

auf einen Körper Wärmestrahlen, so wird seine Temperatur erhöht, d. h. es wird Körperwärme erzeugt; umgekehrt sendet jeder Körper fortwährend Wärmestrahlen nach allen Richtungen aus. Nun ist es aber nicht möglich, dass sich Stoff in Bewegung und Bewegung in Stoff verwandele; was aus Bewegung entsteht, muss wieder Bewegung sein, und umgekehrt, was Bewegung erzeugt, muss ebenfalls Bewegung sein; so verlangt es nicht blos das Princip der Erhaltung der Kraft, sondern auch tagtägliche, tausendfältige Erfahrung. Folglich muss die aus der Bewegung der strahlenden Wärme entstehende, und umgekehrt, die Bewegung der strahlenden Wärme erzeugende Körperwärme ebenfalls Bewegung sein.“ Also 17) „was aus Bewegung entsteht, muss wieder Bewegung sein, und umgekehrt, was Bewegung erzeugt, muss ebenfalls Bewegung sein;“ ein höchst folgenreicher Satz, ja der wichtigste des ganzen Werkes — wenn seine Richtigkeit unumstösslich bewiesen wäre. Er würde dann nicht nur die alte Frage der Philosophie, wie der Geist auf den Körper einwirkt, mit einem Schlage entscheiden, denn wenn ich durch meinen Willen den Arm bewege, so folgte ja sofort aus dem Satze: „was Bewegung erzeugt, muss wieder Bewegung sein,“ dass der Wille in der Bewegung eines Stoffes bestehen müsste; er enthielte aber auch den Schlüssel zur Erklärung aller physikalischen und chemischen Erscheinungen, und müsste, statt so versteckt wie hier mit kleiner Schrift in der Mitte des Buches zu stehen, mit grossen Buchstaben in den Anfang eines jeden Lehrbuches der Physik gestellt werden. Denn das Reiben eines Zündhölzchens würde den Beweis liefern, das ein chemischer Process, die durch Umdrehung des Rades bewirkte Erhitzung einer Wagen-Axe den Beweis, dass Wärme, das Reiben einer Siegellackstange den Beweis, dass Elektricität in Bewegung bestehe, alles dieses nach dem Satze: „was aus Bewegung entsteht, muss wieder Bewegung sein;“ das Fallen eines Steines auf die Erde würde den Beweis liefern, dass die Anziehung der Erde, die Anziehung eines Stückes Eisen durch einen Magneten den Beweis, dass Magnetismus in Bewegung bestehe, nach dem Satze: „was Bewegung erzeugt, muss Bewegung sein.“ Kurz, wir würden den Beweis des Satzes erhalten, dass das Wesen aller Kräfte in Stoffbewegungen zu suchen sei, — wenn nämlich die Richtigkeit der Behauptung 17) bewiesen wäre. Der Verf. nun beruft sich zum Beweise auf den Satz von der Erhaltung der Kraft, und auf die Erfahrung. Ersteres aber würde offenbar erst dann einen Beweis ablegen, wenn vorher bewiesen wäre, dass, um mit dem Verf. zu reden, jede Kraft Bewegung sei; die „tagtägliche, tausendfältige Erfahrung“ aber beweist die Richtigkeit von 17) allerdings in den Fällen, wo es sich um mechanische Körperbewegungen handelt, in ebenso vielen Fällen aber beweist sie es nicht; jedes Anstreichen eines Zündhölzchens zeigt, dass

durch Bewegung ein chemischer Process, die Erhitzung einer Wagen-Axe, dass durch Bewegung Wärme, das Reiben einer Siegellackstange, dass durch Bewegung Elektricität entsteht, aber nicht, dass aus allen diesen Bewegungen wieder Bewegung hervorgeht; die Anziehung eines Steines durch die Erde, die Anziehung eines Stückes Eisen durch einen Magnet, die Bewegung des Armes durch den Willen zeigt, dass Bewegung durch uns unbekannte Kräfte hervorgerufen wird, aber nicht, dass die Ursache dieser Bewegungen wieder eine Bewegung sei u. s. w. Es ist daher weder der Satz bewiesen, dass alle Kräfte in Stoffbewegungen bestehen, noch der Satz, was aus Bewegung entsteht, muss wieder Bewegung sein, und umgekehrt, was Bewegung erzeugt, muss ebenfalls Bewegung sein. Würde letzterer, wie der Verf. behauptet, durch tagtägliche, tausendfältige Erfahrung bewiesen, wie wäre es dann denkbar, dass er so lange hätte unbekannt bleiben können, dass ihn Niemand ausgesprochen hätte? Doch wir irren, es hat ihn allerdings schon Jemand ausgesprochen, sowie auch den mit diesem eng zusammenhängenden Satz: Alle Kräfte sind Stoffbewegungen. Und zwar ist Leibniz derjenige, der beides ebenfalls behauptet. Bei Baumann: die Lehren von Raum, Zeit und Mathematik in der neueren Philosophie. Berlin. G. Reimer. 1868—1869. II. S. 345 lesen wir Leibnizens Grundsatz: „motus non fit, nisi ex corpore moto et contiguo." Weil er an diesem festhielt, konnte er sich mit Newton's Gravitationsgesetz nicht befreunden; er sagt über dasselbe, ibid. S. 340 n. 6: „es ist eine seltsame Fiction, die ganze Materie schwer zu machen und selbst gegen jede andere Materie, als ob jeder Körper jeden anderen Körper nach den Massen und Abständen gleich anzöge, und dies durch eine eigentlich sog. Attraction, die nicht von einem verborgenen Stoss der Körper abgeleitet wird, während doch die Schwere der sinnlich-wahrnehmbaren Körper gegen das Centrum der Erde durch die Bewegung irgend eines Fluidums hervorgebracht werden muss. . . . Ein Körper wird natürlicher Weise niemals bewegt als durch einen anderen, der ihn stösst. . . . Jede andere Wirksamkeit auf die Körper ist entweder wunderartig oder imaginär." Nach Leibniz also kann ein Körper nur dadurch in Bewegung gesetzt werden, dass ihn ein in Bewegung begriffener anderer Körper stösst, d. h. also jede Ursache der Bewegung eines Körpers muss in der Bewegung einer Masse oder eines Stoffes, oder mit anderen Worten, jede Kraft muss in einer Stoffbewegung bestehen; dies bedeuten daher seine Worte: motus non fit, nisi ex corpore moto et contiguo. Zugleich stellt er auch den Satz 17), wenigstens die zweite Hälfte desselben, als Grundsatz auf, Baumann, Raum u. Zeit, II. Seite 103 n. 4.: „Eine Wahrnehmung kann natürlicherweise nur von einer Wahrnehmung kommen, wie eine Bewegung natürlicherweise nur von einer Bewegung kommen kann," wozu Baumann treffend bemerkt,

S. 116: „n. 4 zeigt den Unterschied von Leibnizens Methode und der naturwissenschaftlichen in der Behandlung und Erklärung der Natur; die Vernunft, auf die sich Leibniz beruft, ist nichts als die obige natürliche Vorstellbarkeit: weil wir nicht wohl einsehen, wie es ein Gedanke macht, eine Bewegung hervorzubringen, darum kommt natürlicherweise Bewegung her von Bewegung; solchen Sätzen muss man sich stets entgegenstellen, sie haben etwas leicht Ueberredendes und sind doch ohne Fundament, und, einmal angenommen, von den weitesten Folgen. Die Vorstellbarkeit ist nicht das Maass der Wahrheit und Wirklichkeit. Wir sehen auch nicht ein, wie es eine Bewegung macht, sich anderen mitzutheilen, oder wie Verschiedenheit von Menge und Lage so grosse qualitative Folgen in der Chemie haben können.“ Und zu S. 141 n. 3, wo Leibniz sagt: „Eine Bewegung kann natürlicherweise nur von einer Bewegung kommen. Wir haben durch das Medium des Körpers keine Idee vom Anfange der Bewegung“ bemerkt Baumann S. 146: „Von n. 3 ist die zweite Hälfte richtig, wenn vom absoluten Anfang der Bewegung verstanden; die erste Hälfte hat . . . wenig Beweiskraft; dass der Geist einen Körper in Bewegung versetzt, ist an sich ebenso begreiflich als unbegreiflich, wie dass ein Körper den andern in Bewegung versetzt; begreiflich, sofern wir das Eine täglich äusserlich sehen und das andere jeden Augenblick zu verspüren glauben, unbegreiflich, sobald wir uns hineinversetzen möchten in die Art, wie es der Körper oder Geist im Einzelnen macht, den Effect hervorzubringen.“ Auch Trendelenburg deutet an, dass wir von der Mittheilung einer Bewegung, obschon wir dieselbe täglich zu sehen Gelegenheit haben, keineswegs eine so klare Vorstellung haben, als wir zu haben glauben,*) noch weniger aber behauptet er, der doch, wie wir oben erwähnten, der „Bewegung“ eine ganz besondere Bedeutung beilegt, einen Satz wie den obigen 17). Das Bisherige aber dürfte hinreichen, zu zeigen, wie wenig sich die Deductionen in rein physikalischen Dingen (wo es sich um arithmetische, geometrische oder mechanische Verhältnisse handelt, wird ja auch in anderen Lehrbüchern der Physik der Weg der mathematischen Deduction naturgemäss eingeschlagen) in Bezug auf Sicherheit und Gewissheit mit den Deductionen in der Mathematik vergleichen lassen. Kaum aus einem einzigen der mitgetheilten Beweise ergibt sich die Behauptung mit derselben Evidenz, wie sie der Satz

*) Log. Unters. I. p. 120: „in der Mechanik und Physik, wo die Bewegung bis jetzt allein betrachtet wurde, sind gerade die ersten Sätze derselben so misslich und zweifelhaft. Wir übersehen die grossen Schwierigkeiten nicht. Doch stammen sie in jenen Wissenschaften weniger aus der Bewegung selbst, die als gegeben aufgenommen wird, als aus der Materie, in welcher sich ihre Kraft zeigt, wie z. B. in dem Begriff der Mittheilung der Bewegung.“

der Geometrie besitzt, dass die Winkelsumme in einem Dreieck 2 Rechte beträgt, kaum aus einem einzigen schöpfen wir die unwandelbare Ueberzeugung, die Sache müsse sich nothwendig so verhalten, wie behauptet wird, und könne sich nicht auch anders verhalten. Schwerlich aber würde in einem mathematischen Buche eine Behauptung erst als Hypothese, und unter denselben Umständen ein Paar hundert Paragraphen weiter als apodiktisch gewiss ausgesprochen werden.

Wenn nun, wie wir gesehen haben, gerade Leibniz es ist, der mehrfach dieselben Ansichten äussert, wie der Verf., so dürfen wir uns nicht wundern, denn aus den Worten in 7) β): dass „die Gesetze der Mechanik auf die ganze Physik Anwendung finden," erkennt man, dass das Bestreben der neueren Physik nach dem Verf. dahin geht, auf die ganze Physik die Gesetze der Mechanik, also die mathematische Deduction anzuwenden. Diese mechanische Auffassung der Natur aber, und das Bestreben, das Verfahren der Mathematik auch auf andere als mathematische Disciplinen anzuwenden, ist nicht neu, sondern das Charakteristische an der Philosophie, welche von Descartes bis auf Kant in Deutschland die herrschende war. Descartes nämlich führte zuerst in die Philosophie mathematische Grundsätze ein, auf die er sein System gründete.*) Sein Nachfolger Spinoza bildete die Cartesianische Lehre, indem er namentlich die in derselben unbeantwortet gelassene Frage, wie Geist und Körper aufeinander einwirken, behandelte, zum vollständigen Pantheismus aus.**)

*) Indem Descartes nichts als wahr annahm, was nicht vorher bewiesen war, gelangte er, von einigen als unmittelbar einleuchtend erkannten Sätzen ausgehend, z. B. Nichts kann keine Eigenschaft haben; Es kann nicht etwas zugleich sein und nicht sein, zu folgenden Schlüssen: Nach ihm ist das vollkommenste Wesen, Gott, die Substanz; durch Gottes Beistand existiren alle Dinge. Letztere sind zwiefacher Art, geistiger und materieller; den Inbegriff der ersteren bezeichnet er als substantia cogitans, den der letzteren als substantia extensa. Indem Gott die Welt erschuf, hat er die Materie mit einer gewissen Quantität Bewegung erschaffen, und erhält letztere unverändert. Princip. philos. III. 36: „Et generalem (causam motus) quod attinet, manifestum mihi videtur illam non aliam esse, quam Deum ipsum, qui materiam simul cum motu et quiete in principio creavit, jamque per solum suum concursum ordinarium, tantundem motus et quietis in ea tota quantum tunc posuit, conservat." Die Welt ist ihm eine Maschine, selbst der Organismus des Menschen- und Thierkörpers ein Mechanismus, oder ein Automat; den Sitz der Seele findet er in der Zirbeldrüse im Gehirn, die Entdeckung neuer Wahrheiten kommt ihm auf ein mechanisches Combiniren von Begriffen hinaus.

**) Hatte Descartes bei der Entwickelung seines Systems sich der mathematischen Form der Darstellung nicht bedient, so that dies Spinoza. Er glaubte seinen Ansichten eine ebenso unumstössliche Gewissheit zu verschaffen, wie sie die Sätze der Geometrie enthalten, wenn er sie in derselben Form wie Euklid, ordine geometrico oder more geometrico, d. h. gegliedert in Propositio, Demonstratio etc. vortrüge. So finden wir es bei seinen Schriften: „Renati Des Cartes Principiorum Philosophiae pars I

Diesem Pantheismus Spinoza's gegenüber stellt Leibniz wieder Gott über, nicht in die Welt; letztere zerfällt auch ihm in eine geistige und eine körperliche. Die Uebereinstimmung beider, dass sich z. B. der Arm wirklich bewegt, wenn ich ihn bewegen will, erklärt er aus der prästabilirten Harmonie, nämlich durch die Annahme, Gott habe beide Welten von Anfang an so geschaffen, dass zugleich mit einer Veränderung in der einen stets die entsprechende in der anderen vor sich gehe. Da Gott ferner die Welt auf das Vollkommenste eingerichtet hat, und also nichts an derselben geändert werden kann, so stellt er, während Descartes die Erhaltung derselben Quantität der Bewegnng behauptet hatte, den Satz auf, dass sich dieselbe Quantität der Kraft erhalte, Baumann II. S. 151 n. 8: „Die Bewegung in sich selbst, getrennt von der Kraft, ist etwas blos Relatives, und man kann ihr Subject nicht bestimmen. Die Kraft aber ist etwas Reales und Absolutes, und da ihr Calcül verschieden ist von dem der Bewegung, wie ich klar gezeigt habe, so muss man sich nicht erstaunen, dass die Natur die nämliche Quantität der Kraft erhält und nicht die nämliche Quantität der Bewegung. . . . Nun ist es vernünftig, dass sich die nämliche Quantität Kraft im Universum erhält;“ und ibid. S. 340 n. 5: „Ich hatte behauptet, dass die Kräfte in der Welt sich erhalten.“ Hieraus, sowie daraus, dass Geist und Körper für ihn ganz getrennt sind, folgert Leibniz dasselbe, was Spinoza aus dem Gegentheil, dass beide identisch seien, geschlossen hatte, dass nämlich der Geist auf den Körper nicht einwirken könne, ibid. S. 303 n. 2: „Ich sage

---

und II more geometrico demonstratae,“ und bei seinem Hauptwerk, der Ethik, „Ethica, ordine geometrico demonstrata.“ In dieser Form also theilte er die Resultate seiner Forschungen mit. Das Bestreben, zu erklären, wie die substantia cogitans und substantia extensa des Descartes (namentlich also Geist und Körper) auf einander einwirken, führte ihn zu den Sätzen: Es gibt nur eine einzige Substanz, nämlich Gott; die Cogitatio und Extensio sind nur Attribute derselben. Da es nun blos eine Substanz geben kann, muss Gott die Welt und die Welt muss Gott sein, es muss also das pantheistische Gesetz gelten, Ethic. I. Propos. 18: „Deus est omnium rerum causa immanens, non vero transiens.“ Ferner ist die Idee eines Dinges und das Ding selbst ein und dasselbe, nämlich das eine Mal als ein Modus der Cogitatio, das andere Mal als ein Modus der Extensio betrachtet. Daher der Satz Ethic. II. Propos. 7: „Ordo et connexio idearum idem est, ac ordo et connexio rerum.“ So ist denn bei Spinoza auch Geist und Körper dasselbe, was nur je nach unserer subjectiven Auffassung als Modus der Cogitatio oder der Extensio betrachtet wird. Da also beide identisch sind, kann man nicht sagen, dass der eine auf den andern einwirke; Spinoza jedoch drückt sich so aus, Ethic. III. Propos 2: „Nec Corpus Mentem ad cogitandum, nec Mens Corpus ad motum, neque ad quietem, nec ad aliquid (si quid est) aliud determinare potest,“ wozu in einem Scholium die Worte folgen: „Haec clarius intelliguntur ex iis, quae in Scholio Propositionis 7 Partis II dicta sunt, quod scilicet Mens et Corpus una eademque res sit, quae jam sub Cogitationis, jam sub Extensionis attributo concipitur.“

blos, es ist übernatürlich, dass das ganze Universum der Körper eine neue Kraft erhalte, und dass somit ein Körper Kraft gewinnt, ohne dass sie ein anderer verliert. Darum sage ich auch, es ist unhaltbar, dass die Seele dem Körper Kraft gäbe: denn alsdann würde das ganze Universum eine neue Kraft empfangen." Indem also Leibniz wieder, wie Descartes, geistige und materielle Welt trennt, theilt er mit diesem auch die mechanische Auffassung der sinnlichen Welt. Daher sucht er auch die Physik, ebenso wie wir es an der Stelle 7) β) gefunden haben, auf Mechanik und Mathematik zurückzuführen, Baumann II. S. 101 n. 1: „im Allgemeinen fällt die Natur der Körper, sofern sie erkannt wird, unter die mechanischen Gesetze, daher kommt die Physik, sofern sie ihr Geschäft abschliesst, auf die Mechanik zurück; hinwiederum wird die ganze Mechanik auf geometrische Gleichungen zurückgeführt, wobei fast nur jenes höhere Princip aus der Metaphysik hinzutritt, was wir vor Kurzem eingeführt haben, über die Gleichheit der vollen Ursache und vollen Wirkung. Die Geometrie selbst kann zuletzt auf den Calcül, d. h. auf unsere Wissenschaft zurückgeführt werden." Diese mechanische Auffassung findet sich auch bei Leibnizens Schüler Wolff, und ging auf die Leibniz-Wolff'sche Schule über, welche die Mathematik auf fast alle Wissenschaften anzuwenden suchte,*) eine Richtung, welche sich bis auf Kant erhielt.

Vergleichen wir mit diesen Anschauungen, welche wir im Vorigen in der Kürze auseinandergesetzt haben, diejenigen der neueren Physik an der Hand des in Rede stehenden Lehrbuches, so erkennen wir bei allen das Bestreben, auch auf andere als mathematische Gegenstände die mathematische Deduction anzuwenden. Streng genommen ist jedoch eine solche nur dann möglich, wo eine Anzahl von selbst einleuchtender Sätze vorhanden ist, aus denen andere abgeleitet werden können. Sind solche nicht vorhanden, und wird an ihre Stelle, wie bei Spinoza, eine Reihe z. Th. willkürlicher Definitionen gesetzt, so erhält man trotz der Euklidëischen Form doch nur ein Lehrgebäude von sehr zweifelhafter Festigkeit; werden aber als Ausgangspunkte solche Sätze gewählt, welche erfahrungsmässig wahrscheinlich, oder aus Analogie mit anderen Erscheinungen erschlossen sind, so hat man immerhin nur eine Hypothese; die Wahrscheinlichkeit ihrer Richtigkeit wächst freilich mit der Anzahl der Erscheinungen, die durch sie und durch die aus ihr gezogenen Folgerungen erklärt, oder die, ehe sie noch erfahrungsmässig festgestellt, vorausgesagt werden. Ferner erkennen wir in der neueren Physik, wie wir sie hier dargestellt finden, dieselbe mechanische Auffassung, der wir bei Descartes und Leibniz

*) Zugleich wandte Wolff und seine Nachfolger, was weder Descartes noch Leibniz gethan, nach dem Beispiele Spinoza's die synthetische Darstellungsform nach dem Muster Euklids an.



begegnen, die Natur sei eine grosse Maschine, in welcher, wie in einem Uhrwerke, Alles nach den Gesetzen der Mechanik vor sich gehe. Obgleich nun aber die Lehren der neueren Physik mit den von Descartes und Leibniz aufgestellten in den genannten Beziehungen übereinstimmen, unterscheiden sie sich doch von derselben ganz wesentlich. Denn beide, Descartes und Leibniz, trennen geistige und körperliche Welt, ersterer vollständig, letzterer vermittelt die Verbindung beider nur durch die Annahme der prästabilirten Harmonie, eine Annahme, die im Grunde ebenso „wunderartig oder imaginär“ ist als die Meinung, ein Körper könne auch auf andere Art bewegt werden, als durch die Bewegung eines anderen Körpers. Wie dem aber auch sei, wenn Leibniz eine Anzahl von Sätzen ausspricht, die mit denen der neueren Physik fast ganz übereinzustimmen scheinen, wie: „Die Natur erhält die nämliche Quantität Kraft,“ „Motus non fit, nisi ex corpore moto et contiguo,“ „Eine Bewegung kann nur von einer Bewegung kommen,“ so schliesst er bei diesen Gesetzen die geistige Welt aus, die neuere Physik aber schliesst dem vorliegenden Lehrbuche zufolge dieselbe nicht aus. Die entsprechenden Sätze der neueren Physik müssen daher auch auf diejenigen geistigen Kräfte ausgedehnt und bezogen werden, welche eine „sinnlich erfahrungsmässige“ Einwirkung auf den Körper ausüben. Es nähert sich daher, wenn auch nur bis zu einem gewissen Grade, die Anschauung der neueren Physik derjenigen Spinoza's, welcher Geist und Körper identificirt; es ist jedoch der pantheistische Grundgedanke Spinoza's nirgends ersichtlich. Da aber überhaupt ein höherer Gesichtspunkt, von welchem aus die Lehren der neueren Physik etwa zu beurtheilen wären, gänzlich fehlt, und es mithin einem Jeden überlassen bleibt, aus den Ansichten, welche hier über Kraft und Stoff nebst Bewegung ausgesprochen werden, weitere Folgerungen zu ziehen, so können wir die durch die vorliegende neuere Physik vertretene Anschauung nur als eine materialistische bezeichnen.

Der Zweck gegenwärtiger Besprechung aber war, zu zeigen, dass eine Anzahl von Grundsätzen, wie sie das vorliegende Lehrbuch der neueren Physik darstellt, doch nicht neu, sondern schon früher ausgesprochen ist, wenn auch mit grösserer Beschränkung ihrer Giltigkeit und zum Theil mit anderer Begründung. Wir wollen aber auch den, namentlich von pädagogischem Gesichtspunkte aus, gewiss gerechtfertigten Wunsch nicht verhehlen, der Verf. möge nunmehr über Begriffe von so fundamentaler Bedeutung, wie Druck, Zug, Spannkraft mit sich einig werden, wenn nicht das Vertrauen zu seinem Werke, welches eine neue Richtung einschlägt, und, wie es scheint, ein Bahn brechendes sein will, erheblich erschüttert werden soll; er möge ferner klare, präcise und logisch richtige Definitionen geben, und zwar an den Stellen, an welche solche

gehören; er möge weiter strenge Beweise aufstellen da, wo dies möglich ist, aber auch jeden Schein eines Beweises vermeiden, wo ein Beweis mit Sicherheit nicht erbracht werden kann. Denn nichts ist für die wissenschaftliche Ausbildung schädlicher, als Gewöhnung an unvorsichtiges Schliessen und Folgern, nichts für die moralische Vervollkommnung verderblicher, als die Einbildung, etwas gewiss zu wissen, was man im Grunde doch nicht gewiss weiss; sie ist um so gefährlicher, je tiefer versteckt und je schwieriger aufzufinden der Fehler, und je blendender der Schein der Wahrheit ist, mit welchem der Zweifel oder Irrthum umgeben wird.

Eisenach. Prof. Dr. H. WEISSENBORN.

WOHLGEMUTH, Dr. G., Mathematik für das Einjährig-Freiwilligen-Examen. Leipzig bei Theile 1876.

Dies ist ein Buch, dem man sofort ansieht, dass es jedenfalls keinen Mathematiker zum Verfasser hat. Bei oberflächlicher Betrachtung des 65 Octavseiten starken Buches fand ich 28 Fehler, die theils von Unkenntniss, theils von grosser Leichtfertigkeit zeugen; als Druckfehler kann kein einziger angesehen werden. Ich führe als Beispiel an, dass der Verfasser in einer Gleichung Brüche wegschafft, indem er dieselbe mit dem Product der Nenner statt mit dem Hauptnenner multiplicirt (S. 24 Z. 14 bis 12 v. u.); dass derselbe $(x + 7)^2 = (72 - 2x)^2 + 224$ als Beispiel einer rein quadratischen Gleichung anführt (S. 28 Z. 7 v. o.); dass bei ihm der Pythagoräische Lehrsatz $BC^2 = (AB + AC)^2$ heisst (S. 48 Z. 14 und 15 v. o.). Als Beweis für die Flüchtigkeit, mit der das Buch geschrieben ist, mögen nur zwei Figuren dienen; die eine (S. 57, Fig. 46), welche ein rechtwinkeliges Dreieck darstellen soll, hat an Stelle des rechten Winkels einen Winkel von etwa 65^0, die andere (S. 60, Fig. 50) stellt die Construction der sectio divina dar, wobei jedoch die am einen Endpunkt der stetig zu theilenden Linie errichtete Senkrechte nicht unbedeutend mehr als deren Hälfte ist. Ausserdem leistet das Werkchen auch in der praktischen Wahl der Beispiele zuweilen Bewundernswerthes, z. B. S. 21 Z. 16 v. o.

Da das Buch trotz des verhältnissmässig theueren Preises von 2 Mark ziemlich häufig gekauft wird, ist wohl eine dringende Warnung vor demselben ganz am Platz; ohne Lehrer ist es gar nicht zu benutzen und selbst unter Anleitung eines solchen nur mit der grössten Vorsicht.

Marburg a/L. 1876. (gegenwärtig in Leipzig.) P. WEINMEISTER, stud. math.

Nachschrift der Redaction. Wir haben das Buch, das uns der Hr. Verf. vorstehender Recension auf Verlangen zusandte,

eingesehen und finden das Urtheil desselben vollkommen sachgemäss Wir haben noch weit Schlimmeres darin gefunden, als der Verf. anführt. Die Definitionen auf S. 43 sind kostbar. „Ein Trapez ist ein Viereck, in welchem nur zwei gegenüberliegende Seiten gleich sind“ (!). „Rhomboid ist eine längliche Raute.“ Sehr ergötzlich ist Aufgabe 29 (S. 60), wo zu Sectio divina der naive Zusatz gemacht ist: „oder wie wir sagen würden der goldene Schnitt.“ (Vide Lexicon: divinus, a, um göttlich, aureus, a, um golden!) Weiter: „oder wie es die Mathematiker noch anders ausdrücken „eine Linie in innere und äussere Verhältnisse zu theilen. (Vergl. Helmes Geom. § 363 u. Baltzer § 12 S. 80.) Dies sei von dem Vielen, das wir uns anstrichen, genug, denn „wohlgemuth“ wird man dabei nicht. Wir möchten doch den Herrn Verfasser des Buches fragen, von welcher philosophischen Facultät er denn seinen Doctortitel erhalten hat, damit wir derselben das Buch einsenden können. Die in der Vorrede angeführten Autoren (Baltzer, Reidt u. a.), die der Verf. angeblich benutzt hat, werden sich bei ihm bedanken! —

Werke über die mechanische Wärmetheorie.

I. Rühlmann, Dr. R., Handbuch der mechanischen Wärmetheorie, nach Verdet's Théorie mécanique de la chaleur bearbeitet. Braunschweig, Vieweg, 1876. — Erster Band, XXIII u. 800 S., 118 im Text aufgenommene Holzschnitte. Pr. ?

II. Dellinghausen, Beiträge zur mechanischen Wärmetheorie. 119 S. Heidelberg, C. Winter, 1874. Pr. ?

III. Berthold, Dr. G., Rumford und die mechanische Wärmetheorie. IV und 84 S. Heidelberg, Winter, 1875. Pr. ?

IV. Krebs, Dr. G., Einleitung in die mechanische Wärmetheorie. VI u. 218 Seiten und 52 Holzschnitte. — Leipzig, Teubner, 1874. Pr. 4 Mark.

I. Die Literatur der mechanischen Wärmetheorie wird von Tag zu Tag in erfreulicher Weise reicher und das Bedürfniss nach einem Werke, welches mit Sach- und Fachkenntniss das ganze Gebiet der Thermodynamik nach allen Seiten hin umfasst, grösser und fühlbarer. Das vorliegende Werk hat diesem Bedürfniss volle Rechnung getragen. Die wichtigsten Arbeiten auf diesem Felde der Wissenschaft sind in dankenswerther Weise berücksichtigt und überall die besten Quellen angeführt worden, so dass man gleichsam ein compendiöses, systematisch verarbeitetes Repertorium des Faches vor sich hat und also, wenn man will, zu den Quellen

zurückgehen kann. Dies wird besonders bei den Details der experimentellen Untersuchungen manchmal nothwendig sein; so z. B. bei den Joule'schen Versuchen u. dgl.*) Der Hr. Verfasser hat ursprünglich das Verdet'sche Buch**) über die mechanische Wärmetheorie seinem Werke zu Grunde gelegt; es war jedoch vorauszusehen, dass bei der raschen vielseitigen Entwickelung der mechanischen Wärmetheorie der Verdet'sche Rahmen bald zu enge werden und überhaupt sein System veralten dürfte. In der That sah sich der Hr. Verf. bald gezwungen nach seinem eigenen Plane vorzugehen. Indess hat das Buch durch die vortreffliche Verdet'sche Einleitung nur gewonnen, weil der Leser durch jene zwei vorzüglichen, vom Hrn. Verfasser mit erweiternden Anmerkungen versehenen Vorlesungen über die mechanische Wärmetheorie rasch in das Wesen der Sache eingeführt wird. Und da der Hr. Verfasser bei seinen eigenen Entwickelungen nur einen tüchtigen Cursus über die höhere Mathematik voraussetzt, so sind die Ansprüche nach dieser Richtung hin nicht übertrieben und es werden also auch Hörer der höheren Schulen dieses Buch mit Nutzen studiren können. Nach jenen zwei Verdet'schen Vorlesungen folgt die systematische Darstellung der mechanischen Wärmetheorie in folgender Ordnung: Geschichtliche Einleitung; Hilfssätze aus der Mechanik; Grundsätze aus der Wärmelehre; erster Hauptsatz: Umformung von Arbeit in Wärme und umgekehrt, Aequivalenz von Wärme und Energie; Anwendung des ersten Hauptsatzes auf das Studium der Gase und Kreisprocesse; zweiter Hauptsatz, seine Besprechung und Verallgemeinerung und dessen Herleitung aus allgemeinen mechanischen Principien; Anwendung der beiden Hauptsätze der mechanischen Wärmetheorie auf Veränderungen des Volumens und des Aggregatzustandes (Dampflehre, Dampfmaschine); innere Energie, Auflösung von Gasen in Flüssigkeiten, Auflösung fester Körper, Wärmeentwickelung bei Mischung von Flüssigkeiten. Dies ist der reiche Inhalt des überall gründlich behandelten Buches. Die erste Lieferung des zweiten Bandes soll die Moleculartheorie und Thermochemie bringen und der zweite Band überhaupt die Anwendung der mechanischen Wärmetheorie in allen Zweigen der Naturwissenschaft behandeln. Dieses Buch bedarf keiner Empfehlung — es hat sich selbst empfohlen.

---

*) Wir nehmen hier Gelegenheit, auf das in demselben Verlage erschienene, berühmte Werkchen: Das mechanische Warmeäquivalent von J. P. Joule, ins Deutsche übersetzt von J. W. Spengel, aufmerksam zu machen.

**) Verdet gehörte zu den Ersten, die der mechanischen Wärmetheorie in Frankreich Bahn gebrochen haben; bald folgten: Combes, Dupré, Hirn, St. Robert, Moutier und Briot. Von des letzteren compendiösem Werke ist eine deutsche Uebersetzung von Dr. H. Weber in Vieweg's Verlag (1871) erschienen, welche wir bestens empfehlen.

II. Der Herr Verfasser des zweiten oben angeführten Buches hat bereits früher (1872) in seinen „Grundzügen einer Vibrationstheorie der Natur" versucht, nur eine einzige gleichartige Grundmaterie und eine einzige Grundkraft d. i. die Elasticität voraussetzend, die Verschiedenheit der Körper und die an ihnen sich äussernden Erscheinungen mittels Bewegung — ohne Annahme der gewöhnlichen Atome, eines Aethers und der Molecularkräfte — abzuleiten. In dem vorliegenden Buche führt der Herr Verfasser seine Gedanken in dieser Richtung specieller aus. Von der mathematisch behandelten Interferenz der Wellen ausgehend kommt er zur Annahme von „Vibrationsatomen," welche durch Knotenflächen allseitig abgeschlossene, stehende Wärmewellen sind. „Einfache Körper sind solche, deren Vibrationsatome aus einfachen stehenden Wärmewellen mit Vibrationen von einer bestimmten Dauer, — zusammengesetzte Körper hingegen solche, deren Vibrationsatome aus zusammengesetzten stehenden Wärmewellen mit Vibrationen von verschiedener Dauer gebildet sind." Nach einer weiteren Durchführung seiner mathematischen Gleichungen kommt der Verfasser zu dem Ergebniss: „Die Verschiedenheit der Aggregatzustände beruht auf einem verschiedenen inneren Bewegungszustand der Körper." Diese Vorstellung des Verfassers über die Wärme und den inneren Bau der Körper begründet derselbe in den beiden ersten Abhandlungen; in der 3. Abhandlung leitet der Verfasser die Hauptergebnisse der mechanischen Wärmetheorie aus der Annahme ab, die Wärme sei eine innere lebendige Kraft der Körper. In der 4. und letzten Arbeit erklärt der Herr Verfasser die chemische Wärme der Gase aus der Interferenz der Wärmevibrationen. Da die aus dieser Theorie berechneten Ergebnisse mit den Erfahrungsresultaten gut stimmen, so verdient jene in der That, wie der Verfasser bescheiden ausspricht, „eine gewisse Berücksichtigung" und, setzen wir hinzu, Beachtung.

III. Bei dem hohen Interesse, welches die moderne Wärmetheorie durch ihre grosse Tragweite allseitig erregt hat und noch immer erregt, wird es nicht befremden, wenn man diesem wichtigen Gegenstande auch historisch nachgeht. In der That ist dies in Kürze auch schon mehrseitig geschehen und das hohe Verdienst Rumford's um die neue Wärmelehre ist allgemein anerkannt. Willkommen muss man daher die oben sub III angeführte Schrift nennen, welche zu den nicht leicht zugänglichen Werken zurückführt, in welchen Rumford seine Arbeiten niedergelegt hat und welche aus jenen Quellen das Beste für uns schöpft. Wie gerechtfertigt der Gedanke des Herrn Verfassers war, es werden sich auch andere für seinen Gegenstand interessiren, geht daraus hervor, dass während des Druckes seines Büchleins die amerikanische Akademie für Kunst und Wissenschaft ein dreibändiges Werk und Ellis in Philadelphia

ein 680 S. starkes Buch über Rumford's Werke und Versuche veröffentlicht haben. Der Herr Verfasser des oben angezeigten Büchleins hat zwar einen viel bescheideneren Raum als jene Amerikaner für sein Thema in Anspruch genommen, gleichwohl ist es ihm aber durch glückliche Auswahl gelungen, uns die besten Experimente Rumford's vorzuführen; uns mit dem Versuche Rumford's, die Menge der mechanischen Kraft, welche zur Wärmeerzeugung verwendet worden ist, bekannt zu machen; er zeigt uns ferner, dass schon Rumford erkannt hat, die Wärme sei eine Bewegung der constituirenden Theile der Körper, die latente Wärme leiste innere Arbeit und „dass die Summe der lebendigen Kräfte im Universum immer dieselbe bleiben muss, ungeachtet aller Actionen und Reactionen der Körper.“ Dieser die Erhaltung der Energie im Universum aussprechende Satz Rumford's, sowie überhaupt alle seine Gedanken über die Natur der Wärme veranlassen den Verfasser am Schlusse mit Recht zu der Frage, wie es kommen konnte, dass noch ein halbes Jahrhundert verfliessen musste, ehe die Thermodynamik durchgriff? Der Verfasser beantwortet auch diese Frage richtig dahin, dass erst die Identität von strahlender Wärme und Licht und auch der Begriff der mechanischen Arbeit in dem Verhältniss zur lebendigen Kraft ausgebildet werden musste, bevor das Aequivalenzverhältniss zwischen Arbeit und Wärme ganz klar gestellt und die Umwandlung der einen in die andere genau nachgewiesen werden konnte. Der Verfasser hat sich nicht zufrieden gegeben uns Rumford's Verdienste um die Wärmelehre ins wahre Licht zu bringen, sondern er hat auch als Einleitung hiezu eine geschichtliche Skizze der ältesten Meinungen über die Natur der Wärme bis zu Rumford's Zeiten vorangeschickt, so dass er mit Fug und Recht sein Werkchen als „Versuch einer Vorgeschichte der mechanischen Theorie der Wärme“ bezeichnen konnte. Dass dieser Versuch ein gelungener ist, haben wir bereits anerkannt.

IV. Die Werke und die Gesammtheit der Originalarbeiten über die mechanische Wärmetheorie haben bereits einen solchen Umfang gewonnen, dass sie jenen, welche nur das Wichtigste und die Grundlehren aus der modernen Wärmelehre erwerben wollen, die Lösung ihrer Aufgabe, sowie den Ueberblick über das Ganze, erschweren. Das oben sub IV. genannte Werkchen kommt daher den anfangenden Jüngern der mechanischen Wärmetheorie in dankenswerther Weise zu Hilfe und setzt sie in den Stand, nach Durcharbeitung desselben, nach jenen grösseren Werken und Specialabhandlungen zu greifen. Der Hr. Verfasser beginnt mit der Aufführung des mechanischen Aequivalents der Wärme, geht dann zum Wesen der Wärme und zur Theorie der Energie über, bringt den Begriff des Kreisprocesses und behandelt diesen für Gase und beliebig vermittelnde Körper, stellt die

Veränderungen der inneren Energie und der äusseren Arbeit graphisch dar und behandelt die Hauptgleichungen der mechanischen Wärmetheorie. Hierauf kommen die Gesetze der Dämpfe, die Dampf- und Heissluftmaschinen und endlich als Schluss die Energie und Entropie. Die Behandlung ist leicht verständlich und in der höheren Mathematik nicht zu hoch gegriffen; hie und da wäre in einer etwaigen zweiten Auflage ein genauerer Ausdruck oder die Verbesserung eines kleinen Versehens anzubringen. So z. B. würden wir bei Davy's Versuchen (S. 2) lieber die richtige Zahl 1799 als „am Anfang dieses Jahrhunderts" und S. 22 in der Anmerkung Spengel statt Stengel, S. 52 Absatz 5 von oben Ordinaten statt Abscissen schreiben (ist ersichtlich nur ein Versehen, was der Leser sogleich erkennt). S. 74 wäre Absatz 2 beim Luftthermoskop statt „mit Luft erfüllte Glasröhre" etwa „mit Luft erfüllte, einerseits geschlossene (oder einerseits mit einem thermometrischen Gefäss versehene) Glasröhre" oder dgl. zu setzen — doch derlei kleine Ungenauigkeiten lassen sich leicht verbessern und auch nachsehen, da das Ganze ein gutes Elementarbuch der mechanischen Wärmelehre bietet. *H.*

Gretschel, H. und Wunder, G., Jahrbuch der Erfindungen. 11. Jahrgang 1875. Leipzig bei Quandt und Händel. VII und 416 S. Preis?

Wie die frühern Bände, die wir zum Theil in dieser Zeitschrift anzeigten, so enthält auch dieser 11. Band, welcher den einen Mitredacteur gewechselt hat, eine Zusammenfassung (Resumé) der neuesten wissenschaftlichen Errungenschaften auf dem Gebiete der Astronomie, Physik und Meteorologie, Chemie und chemischen Technologie. Die zweite Gruppe (Physik etc.) nimmt den meisten Raum ein.

Auch dieser Band darf als ein Compendium bezeichnet werden, welches zumal bei seiner verhältnissmässigen Billigkeit den Lehrern der Naturwissenschaften zur Anschaffung in ihre Privatbibliotheken sehr zu empfehlen ist. Die Herren Verfasser haben es verstanden, auch diesmal das Interessanteste und Wissenswürdigste aus dem zu Tage geförderten neuen wissenschaftlichen Schatze herauszuheben. Zu dem Interessanten gehörten u. A. die Abschnitte über die wissenschaftlichen Ballonfahrten, über Tonapparate der Insecten und die verschiedene Anwendung von Elektricität und Magnetismus in der Chemie, die Anwendungen des Sauerstoffs, speciell des Ozons.

H.

LEUNIS, J. Dr. weiland Professor etc. Synopsis der drei Naturreiche. II. Theil Botanik, 2. Hälfte 8. Heft Bg. 82—90. S. 1297—1440. Hannover, Hahn 1875. Bearb. von Dr. A. B. Franke, Privatdocent in Leipzig. Preis 1,80.

Dieses nach der von Leunis angegebenen Methode bearbeitete neue Heft enthält die Fortsetzung des allgemeinen Theils der Kryptogamen (bis S. 1435). Dann folgt ein Stück des speciellen Theils (Stamm- und blattbildende K.). Eine eingehendere Besprechung des ganzen Werkes müssen wir uns vorbehalten bis zum Erscheinen des Schlussheftes. H.

Zum Repertorium.

A) Mathematik.

(Fortsetzung von S. 150.)

Directe Herleitung des Gauss'schen Krümmungsmasses. Der Ausdruck für das Krümmungsmass einer Fläche pflegt bekanntlich in zweierlei Form gegeben zu werden, nämlich einmal als Function der partiellen Differentialquotienten p, q, r, s, t, dann aber auch als solche der von Gauss eingeführten Hülfsgrössen A, B, C, D, E, F, G. Für den ersten Zweck ist Baltzer's bekannte Methode entschieden die beste; die zweite Darstellung hat Gauss selbst nur durch sehr mühsame Zwischenrechnungen geleistet, indem er, wie in anderen Fällen, von den Mechanismen des Determinantencalculs keinen Gebrauch machte. Kürzlich hat nun v. Escherich gezeigt, wie man diese Weitläufigkeit umgehen könne. Es wird zunächst gezeigt, dass das Krümmungsmass dem Ausdrucke

$$k = \frac{1}{(A^2 + B^2 + C^2)^2} \begin{vmatrix} A & B & C \\ \frac{\partial A}{\partial p} & \frac{\partial B}{\partial p} & \frac{\partial C}{\partial p} \\ \frac{\partial A}{\partial q} & \frac{\partial B}{\partial q} & \frac{\partial C}{\partial q} \end{vmatrix}$$

gleich sei, und durch eine Reihe eleganter Kunstgriffe wird weiterhin die Relation

$$k(A^2 + B^2 + C^2)^2 = k(EG - F^2) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial p} & \frac{\partial x}{\partial q} & \frac{\partial^2 x}{\partial p^2} & \frac{\partial^2 x}{\partial p \partial q} & 0 & 0 \\ \frac{\partial y}{\partial p} & \frac{\partial y}{\partial q} & \frac{\partial^2 y}{\partial p^2} & \frac{\partial^2 y}{\partial p \partial q} & 0 & 0 \\ \frac{\partial z}{\partial p} & \frac{\partial z}{\partial q} & \frac{\partial^2 z}{\partial p^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial p \partial q} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial^2 x}{\partial p \partial q} & \frac{\partial^2 x}{\partial q^2} & \frac{\partial x}{\partial p} & \frac{\partial x}{\partial q} \\ 0 & 0 & \frac{\partial^2 y}{\partial p \partial q} & \frac{\partial^2 y}{\partial q^2} & \frac{\partial y}{\partial p} & \frac{\partial y}{\partial q} \\ 0 & 0 & \frac{\partial^2 z}{\partial p \partial q} & \frac{\partial^2 z}{\partial q^2} & \frac{\partial z}{\partial p} & \frac{\partial z}{\partial q} \end{vmatrix} \equiv L$$

nachgewiesen. Aendert man hierin überall $\frac{\partial^2}{\partial^2 p}$ in $\frac{\partial^2}{\partial^2 q}$ und umgekehrt und ertheilt sämmtlichen Elementen der drei letzten Zeilen das negative Zeichen, so resultirt $-L$; multiplicirt man beide Determinanten, so erhält man eine neue Determinante vom sechsten Grade, deren Elemente sich, wie eine leichte Rechnung zeigt, aus E, F und G zusammensetzen. Ueberdies lässt sich dieselbe durch einfache Reihenvertauschung in eine symmetrale Determinante vom sechsten (also geraden) Grade überführen, welche eine leere Diagonale aufweist. Jede solche Determinante ist aber ein vollkommenes Quadrat; setzt man ihren Werth $= M^2$, so folgt

$$k = \frac{M}{EG - F^2},$$

wo M rational $= f(E, F, G)$ sein wird.
(Archiv der Mathematik und Physik, 57. Band, S. 385 ff.)

Der Fundamensalsatz von den totalen linearen Differentialgleichungen.

Gegeben sei eine lineare Differentialgleichung $n$ter Ordnung

$$y^{(n)} + A_1 y^{(n-1)} + A_2 y^{(n-2)} + \ldots + A_{n-2} y'' + A_{n-1} y' + A_n y = 0,$$

und zwar sollen sämmtliche A blos Functionen der Veränderlichen x sein. Dann lässt sich behaupten, dass die Kenntniss einer einzigen particulären Lösung hinreicht, um jene Differentialgleichung durch eine andere von gleicher Beschaffenheit zu ersetzen, deren Grad um 1 niedriger ist. Für dieses Theorem existirt eine ganze Reihe von Beweisen von P. Mansion, unter welchen sich der folgende durch besondere Einfachheit auszeichnet.

Ist z jene particuläre Lösung, so ist identisch

$$z^{(n)} + A_1 z^{(n-1)} + A_2 z^{(n-2)} + \cdots + A_{n-2} z'' + A_{n-1} z' + A_n z = 0.$$

Dann wird

$$u = \frac{y'z - yz'}{z}, \quad v = uz$$

gesetzt und eine der beiden Grössen u, v zur unabhängig Veränderlichen gewählt. Nun drückt man, wenn etwa v bestimmt wurde, successive $v, v', v'', v''' \ldots$ als Functionen von z und y aus; dieselben sind für dieses letztere ausnahmslos linear. Das so erhaltene System linearer Gleichungen liefert als Bedingungsgleichung seiner Simultaneität die folgende

$$\begin{vmatrix} 1 & A_1 & A_2 & A_3 & \cdots & A_{n-2} & A_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & z & v \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & z & \varphi^1_{(z')} & v' \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & z & \overset{n-1}{\varphi}_{(z')} & \overset{n-2}{\varphi}_{(z'')} & \cdots & \varphi^2\left(z^{(n-3)}\right) & \varphi^1\left(z^{(n-2)}\right) & v^{(n-2)} \\ z & \overset{n}{\varphi}_{(z')} & \overset{n-1}{\varphi}_{(z'')} & \overset{n-2}{\varphi}_{(z''')} & \cdots & \varphi^2\left(z^{(n-2)}\right) & \varphi^1\left(z^{(n-1)}\right) & v^{(n-1)} \end{vmatrix} = 0.$$

Kein Element der ersten n Colonnen dieser Determinante (von links nach rechts gerechnet) enthält ein v; entwickelt man also nach den Elementen

der $(n+1)$ten Colonne in Unterdeterminanten, so resultirt eine lineare Differentialgleichung für v von der $(n-1)$ten Ordnung.

Wendet man die abkürzende Symbolik der Engländer an und bezeichnet durch D den Act des Differentiirens nach x, so kann man dies Ergebniss auch so formuliren: Die Differentialgleichung

$$(D-A_1)\,(D-A_2)\cdots\left(D-A_{n-1}\right)\left(D-A_n\right)\,y=0$$

lässt sich stets auf die Form

$$(D'-\alpha_1)\,(D'-\alpha_2)\cdots\left(D'-\alpha_{n-2}\right)\left(D'-\alpha_{n-1}\right)v=0$$

bringen.

(Archiv der Mathematik und Physik, 58. Band, S. 99 ff.)

Zur Lehre von der geometrischen Wahrscheinlichkeit. Der hier genannte Abschnitt der Wahrscheinlichkeitsrechnung wird zur Zeit ausschliesslich von englischen Gelehrten cultivirt, und es dürfte nur wenige deutsche Mathematiker geben, die mit den Methoden dieser Disciplin völlig vertraut sind. Wir geben deshalb hier ein Beispiel, welches von Thieme herrührt.

Gegeben ist eine Länge 1, gegen welche zweimal nacheinander eine Kugel gerollt wird; die Strecke ist in n gleiche Theile getheilt, und es soll die Wahrscheinlichkeit bestimmt werden, dass die Distanz der Anschlagpunkt $<\frac{m}{n}$ ist, unter m eine willkürliche ganze Zahl $<n$ verstanden.

Um die Anzahl der denkbaren Fälle zu finden hat man offenbar alle Zahlen von 1 bis n mit Wiederholungen zur zweiten Classe zu variiren; dies giebt n^2 mögliche Fälle. Um die Anzahl der günstigen Fälle zu finden, stelle man folgende Ueberlegung an. Beschränkt man sich, die obigen Variationen nach den gewöhnlichen Regeln hingeschrieben vorausgesetzt, auf jene Reihe, welche 1 als erstes Element aufweist, so sind offenbar folgende Variationen für unseren Zweck zulässig:

$$\begin{array}{c}
11,\ 12,\ 13\cdots 1\,m-1,\ 1\,m;\\
12,\ 11,\ 13,\ 14\cdots 1\,m-1,\ 1\,m,\ 1\,m+1;\\
13,\ 11,\ 12,\ 14,\ 15\cdots 1\,m-1,\ 1\,m,\ 1\,m+1,\ 1\,m+2\\
\vdots\ \vdots
\end{array}$$

Durch Abzählung findet man, dass alle diejenigen mit 1 beginnenden Variationen, deren zweites Element bezüglich

$$1,2,3\cdots m-1,m\cdots n-m+1,n-m+2,n-m+3\cdots n-1,n$$

ist,

$$m,m+1,m+2\cdots 2m-2,2m-1\cdots 2m-1,2m-2,2m-3\cdots m+1,m$$

mal für unseren Zweck auftreten; alle diejenigen Variationen aber, deren zweites Element $\geq m+1, \leq n-m$ ist, kommen gleich oft, nämlich $(n-2m+2)$ mal vor.*) Die Anzahl der günstigen Fälle ist also

$$2\left[(1+2+3+\cdots+m-2+m-1)+m^2\right]$$
$$+(2m-1)(n-2m+2)=(3m-1)\,m+(2m-1)(n-2m+2).$$

*) Wir haben hier einen kleinen für das Resultat übrigens gleichgültigen Zählungsfehler des Verfassers berichtigt; auch wurde die ganze Darstellung im Interesse grösserer Deutlichkeit umgeändert.

Um die Anzahl der wahrscheinlichen Fälle, d. h. die gesuchte Wahrscheinlichkeit selbst zu erhalten, müssen wir in diesen Ausdruck mit n^2 dividiren; diese Wahrscheinlichkeit ist also

$$w_1 = \left(\frac{3m}{n} - \frac{1}{n}\right)\frac{m}{n} + \left(\frac{2m}{n} - \frac{1}{n}\right)\left(1 - \frac{2m}{n} + \frac{2}{n}\right)$$

Der Bruch $\frac{m}{n}$ ist eine endliche Grösse; auf der von uns zu discutirenden Strecke liegen aber unendlich viele Punkte, so dass an sich m und n unendliche Grössen ausdrücken, deren Quotient eben endlich ist. Schreiben wir also die obige Gleichung so um:

$$w_1 = \frac{3m^2}{n^2} - \frac{m}{n^2} + \frac{2m}{n} - \frac{1}{n} - \frac{4m^2}{n^2} + \frac{2m}{n^2} + \frac{4m}{n^2} - \frac{2}{n^2},$$

so müssen alle Glieder der Form $\frac{m}{n^2}$, $\frac{1}{n}$, $\frac{1}{n^2}$ als Unendlichkleine der ersten resp. zweiten Ordnung verworfen werden, und es bleibt als die wirkliche Wahrscheinlichkeit zurück

$$w = \frac{3m^2}{n^2} + \frac{2m}{n} - \frac{4m^2}{n^2} = 2\frac{m}{n} - \frac{m^2}{n^2} = \frac{m}{n}\left(2 - \frac{m}{n}\right).$$

Ist $m = 3^{dm}$, die ganze Länge 1^m, so ist $\frac{m}{n} = 0{,}3$ und also die Wahrscheinlichkeit, dass die beiden Punkte höchstens 3 Decimeter auseinander liegen, $= 0{,}51$, die mathematische Hoffnung also, dass bei einer Wette sich dies Resultat ergebe, ungefähr dieselbe, wie beim Aufwerfen einer Münze.

(Archiv der Mathematik und Physik, 58. Band, S. 190.)

Das wahre Fundament der Parallelentheorie. Die Ueberzeugung, dass mit der blossen Postulirung einer „absoluten“ oder „widerspruchsfreien“ Geometrie für die Beweisbarkeit oder Nichtbeweisbarkeit des Parallelensatzes an sich noch gar nichts entschieden sei, bricht sich immer mehr Bahn. Zu ihren rührigsten Vorkämpfern gehört Becker in Mannheim, der diese Ansicht besonders in seiner Recension zu Frischauf's bekanntem Werke (Schlömilch's Zeitschrift 18. Jahrgang) energisch zu vertreten wusste. Gegenwärtig liegt nun ein directer Versuch des genannten Mathematikers vor, die Fundamente der Geometrie völlig neu zu begründen. Becker erkennt*) es an, dass die Untersuchungen von Riemann und Helmholtz das absolut Ungenügende des Euklid'schen Definitionen- und Axiomen-Complexes zur Evidenz dargethan haben, und er unternimmt es also — ähnlich, jedoch noch elementarer, als dies kürzlich Worpitzky im 58. Bande des Grunert'schen Archives gethan —, ganz neue Festsetzungen zu Grunde zu legen.

Zu diesem Zwecke werden sechs neue Grundsätze aufgestellt, die mit denen des Euklides gar nichts gemein haben. Dieselben gipfeln in folgenden Wahrheiten: Wird eine räumliche Figur bewegt, so bleibt sie ganz dieselbe; werden dabei ein oder zwei Punkte festgehalten, so wird die Beweglichkeit alterirt. Die Existenz der Kugelfläche leuchtet unmittelbar ein; sie, keineswegs die Ebene, ist die primitive Flächenform, indem für sie der Begriff des Abstandes zweier Punkte hinreicht. Der nämliche Be-

---

*) Hierin wird wohl Jeder dem Verfasser beistimmen. Hätten es nur die Nicht-Euklidiker bei dieser ihrer kritischen Thätigkeit bewenden lassen und ihre abstracten Speculationen blos als Seiten-, nicht als Gegenstück der alten Geometrie hingestellt.

griff reicht hin, um gerade Linie und Kreis zu definiren: Durch zwei Punkte im Raume geht eine Linie, deren Punkte von den gegebenen einen bestimmten Abstand haben — dies ist die Gerade; der Ort aller Punkte, welche von zwei gegebenen den gleichen Abstand besitzen, ist der Kreis. Gerade und Kreis erscheinen also ursprünglich in ihrer eigentlichen Natur als Raumcurven. Mit diesen Hülfsmitteln lassen sich bereits manche Lehrsätze beweisen, so besonders der, dass die geradlinige Strecke zwischen zwei Punkten ihre kürzeste Entfernung repräsentirt.

Nunmehr werden durch eine glückliche Begriffsbestimmung die Winkel eingeführt.*) Allen Winkelsätzen, die sehr schön bewiesen sind, liegt der sogenannte letzte Dreiecks-Congruenzfall zu Grunde, dessen Richtigkeit aus der obigen Definition der Kreislinie unmittelbar hervorgeht. Insbesondere liefert dieser Congruenzsatz die Corollare, dass Scheitelwinkel gleich sind, und dass von einem Punkte ausserhalb an eine Gerade eine andere so gezogen werden kann, dass gleiche Nebenwinkel entstehen. Damit ist denn der Begriff des Lothes und des rechten Winkels gegeben.

Um dann zu beweisen, dass zwei beliebige rechte Winkel gleich seien, lege man zwei Schenkel aufeinander, dann fallen auch die bezüglichen Verlängerungen dieser Schenkel zusammen. Die beiden anderen Schenkel haben einen Punkt gemein, liegen aber sonst willkürlich im Raume. Man kann aber auf dem festen Schenkel einen festen Punkt wählen und auf den nicht coincidirenden Schenkeln je einen Punkt so, dass die Abstände von jenem festen Punkte gleich werden. Beide so festgelegte Punkte gehören sonach einem Kreise an, der die zusammenfallenden Schenkel zur Axe hat, und durch Drehung können diese Punkte und damit auch die beiden anderen Schenkel zur Deckung gebracht werden. Bei jener Drehung nun beschreibt der Schenkel eine gewisse Fläche, und man hat die Definition (S. 451): „Eine Ebene ist der Ort aller Geraden, welche eine gegebene Gerade in demselben Punkte senkrecht schneiden.“ Hiermit ist also die Ebene organisch gewonnen —, wie man sieht, ein sehr secundärer Begriff. Beiläufig bemerkt, hat Rogner (im 42. Bande des Grunert'schen Archives) darauf hingewiesen, dass Ebene und Gerade in der analytischen Raumgeometrie durch Verfolgung des hier geschilderten Grundgedankens die einfachste Herleitung ihrer Gleichungen gestatten.

Alle Sätze über Ebene fliessen aus dieser Definition, zuletzt auch der, dass drei nicht in gerader Linie gelegene Punkte unter allen Umständen eine Ebene vollständig bestimmen.

(Fortsetzung folgt.)

B) Geologie.

(Zusammengestellt von H. Engelhardt in Dresden.)

Ueber die Ziele, welche die Geologie gegenwärtig verfolgt. v. Dechen bezeichnet als solche in Verh. d. naturw. Ver. d. pr. Rheinl. u. Westphalens die Entwickelungsgeschichte der Erde, genauer der äusseren festen Erdrinde mit ihrer zeitlich wechselnden Bewohnung zu erläutern, aufzuklären und festzustellen. Während die Geologie bei diesem Streben in der Lage sich befindet, Unterstützung und Belehrung von allen anderen Naturwissenschaften zu empfangen, erscheint sie als ein verbindendes Glied in dem Kreise gemeinsamer Bestrebungen nicht unwerth allgemeiner Theilnahme. Die fortschreitende Kenntniss des Schauplatzes, auf dem alle Vorgänge anorganischer Actionen und des organischen Lebens verlaufen,

*) Die Bezeichnung des Winkels als „Figur“ dürfte doch mit dem herrschenden Gebrauch dieses letzteren Wortes allzuwenig stimmen.



vergilt die empfangene Hilfe durch Rückblicke in eine längst entschwundene Vergangenheit und durch Eröffnung neuer Gesichtspunkte. Ueber die innige Verbindung von Geographie und Geologie spricht sich v. Dechen in folgender Weise aus: Geographie, Topographie, Orographie liefern todte Bilder, so lange sie nicht durch Aufnahme des geologischen Elementes Leben empfangen. Sie gelangen kaum zur richtigen Auffassung der einfachsten Bilder, wenn der Mineralbestand der äusseren Form unberücksichtigt bleibt. Allgemeinere Anschauungen werden diesen Disciplinen ohne geologische Betrachtungen nicht zugänglich. Wie die Geographie die auf Messung beruhende bildliche Darstellung gar nicht entbehren kann, wie Karten verschiedenen Massstabes als erstes wissenschaftliches Hilfsmittel derselben erscheinen, — ebenso in der Geologie. Das eingehende Studium geologischer Verhältnisse ist ohne geographische Karte unmöglich.

Ueber die vulkanischen Ereignisse des Jahres 1875. Unter den zahlreichen Eruptionen scheinen die im nördl. Island die bedeutendsten gewesen zu sein. Da sie jedoch in völlig unbewohnten Gegenden stattfanden und nur einzelne Personen mit grosser Mühe ein paar Mal bis in die Nähe des grossartigen Naturereignisses vordringen konnten, so sind sie weniger bekannt geworden, wie sie es verdienten. Sicher ist, dass vom Anfange des Jahres bis September mindestens 10 Eruptionen daselbst an verschiedenen Stellen, meist aus neugebildeten Kratern, in der Umgebung des Vatna eintraten. Obgleich dieser Vulkan vollständig unthätig blieb, so sind die Ausbrüche doch wahrscheinlich von seinem Herde ausgegangen und haben sich nur wegen örtlicher Verhältnisse neue Wege gebahnt. Die heftigsten derselben ereigneten sich vom Januar bis Mitte Februar, dann am 29. März, wo der Feuerschein sogar in Reykjavik beobachtet werden konnte, und wo die Asche vom Winde über den Ocean nach Norwegen und bis tief nach Schweden hineingetragen wurde, und am 15. Aug., wo die vulkanischen Massen aus mehr als 20 Eruptionsöffnungen ausgestossen wurden. — Der Ceboruco in Mexico, dessen erste historische Eruption im Jahre 1870 stattfand, hatte am 11. Februar 1875 wieder einen grossen Ausbruch. Die ihn begleitenden furchtbaren Erdbeben zerstörten die Städte St. Christobal und Guadalaxara. — Bedeutende Eruptionen hatte der Mauna Loa am 11. Aug., im Februar der javanische Vulkan Kloët und der Tongariro in Neuseeland in der letzten Zeit des Jahres. — Der Vesuv ging im December in schwache Thätigkeit über, am Aetna belebte sich am Ende des Jahres ein Nebenkrater. Fuchs sind 97 Erdbeben bekannt geworden, die an 100 verschiedenen Tagen eintraten. Das furchtbarste war das von Cucuta in Neu-Granada, wo vom 16.—18. Mai mehrere Städte und viele Ortschaften gänzlich zerstört und sonstige Verwüstungen hervorgerufen wurden. Der Verlust an Menschenleben wird auf 16,000 angegeben. Sie vertheilten sich so: Winter 34, Frühling 28, Sommer 21, Herbst 14. Viele von ihnen standen mit der Thätigkeit der Vulkane in auffallendem Zusammenhang, andere waren nicht vulkanischer Natur. Ein solches trat am 26. April bei Kattowitz in Oberschlesien ein; es war durch Einsturz des etwa 250 M. unter der Erdoberfläche gelegenen, noch nicht vollständig abgebauten Sattelflötzes veranlasst. (Naturforscher 1876, Nr. 17.)

Das Zurückweichen der Alpengletscher. Die Gletscher des Montblanc sind von 1854—1865 um 332 M. zurückgewichen. Aehnliches ist auch in Wallis, Graubündten und Tyrol beobachtet worden. Manche Gletscher scheinen jedoch eine Ausnahme zu machen. So hat im Zermattthal der Gornergletscher erst 1859 vorzurücken aufgehört, während der benachbarte Findelengletscher bereits 1844 zurückwich. Die Ursache der Verschiedenheit ist die mehr oder weniger grosse Erstreckung der Speisungsbecken, die Exposition der Gletscher in Bezug zur Sonne und den

herrschenden Winden, ihre mehr oder weniger beträchtliche Neigung, endlich die Anhäufung der schützenden Felsen an der Oberfläche wenig geneigter Gletscher, wie beim Aargletscher. Die Ursache des allgemeinen Zurückweichens finden Ch. Martins und de Billy im Allgemeinen in den warmen und trocknen Sommern der Jahre 1863, 1864, 1865 und den geringen Schneefällen der entsprechenden Winter. Die meteorologischen Beobachtungen zeigten seit 15 Jahren höhere mittlere Temperatur und grössere Trockenheit der Atmosphäre in den Alpen. (Stzgsber. d. Pariser Akademie T. LXXXII.)

Die Höhlen und die Ureinwohner Europas heisst ein von Sprengel übersetztes Werk des rühmlichst bekannten Dawkins, in welchem der Verf. die Geschichte der Höhlenforschung und den gegewärtigen Stand unserer hierauf bezüglichen Kenntnisse darstellt. Darnach müssen Klima und Geographie Europas früher ganz anders gewesen sein als jetzt. Wir finden eine von Jagd und Fischfang lebende Race von Höhlenbewohnern in der pleistocänen Zeit in Frankreich, Belgien, Deutschland und England, wahrscheinlich gleicher Herkunft, wie die Eskimos, einen Theil einer Fauna bildend, in der nördliche und südliche, ausgestorbene und noch lebende Arten in eigenthümlicher Weise mit einander vermischt sind. In der neolithischen Zeit lebten in den Höhlen, die auch als Grabstätten dienten, Iberer und Basker, die noch heute in den kleinen dunkelhaarigen Menschen Westeuropas vertreten sind. In der Broncezeit wurden nur selten Höhlen benutzt. Betreten wir dagegen das Gebiet der Geschichte, so sehen wir, wie die Höhlen in England nach dem Sturze des römischen Reiches den vor ihren Feinden fliehenden Britisch-Wallisern Schutz gewährten.

Odontornithen oder Vögel mit Zähnen. Während aus der Kreideformation Europas bisher nur eine einzige Vogelart bekannt geworden ist, enthält das Museum von Yale College in Newhavn aus cretacischen Schichten der Atlantischen Küste und der Rocky Mountains eine beträchtliche Anzahl fossiler Vögel, von denen bereits 13 Arten durch Marsh beschrieben wurden. Die interessantesten darunter sind Vögel mit Zähnen, Ichthyornis dispar M. und Hesperornis regalis M., welche beide in Kansas gefunden wurden. Bei ersterer Art befinden sich die Zähne in getrennten Höhlen, bei letzterer in einer gemeinschaftlichen Längsrinne. (Americ. Journ. of sc. a. arts. 1875. S. 403.)

Schlammvulkane. Sie zerfallen in 2 von einander scharf getrennte Gruppen. Die erste zeigt verhältnissmässig niedrige, von der der Luft nicht stark abweichende Temperatur der Gase und des Schlammes, während in der Zusammensetzung des Gasgemenges die Kohlenwasserstoffe vorherrschen, denen etwas Kohlensäure und Kohlenoxyd beigemengt sind. Andere Gase treten nur in sehr geringer Menge als Verunreinigungen dazwischen auf. (Macaluba auf Sicilien; die zahlreichen und grossartigen Schlammvulkane am asow'schen und caspischen Meere.) Die meisten liegen in Gegenden, in denen mächtige Ablagerungen von Erdöl, Erdpech u. s. w. vorkommen und in der Umgebung vieler von ihnen entspringen Quellen, aus denen sich flüssige Theile jener organischen Stoffe in reichlicher Menge ergiessen. Wo Erdöl und verwandte Stoffe in älteren aus festem Gestein bestehenden Formationen abgelagert sind, die gasförmigen Zersetzungsproducte entweder in den Gesteinen eingeschlossen bleiben oder auf Spalten entweichen, können Schlammvulkane nicht entstehen, wohl aber in jüngeren Formationen mitloc keren, weichen Schichten, die aufweichen und durch ihren breiartigen Zustand den Austritt der Gase bis zu einem gewissen Grade ihrer Ansammlung und Spannung verhindern können, dann aber gewaltsam entfernt werden und sich als Schlammstrom ergiessen. — Die zweite Gruppe zeichnet sich durch hohe Temperatur aus. Die Dämpfe und der Schlamm sind stark erhitzt. Ausserdem herrscht Wasserdampf,

dem etwas Schwefelwasserstoff und schwefliche Säure begemengt sind, weitaus vor. (Am Vulkan Magnilia auf Luzon, an den Vulkanen Lassens Butto in Nordamerika, Ceboruco und Chinameco in Centralamerika, an mehreren japanischen Vulkanen.) Ihre Dämpfe und Gase sind nur die gewöhnlichen Fumarolendämpfe. Auch hier gibt nur das zufällige Vorhandensein aufgeweichter zäher Massen (Thon, Tuff, vulk. Asche), welche die Fumarolendämpfe am ruhigen Aufsteigen hindern, die Veranlassung zu den gewaltsamen Durchbrüchen, aus denen die Schlammvulkane hervorgehen; die hohe Temperatur stammt aus dem vulkanischen Herde. — Die neuerdings von Schimper beschriebenen, in Abessinien zahlreich vorkommenden Schlammvulkane gehören keiner der beiden Gruppen an. Ein niedrig gelegener, nur durch eine Hügelreihe von der Meeresküste getrennter Landstrich ist dort mit 1—4 M. hohen Schlammkegeln bedeckt. Der nasse Schlamm ist mit Schwefel und Salz gemischt und an den aus getrocknetem Schlamm bestehenden Thonkegeln finden sich dünne Niederschläge von reinem Schwefel, an einzelnen wohl auch kleine Mengen von Zinnober. In den Gipfel aller dieser Kegel ist ein röhrenartiger Krater eingesenkt, aus dem Dampf hervorquillt, und bei gesteigerter Thätigkeit Schlamm ausgestossen wird, der dann zur Vergrösserung des Kegels dient. Allein diese Vulkane haben keine lange Dauer, fortwährend entstehen einzelne und andere zerfallen. Selten überdauert einer die Regenzeit. Das Erdreich jener Gegend enthält eine unglaubliche Menge kleiner Eisenkiese, die sich zur Regenzeit zersetzen, dabei soviel Wärme entwickeln, dass sich ein Theil der Feuchtigkeit in Dampf verwandelt, der die kleinen Eruptionen hervorruft. (Naturf. 1876. Nr. 22. S. 212 ff.)

Bibliographie.

Mai.

Unterrichts- und Erziehungswesen.

Arnold, Pädagogische und didaktische Vorträge, geh. in Lehrervereinen und Conferenzen. Beuthen, Böhm. 1,50.

Diesterweg's Wegweiser zur Bildung für deutsche Lehrer. 5. Aufl. in neuer zeitgemässer Bearbeitung, herg. v. d. Curatorium der Diesterweg-Stiftung. Essen, Bädeker. 17.

Frahm, Gesetze, Verordnungen und Entscheidungen betr. das Schulwesen in Mecklenburg. Parchim, Wehdemann. 3.

Francke's pädag. Schriften. Nebst der Darstellung seines Lebens und seiner Stiftungen, hersg. v. Dir. Dr. Kramer.

Hess, Der naturgeschichtliche Unterricht auf den Gymnasien, Realschulen und polytechnischen Anstalten. Hannover, Brandes. 0,50.

Kolbe, Hoffmann, Warhauck, Zeitschrift für das Realschulwesen. 1. Jahrg. 1876. 12 Hefte. Wien, Hölder. 10.

Linsmayer, Die Münchener Schulbank, erläutert mit Tafel. München, Lindauer. 1.

Störl, Wolfgang Ratke (Ratichius). Ein Beitrag zur Geschichte der Pädagogik des 17. Jahrh. Lpz., Hinrich. 1.

Wiese, L., Die Macht des Persönlichen im Leben. Ein Vortrag. Berlin, Wiegandt und Grieben. 0,75.

Zeyss, 11. Jahresbericht über das Lehrerseminar zu Gotha. Gotha, Thienemann. 0,80.

Ziller, Vorlesungen über allgemeine Pädagogik. Lpzg., Matthes. 5,50.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Günther, Ziele und Resultate der neueren mathematisch-historischen Forschung. Erlangen, Besold. 2,80.
Mehler, Hauptsätze der Elementar-Mathematik zum Gebrauche an Gymnasien und Realschulen. Mit einem Vorwort von Schellbach. 8. Aufl. Berlin, Reimer. 1,50.
Moröff, Die ersten Sätze der ebenen Geometrie. Grundbegriffe, Winkel, Dreieck, Viereck. Hof, Büching. 0,80.
Nagel, Lehrbuch der Stereometrie zum Gebrauche bei dem Unterrichte in Gymnasial- und Reallehranstalten. 4. Aufl. Ulm, Rübling. 1,50.

2. Arithmetik.

Berthelt, Jäkel, Petermann, Thomas, Rechenschule. Methodisch geordnete Aufgaben zum Tafelrechnen. 8 Hefte. Lpz., Klinckhardt à 0,15.
Fix, Rechenbuch. 2. Aufl. Münster, Nasse.
Koppe, Die Arithmetik und Algebra für den Schul- und Selbstunterr. 11. Aufl. Essen, Bädeker. 2,70.
Mocnik, Lehrbuch der Arithmetik für Untergymnasien.
Pollak, Lehr- und Uebungsbuch der Elementar-Arithmetik. 5. Aufl. mit mehr als 2500 Aufg. Augsburg, Rieger. 2,40.
Steck und Bielmayer, Lehrbuch der Arithmetik für Lateinschulen. 5. Aufl. Kempten, Kösel. 1,20.
Studnicka, Cauchy als formaler Begründer der Determinanten-Theorie. Eine literar-historische Studie. Prag, Calve. 2.
Thomä, Sammlung von Formeln, welche bei der Anwendung der elliptischen und Rosenhain'schen Functionen gebraucht werden. Halle, Nebert. 3.
Vega, Logarithmisch-trigonometrisches Handbuch. 60. Aufl. Bearb. v. Bremiker. Berlin, Weidmann. 4,20.
Widder, Uebungsbuch für den Rechnungsunterricht. München, Stahl. 1.

B. Angewandte Mathematik.

(Geodäsie, Astronomie, Mechanik.)

Bessel, Abhandlungen. Herausg. v. Engelmann. Inhalt: Theorie der Instrumente. Stellarastronomie. Mathematik. Lpz., Engelmann. 18.
Düringsfeld, Katechismus der Kalenderkunde. Belehrungen über Zeitrechnung, Kalenderwesen und Feste. Lpz., Weber. 1.
Haupt, mathematische Theorie der Flugbahnen gezogener Geschosse. Berlin, Voss. 2.
Kerber, Die Orientirung auf der Erdoberfläche. Neuwied, Heuser. 1.
Landesvermessung, Die bayrische, in ihrer wissenschaftl. Grundlage. München, Grubert. 32.
Nagel, Die Vermessung im Königreich Sachsen. Eine Denkschrift mit Vorschlägen für eine auf die europäische Gradmessung zu gründende rationelle Landesvermessung. Dresden, Huhle. 6.
Rössler, Populäre Himmelskunde. Neue Ausg. Wien, Sallmayer. 1,60.
Ritter, Lehrbuch der höheren Mechanik. 2. Hälfte. Lehrbuch der Ingenieurmechanik. Hannover, Rümpler. 8.
Spörer, Beobachtungen von Sonnenflecken. Lpz., Engelmann. 13,50.

Physik.

Böddicker, Erweiterung der Gauss'schen Theorie der Verschlingungen mit Anwendungen in der Elektrodynamik. Stuttgart, Spemann.

Bruhns, Monatl. Berichte über die Resultate aus den meteorologischen Beobachtungen angestellt an d. königl. sächs. Stationen. Lpz., Teubner. 1,50.

Christiani, Beiträge zur Elektricitätslehre. Ueber irreciproke Leitung elektrischer Ströme, nebst einem Excurse: Das Potential zweier Spiralen. Berlin, Friedländer. 6.

Crüger, Naturlehre für Volksschulen. 15. Aufl. Lpz., Körner. 0,84.

Diesterweg's Populäre Himmelskunde und astronom. Geographie. 9. Aufl. herausg. v. Strübing. Berlin, Enslin. 6.

Güntner, Ueber die Benutzung der Sonnenwärme zu Heizeffecten durch einen neuen Planspiegel-Reflector. Wien, Gerold. 0,60.

Jelinek, Psychrometer-Tafeln für das 100theilige Thermometer. Nach Dr. H. Wild's Tafeln bearbeitet. 2. Aufl. Wien, Lpz., Engelmann. 2.

Lommel, Ueber die Interferenz des gebeugten Lichtes. Erlangen, Besold. 0,30.

Pfaundler, Ueber Differential-Luftthermometer. Wien, Gerold. 1,20.

Pisko, Licht und Farbe. Eine gemeinfassl. Darstellung der Optik. 2. Aufl. München, Oldenbourg. 6.

Puschl, Nene Sätze der mechanischen Wärmetheorie. 1. Von der bei Volumveränderungen der Körper entwickelten oder verschluckten Wärme.

Recknagel, Compendium der Experimentalphysik im Anschluss an Jamin's petit traité de physique bearb. 6 Abthlgn. Stuttgart, Meyer & Zeller. 15.

Chemie.

Beckerhinn, Beiträge zur Kenntniss des Nitroglycerin und der wichtigsten Nitroglycerinpräparate. Wien, Gerold. 0,30.

Pott, Johann Heinrich Pott, ein Beitrag zur Geschichte des Zeitalters der Phlogistontheorie. Jena, Dufft. 1.

Schützenberger, Die Gährungserscheinungen. 23. Bd. der internationalen wiss. Bibliothek. Lpz., Brockhaus. 5.

Smyth, Zur Geschichte der Sulfoverbindungen mit besonderer Berücksichtigung der Sulfosäuren. Berlin, Calvary. 1.

Stöckhardt, Die Schule der Chemie oder erster Unterricht in der Chemie, versinnlicht durch einfache Experimente. 18. Aufl. 1. Abthl. Braunschweig, Vieweg. 4.

Wäber, Lehrbuch der Chemie mit besonderer Berücksichtigung der Mineralogie und chemischen Technologie. Lpz., Hirt. 2,50.

Beschreibende Naturwissenschaften.

Zoologie.

Clessin, Deutsche Excursion-Molluskenfauna. 1. Lfg. Nürnberg, Bauer & Raspe. 2,50.

Gerstäcker, Die Wanderheuschrecke (Oedipoda migratoria). Gemeinverständliche Darstellung ihrer Naturgeschichte, Lebensweise, Schädlichkeit etc. Im Auftrag des königl. Ministeriums für landw. Ang. verf. Mit 9 Abb. Berlin, Wiegandt & Hempel. 2.

Hartmann, Die menschenähnlichen Affen. Berlin, Lüderitz. 1,60.

Hayek, Handbuch der Zoologie. 5. Lfg. Wien, Gerold. 3,60.

Hermann, Ungarns Spinnenfauna. Im Auftrag der ung. nat. Gesellsch. verf. Pest, Kilian. 5.
Kölliker, Entwickelungsgeschichte des Menschen und der höheren Thiere. 2. Aufl. Lpz., Engelmann. 12.
Rauber, Ueber die Stellung des Hühnchens im Entwickelungsplan. Lpz., Engelmann. 3.
Riesenthal, Die Raubvögel Deutschlands und des angrenzenden Mitteleuropas. Darstellung und Beschreibung. Kassel, Fischer. In Lfgn. à 1.
—, Dass. Atlas. à 4. Prachtausgabe à 8.
La Valette St. George, Die Spermatogenese bei den Amphibien. Bonn, Cohenn. 2.
Werner, Ueber Darwin's Theorie. Eine gemeinverst. Abhandlg. Elberfeld, Mosel. 0,60.
Wolderich, Leitfaden der Zoologie für den höheren Schulunterricht. Mit 524 Holzschn. 2. Aufl. Wien, Hölder. 3,60.

Botanik.

Das Alpenveilchen (Cyclamen), dessen Varietäten und Hybriden. Lpz., Ruhl. 0,75.
Bertram, Flora von Braunschweig. Verzeichniss der in der weiteren Umgegend von Braunschweig wildwachsenden und häufig cultivirten Gefässpflanzen, nebst Tabellen zum Bestimmen. Braunschweig, Vieweg. 6.
Hallier, Excursionsbuch, enth. prakt. Anleitung zum Bestimmen der im deutschen Reich heimischen Phanerogamen. 2. verm. Ausg. Jena, Dufft. 3.
Liebermann, Untersuchungen über das Chlorophyll, den Blumenfarbstoff und deren Beziehungen zum Blutfarbstoff. Wien, Gerold. 0,70.
Mayenberg, Aufzählung der um Passau vorkommenden Gefässpflanzen. Beitrag zur Flora Niederbayerns. Passau, Waldbauer. 2,50.
Molendo, Bayerns Laubmoose. Vorläufige Uebersicht. Ebd. 6.
Müller, Flora der Blüthenpflanzen des bergischsn Landes. Zum Gebrauche in den Schulen zusammengestellt. Remscheid, Krumm. 1,50.
Postel, Der Führer in der Pflanzenwelt. Hülfsbuch zum Auffinden und Bestimmen der wichtigsten in Deutschland wild wachsenden Pflanzen. Mit 744 Holzschn. 7. Aufl. Langensalza, Schulbuchh. 9.
Pott, Untersuchung über die Stoffvertheilung in verschiedenen Culturpflanzen mit bes. Rücksicht auf ihren Nährwerth. Jena, Dufft. 1,50.
Rabenhorst, Kryptogamensammlung. Eine systematische Uebersicht über das Reich der sog. Kryptogamen mit Illustr. 1. Sect. Pilze. Dresden, Kaufmann. 20.
—, Fungi europaei exsiccati. Klotzschii herbarii vivi mycologici continuatio. Ed. nova. Ser. II. Cent. I. (69 Bl. mit 100 getrock. Pflzn.) Ebd. 24.
Strasburger, Ueber Zellbildung und Zelltheilung. 2. Aufl. Jena, Deistung. 12.
Wirth, Bilder aus der Pflanzenwelt. 1. Bdchn. Ausländische Culturpflanzen, deren Erzeugnisse Gegenstände unseres alltäglichen Gebrauchs und wichtige Handelsartikel sind. 2. Aufl. Langensalza. 1,50.

Mineralogie.

Cotta, geologische Bilder. 6. Aufl. Mit 228 Holzschn. Lpz., Weber. 5.
Nehring, Die geologischen Anschauungen des Philosophen Seneca. Wolfenbüttel. 1,20.
Pfaff, Ist die Welt von selbst entstanden oder ist sie erschaffen worden? Vortrag. Erlangen, Deichert. 0,30.

Rose-Sadebeck's Elemente der Krystallographie. 2. Bd. Angewandte Krystallographie: Ausbildung der Krystalle, Zwillingsbildung, Krystallotektonik. Berlin, Mittler. 12.

Sadebeck, Ueber die Theilbarkeit der Krystalle. Berlin, Mittler. 0,60.

Geographie.

Baur, Schulwandkarte vom Königreich Böhmen. 4 Blatt. Wien, Hölzel. 7,20.

Dronke, Geographische Zeichnungen. Ein Hilfsmittel für den geograph. Unterricht. 1. Lfg. Bonn, Weber. 2. Einzelne Karten 0,40.

Egli's Kleine Erdkunde. 7. Aufl. St. Gallen, Huber. 1.

—, Neue Erdkunde für höhere Schulen. 5. Aufl. 2,40.

Helmcke, Die Prov. Sachsen. Für den heimathkundlichen Unterricht. 2. Aufl. Magdeburg, Bänsch. 0,50.

—, Karte dazu. 3. Aufl. 0,30.

Hobirk, Wanderungen auf dem Gebiet der Länder- und Völkerkunde. 11. Bd. Russland. Detmold, Meyer. 1,50.

Kiepert, Karte von Turan oder Türkistan. Zum 3. Mal neu bearb. 1 : 5000000. Berlin, Reimer. 2.

Peschel, Oskar, Völkerkunde. 3. unveränderte Aufl. (570 S.) Lpz., Duncker. 11,20.

Ruf u. Schmidt, Schulkarte des deutschen Reichs und der angrenzenden Länder. 1 : 3000000. Nördlingen, Beck. 0,40.

Seydlitz, Schulgeographie. 16. Aufl. Mit 80 Kartenskizzen und 18 Abb. (368 S.) Breslau, Hirt. 3,75.

—, Kleine Schulgeographie. 16. Aufl. (43 Kartenskizzen und 8 Abb.) (168 S.) Ebd. 2.

Trampler, Lehrbuch der Geographie. 1. Thl. Leitfaden der allgemeinen Geographie. Wien, Hölder. 1,20.

Weyprecht, Die Nordpolexpeditionen der Zukunft und deren sicheres Ergebniss, verglichen mit den bisherigen Forschungen auf dem arktischen Gebiete. Vortrag. Wien, Hartleben. 0,60.

Juni.

Unterrichts- und Erziehungswesen.

Barth, Ueber den Umgang. Ein Beitrag zur Schulpädagogik. 2. Aufl. Langensalza. 1,50.

Beck, Entwurf eines Unterrichtsgesetzes für Preussen, ausgehend von dem Grundsatz der Selbstverwaltung und unter Berücksichtigung der Städte-, Kreis- und Provinzialordnung. Gekrönte Preisschrift. Lpz., Siegismund & Volkening. 0,80.

Hassenkamp, Die Einführung der Simultanschule unter besonderer Berücksichtigung ihrer kirchen-politischen Seite. Elberfeld, Mosel. 0,60.

Hauffe, Talente und sogenannte besondere Anlagen hat der Mensch nicht! Gedanken über Befähigung und Ausbildung des menschlichen Geistes. 2. Aufl. Lpz., Siegismund. 1.

Kehrein, Handbuch der Erziehung und des Unterrichts. Paderborn, Schöningh. 2,70.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Adam, Lehrbuch der Trigonometrie. Neu-Ruppin, Held. 3,75.
Bartholomäi, Geometrie der einclassigen Volksschule. Langensalza, Bayer. 1,50.
Brill, Cartonmodelle der Flächen 2. Ordnung. Ergänzung. Hyperbolisches Paraboloid. Darmstadt, Brill. 2.
Deter, Stereometriecompendium. Berlin, Kamlah. 1,20.
Frischauf, Elemente der absoluten Geometrie. Lpz., Teubner. 3,40.
—, Uebungen zu den Elementen der Geometrie. Graz, Leuschner. 0,60.
Lottner, Leitfaden für den Unterricht in der ebenen Trigonometrie. Lippstadt, Staats. 0,80.
Nagel, geometrische Analysis. Eine systematische Anleitung zur Auflösung von Aufgaben aus der ebenen Geometrie auf rein geometr. Wege. 2. Aufl. Ulm, Wohler. 4,40.
Pohlke, Darstellende Geometrie. 2 Abthlgn. mit Atlas. Berlin, Gärtner. 3,60 und 6.
Schleusing, Versuch einer näherungsweisen geometrischen Darstellung der $\sqrt{\pi}$, ausgef. bis auf 6 Decimalen. Breslau, Weidmann. 1.
Stüber, Leitfaden zum Unterricht in der Geometrie. 3. Aufl. Lpz., Klinkhardt. 1.
Wöckel, Geometrie der Alten. Sammlung von 850 Aufg. 11. Aufl. Nürnberg, Korn. 1,80.

2. Arithmetik.

Fix, Aufgaben zum Kopf- und Zifferrechnen. Münster, Nasse.
Harms, Rechenbuch für Volksschulen und die unteren Classen höherer Schulen. 6. Aufl. Oldenburg, Stalling. 1,50.
—, Rechenbuch für die Oberclassen gehobener Volks- und Fortbildungsschulen und die mittleren Classen höherer Schulen. Ebd. 1.
Köhler, Logarithmisch-trigonom. Handbuch. 13. Ausg. Lpz., Tauchnitz. 3.
Krafft, Sammlung arithmetischer Beispiele und Aufgaben. 4. Aufl. Nürnberg, Korn. 2.
Löbe, Sammlung von Aufgaben aus der Arithmetik. Für Gymnasien und Realschulen. 2. Aufl. Lpz., Brandstetter. 1,55.
Terlinden, Rechenbuch für Volksschulen. 26. Aufl. Neuwied, Heuser. 1.

B. Angewandte Mathematik.

Förster, Populäre Mittheilungen zum astronom. Theil des königl. preuss. Normalkalenders für 1877. Auf Veranlassung des k. statist. Bureaus herausg. Berlin, Statist. Bureau. 1.
—, Die veränderlichen Tafeln des astronomischen und chronologischen Theils des k. preuss. Normalkal. f. 1877. Ebd. 6,75.

Physik.

Bachmann, Grundriss der Meteorologie. Nördlingen, Beck. 0,80.
Bopp, Zusammenfassung des Wichtigsten aus der Naturlehre nach dem Normallehrplan im Anschluss an den physikalischen Normalapparat. Strassburg, Schultz. 0,50.
Heussi, Elementarer Leitfaden der Physik. 11. Aufl. Lpz., Frohberg. 1,20.

Niemeyer, Technisches und methodisches Hülfsbüchlein zur anschaulichen Ertheilung des Physikunterrichts in Volksschulen. Oldenburg, Bültmann. 1,40.

Chemie.

Classen, Tabellen zur qualitativen Analyse. Im Anschlusse an den Grundriss der analytischen Chemie. 1. Thl. Qualitative A. Stuttgart, Enke. 1,60.

Ludwig, Die Algebra der Chemie. Eine ausführliche Bearbeitung der anorganischen Zersetzungsgleichungen. Nebst 2 Tabellen enth. die wichtigsten organ. Verbindungen. Freiburg, Herder. (310 S.) 4.

Beschreibende Naturwissenschaften.

Zoologie.

Berge's Schmetterlingsbuch. Gänzlich umgearb. v. Heinemann. 5. Aufl. In 12 Lfgn. 1. Lfg. Stuttg., Thienemann. 1,50.

Bernhardt, Die Käfer. Halle, Hendel. 1.

Bütschli, Studien über die ersten Entwickelungsvorgänge der Eizelle, die Zelltheilung und die Conjugation der Infusorien. Frankfurt a. M., Winter. Mit 15 Tafeln. 20.

Calwer's Käferbuch. Naturgeschichte der Käfer Europas. 3. Aufl. von Jäger. In 12 Lfgn. Stuttg., Thienemann. à 1,50.

Dombrowski, Das Reh. Ein monographischer Beitrag zur Jagdzoologie. Mit 15 Taf. Wien, Wallishauser. 10.

Faber, Der Bau der Iris des Menschen und der Wirbelthiere mit besonderer Berücksichtigung ihrer Musculatur. Gekrönte Preisschrift. Lpz., Vogel. 3.

Fischer, Das Princip des Wechsels im Bildungsgange der Organismen. Hamburg, Gräfe. 0,75.

Foster u. Balfour, Grundzüge der Entwickelungsgeschichte der Thiere. Deutsche autor. Ausg. v. Kleinenberg. Lpz., Engelmann. 6.

Gloger's Vogelschutzschriften. I. Kleine Ermahnungen zum Schutz nützlicher Thiere. 10. Aufl. Neu herausg. v. Dr. Russ und Dürigen. Lpz., Voigt. 0,60.

Göler-Ravensburg, Die Darwin'sche Theorie. Eine kritische Darstellung der organischen Entwickelungstheorie in kurzer Uebersicht und für das Verständniss weiterer Kreise. Berlin, Denicke. 1.

Häckel, Die Perigenesis der Plastidule oder die Wellenzeugung der Lebenstheilchen. Berlin, Reimer. 1,50.

Moleschott, Der Kreislauf des Lebens. 5. umg. Aufl. Mainz, Zabern. In Lfgn. à 1.

Sintenis, Neues Verzeichniss der in Estland, Livland, Curland und auf Oesel bisher aufgefundenen Schmetterlinge. Lpz., Köhler. 1.

Zacharias, Zur Entwickelungstheorie. Jena, Costenoble. 2,40.

Zenker, Der Polyp. Organ für populäre Mittheilungen aus dem Reiche der Natur. Zeitschrift des mikroskopischen Aquariums zu Berlin. Berlin, Grieben, Viertelj. 1.

Botanik.

Knauer, Die alte Grenzscheide zwischen Thier- und Pflanzenwelt und deren Umsturz durch die moderne Naturwissenschaft. Eine anatomisch-physiologische Abhandlung. Wien, Hölder. 1.

Mayer, Die Sauerstoff-Ausscheidung fleischiger Pflanzen. Ein Angriff des Herrn Dr. Hugo de Vries zurückgewiesen. Heidelberg, Winter. 0,80.

Müller, botanische Untersuchungen. V. Ueber die Einwirkung des Lichtes und der strahlenden Wärme auf das grüne Blatt unserer Waldbäume. Ebd. 6,80.

Ruchte, Hand-Lexikon der wichtigsten Pflanzen unter Angabe ihrer deutschen und lateinischen Benennungen, sowie der Classification nach Linné und Decandolle. Lpz., Körner. 1.

Willkomm, Der botanische Garten der kaiserl. Universität Dorpat. Nachrichten über die Geschichte, den gegenwärtigen Zustand, die Einrichtungen und Sammlungen desselben. Mit Plan. Lpz., Köhler. 3.

Mineralogie.

Dölter, Die Bestimmung der petrographisch wichtigeren Mineralien durch das Mikroskop. Eine Anleitung zur mikroskopischen Gesteinsanalyse. Wien, Hölder. 1,20.

Friedrich, Die mikroskopische Untersuchung der Gesteine. Wiederholter Abdruck einer zur Gedächtnissfeier des Senator Just geschriebenen Abh. Dresden, Zahn. 1,20.

Kenngott, 120 Krystallformennetze zum Anfertigen von Krystallmodellen. 1. Heft. 20. Aufl. 5 Taf. 2. Heft. 10. Aufl. 5 Taf. Prag, Tempsky. 2.

Geographie.

Buchner, Der Rhein, der Deutschen Lieblingsstrom. 250. Heft der Virchow-Holtzendorff'schen Sammlung gem. Vortr. Berlin, Habel. 0,75.

Fraas, 3 Monate am Libanon. 2. Aufl. Stuttgart, Levy. 2.

Handtke, Karte v. Schlesien. 1 : 1000000. Berlin, Barthol. 0,75.

Heimathskunde vom Grossherzogthum Hessen, bearb. v. hess. Schulmännern. Hannover, Hellwing. 0,30.

Hochstetter, Asien, seine Zukunftsbahnen und seine Kohlenschätze. Wien, Hölder. 6.

Körner, Die Erde, ihr Bau und organisches Leben. Ergänzungsband: Die Luft, ihr Wesen, Leben und Wirken. 4 Lfgn. Jena, Costenoble. 4.

Kutzner, geographische Bilder, enth. das Interessanteste und Wissenswürdigste aus der Länder- und Völkerkunde und der Physik der Erde. 2. Aufl. Glogau, Flemming. In Lfgn. à 0,75.

Lange, Kleiner Atlas für Volksschulen. 15 Karten. Braunschweig, Westermann. 0,60.

—, Eisenbahn-, Post- und Dampfschiffskarte v. Europa. 2 Blatt. 11. Aufl. Berlin, Barthel. 4,50.

Schäfer, Karte der europäischen Türkei. Berlin, Abelsdorf. 1.

—, Karte der Türkei in Europa und Asien. Ebd. 1,50.

Schäffer, Schulkarte v. Schleswig-Holstein. Schleswig, Bergas. 0,25.

Scheda, Generalkarte der europäischen Türkei und des Königreichs Griechenland. 13 Blatt. Neue Ausg. von 1876. Wien, Artaria. 18. Einzelne Blätter à 2.

Ziegler, Ueber das Verhältniss der Topographie zur Geologie. Text zur topograph. Karte vom Engadin und Bernina. 2. Aufl. Zürich, Wurster. 16.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Der gegenwärtige Stand der Sache des Schulgartens.*)

Ein Schulgarten! Was ist das? — Den Namen kennen in Oesterreich die Meisten, die Sache aber noch nicht Alle, welche dieselbe kennen sollten. Der Schulgarten ist keineswegs, wie Manche meinen, gleichbedeutend mit dem „Kindergarten." Der „Kindergarten" ist eine Anstalt, welche die häusliche Erziehung der Kinder des vorschulpflichtigen Alters (drittes bis sechstes Lebenjahr) zu unterstützen und zu ergänzen hat. Unter seinen Behelfen soll allerdings auch ein Gärtchen für die Kleinen sein zum Zwecke der Anschauung, wie zu leichten Arbeiten der Pfleglinge. Der Schulgarten dagegen ist ein wirklicher Garten bei der Schule und für die Schule; er gehört zu jeder allgemeinen Bildungsanstalt, nicht blos für die schulpflichtigen Kinder, sondern auch für die mündige Jugend, so weit dieselbe nicht eigentliche Hochschulen besucht; er gehört ferner zu einer Reihe von Fachschulen. Seine Einrichtung hängt nicht ab blos von der besonderen Art der Bildungsanstalt, mit welcher er verbunden wird (Stadt- oder Landschule, Volksschule, Lehrer-Bildungsanstalt, Gymnasium und Realschule, Waisenhaus, Erziehungsanstalt für Taubstumme, für Schwachsinnige u. s. w.), sondern auch von dem Geschlechte der Schulbesucher, von dem vorhandenen Raume (Ausdehnung, Lage, Gestalt, Beschaffenheit des Grundstückes), von den klimatischen Verhältnissen des Landes und Ortes, von den Geldmitteln der Gemeinde, ja sogar von den Cultur- und Erwerbsverhältnissen der Bewohner und von noch anderen Bedingungen, mit denen zu rechnen das Leben unabweislich zwingt. Es ist also klar, dass der Schulgarten nicht nach einseitigen doctrinären Gesichtspunkten oder gar nach einer Schablone ausgeführt werden kann, sondern dass er mit Festhaltung einiger unverrückbarer Gesichtspunkte immer und immer den gegebenen Verhältnissen sich anschmiegen, dass in jedem einzelnen Falle das unter den gegebenen Verhältnissen passende und erreichbare Ideal mit umsichtiger Besonnenheit und feinem Gefühl gesucht werden muss. Denn anders sind die Bedingungen in der Grossstadt, anders in der Landstadt, anders in der üppigen Tiefebene, anders im kargen Gebirgsthale, anders in der Seehöhe

*) Dieser Aufsatz erschien ursprünglich in der „Neuen freien Presse" und wurde vom Hrn. Verfasser, Gymnasialdirector Dr. Schwab in Wien, welcher bahnbrechend in dieser Institution sich bereits hohe Verdienste erworben hat, für die neue Zeitschrift für Realschulwesen umgearbeitet, aus welcher er abgedruckt ist. Wir machen hier zugleich aufmerksam auf des Herrn Verfassers bereits in 4. verm. u. verb. Aufl. erschienene Schrift „Der Schulgarten" mit 4 Plänen (Wien 1876 bei Hölzel), die wir in d. Ztschr. noch besprechen werden D. Red.



von zwei-, drei- bis viertausend Fuss über dem Meere, anders und wieder anders unter anderen Verhältnissen. Es ist ganz gut denkbar, dass ein Land bei jeder Volksschule einen guten Schulgarten hat und dass sich dennoch im ganzen Lande nicht zwei Stadt-, nicht zwei Landschulgärten völlig gleichen.

Wenn der Schulgarten wirklich ein wesentlicher Bestandtheil der Volksschule sein soll, so kann er zwar überall anders, darf aber doch nie ein anderer sein. Genau so ergeht es ja auch mit dem Volksschulhause.

Der Schulgarten muss immer, selbst unter den ungünstigsten Verhältnissen, danach streben, ein mit sparsam wählender Hand, mit Einsicht und Geschmack im engsten Rahmen übersichtlich geordnetes Stück Heimaths- und Naturkunde zu sein. Er wird nach dieser Richtung in zwei Theile zerfallen. Das sogenannte „Grabeland" wird eine Auswahl der für die betreffende Schule passenden Repräsentanten jener heimischen Pflanzen aufnehmen, welche auf dem Felde und im Garten gezogen werden (also Getreide, Hack-, Hülsenfrüchte, Futter-, Gewürz-, Arznei-, Handelspflanzen, andererseits Gemüse und Küchengewächse, edle Erdbeeren, so weit der Raum vorhanden ist, selbst in der Grossstadt Obstpflanzen, Spalierobst, Beerensträucher). Beete in schönen Linien werden eine knappe Auswahl der für das Heimathland charakteristischen Pflanzen der Flur und Au, des Waldes und des Berges in passender Vertheilung und Gruppirung aufnehmen (also in den Alpenländern auch eine kleine Sammlung von Alpenpflanzen); aber auch die wichtigsten Giftpflanzen der Heimath werden da nicht fehlen dürfen. Einen Schulgarten ohne unsere Frühlingspflanzen, ohne einen reichen Schmuck von Blumen und schönen perennirenden Pflanzen und ohne Rosen zu lassen, wäre unverzeihlich. Ist der Raum vorhanden, so werden sich Ziersträucher von selbst einstellen. Wo es die Verhältnisse gestatten, dort wird der Sommer-Turn- und Spielplatz mitten im Garten stehen, umschattet von je einem unserer 20 bis 30 Waldbäume. In dem Schatten der hohen Bäume werden die Mädchen im Sommer Unterricht in Handarbeiten geniessen. Die nützlichen und charakteristischen Sträucher der Heimath bieten im grossen Schulgarten den Singvögeln ebenso erwünschte Brutstätten, als die vielen Nistkästchen auf den Bäumen ringsum. In Wien und in anderen Grossstädten werden allerdings unsere Bäume und wichtigsten Sträucher nur in Töpfen und Holzkübeln im Schulgarten stehen, allein unsere Kinder werden nicht zu ihrem Schaden, zu ihrer Schande Fremdlinge sein in unserer herrlichen Natur. Auch in Wien wird eine reizende Laube wenig Raum erheischen und ein Stück jener Poesie bilden, welche der Schulgarten mit so mässigen Mitteln in das Leben unserer Lieblinge, unserer theuersten Schätze — der Kinder — trägt. Ist Raum vorhanden und Wasser, selbst nur das eines Brunnens, so kann der Schulgarten von bezaubernder Schönheit werden und eine reiche Quelle der Belehrung und hellen Kinderfreude.

So bietet nun der Schulgarten — nach Massgabe des vorhandenen Raumes — den Schulkindern Mittel der Anschauung und eine Fülle der reinsten Freuden, die den meisten Erwachsenen von uns in der Kindheit leider nicht gegönnt waren. Allein der Schulgarten lehrt — was hier wegen des karg zugemessenen Raumes nur angedeutet werden kann — in ganz besonnenen Grenzen den Haushalt und das Treiben manches unserer heimischen Thiere des Landes, aber auch des Wassers kennen, so weit solche dem Herzen des Kindes oder seiner Auffassung besonders nahe stehen, und erzieht die Kinder im besten Sinne des Wortes zu Thierfreunden; er vermittelt gar manches für Schulkinder Wichtige aus der Physik Die Kinder erleben ja im Schulgarten so Vieles, und Kinder vergessen wohl was sie gelernt, aber nie, was sie erlebt haben.

Der Schulgarten bietet gewiss, wie heute in Oesterreich bereits Hunderte von braven Lehrern aus eigener Erfahrung wissen, überdies fast allen Unterrichtsgegenständen des Volksschule manche Förderung, die sich der Laie nicht träumen lässt; allein der Schulgarten bewährt sich auch, wenn er nicht allzu klein ist, ganz besonders als ein treffliches Mittel der Erziehung, indem er den Kindern grössere gemeinsame und kleinere besondere Arbeitsbeete zuweist und solchergestalt auf die Arbeitslust und damit auf die beste Wurzel menschlicher Thätigkeit, menschlicher Gesittung losgeht. Der Schulgarten macht die Aufgabe der Schule nicht schwerer, sondern leichter; er ist Lehrern und Schülern von unschätzbarem Werthe; er ermöglicht dem Lehrer, einheitlich, frisch, lebendig, „praktisch" zu lehren, sich mit den Individualitäten zu beschäftigen; er allein macht für die Volksschule eine vernünftige Methode des naturgeschichtlichen Unterrichtes möglich, ohne welchen doch heute das menschliche Geschlecht nicht mehr gedacht werden kann.*)

Der Schulgarten ist fast bei allen Volksschulen ausführbar, wenn auch manchmal nur im bescheidensten Massstabe, wenn auch nur in der Weise, dass vielleicht der „Fenstergarten" in den Schulzimmern, oder die zweckmässige Bepflanzung des abgesonderten Turn- oder Spielplatzes, oder ein Gestell mit Pflanzen in einem sonnigen Corridor des Schulhauses ihn ergänzen. Wechseln können beim Schulgarten bestimmte praktische Zwecke. So sollen im Stadtschulgarten geräumige, luftige, von Bäumen beschattete Spiel- und Turnplätze im Interesse der Gesundheit den Kindern die fehlenden eigenen Hausgärten ersetzen und die Jugend vor dem Stubenhocken wie vor dem gefährlichen Gassenvergnügen bewahren. Der Landschulgarten soll zuförderst in den Kindern den Sinn für Gartenbau und für das Schöne in der Natur wecken und ausbilden und dem Einzelnen Gelegenheit geben, sich Kenntnisse in der Obstbaum-, Gemüse- und Blumenzucht zu erwerben, je nachdem ihn Geschlecht, Geschick und Neigung zu einem oder dem andern hinzieht. Ja, der Landschulgarten soll zu unterrichtenden Zwecken sogar den erwachsenen Schülern der landwirthschaftlichen Fortbildungscurse frommen. Gemeinsam ist allen Schulgärten die Vermittlung einer nicht wissenschaftlichen, sondern erfahrungsmässigen Kenntniss der heimischen Natur und die Schulung des Selbstdenkens an dem Beobachten der lebendigen Natur; gemeinschaftlich ist allen die Weckung des Schönheitssinnes, der, in einem ganzen Volke grossgezogen, ein Capital von unberechenbarem Werthe bildet. Der höchste Zweck des Schulgartens bleibt aber für den Schulmann, für den Menschenfreund, dessen überaus wohlthätige Einwirkung auf das Gemüth und den Charakter der Kinder. Der Schulgarten ist somit eine Pflanzstätte für anschauliche Kenntniss der Natur, für edle Freude an derselben, für die Ausbildung des Verstandes, für den Schönheitssinn, für den Gemeingeist, für bessere Sitten, für eine kräftige Entwicklung des Körpers, endlich für erhöhten Volkswohlstand. Der Schulgarten ist also ein idealer Gedanke, welcher dem ganzen vollen Leben zugewendet ist und sich mit dem Realismus verbindet, um die Volkswohlfahrt auf materiellem, geistigem und sittlichem Gebiete mächtig zu fördern.

Seit weit mehr als hundert Jahren suchen strebsame Pädagogen den Gedanken des Schulgartens, der doch so nahe liegt, eigentlich so einfach ist, auszuführen, ohne dass es ihnen gelungen wäre, eine allgemein ausführbare Gestalt zu finden. Deutschland ist heute noch in der Sache des

*) Der Verf. macht aufmerksam, dass er nicht Naturhistoriker ist, sondern seine Fachstudien auf einem anderen Gebiete liegen. Anm. d. Verf.

Schulgartens nicht über die Theorie hinausgekommen, weil es im Doctrinären stecken blieb und nach einer Schablone für den Schulgarten suchte. Schweden hatte allerdings schon im Jahre 1871 bei seinen 7528 Volksschulen über 2000 Schulgärten, allein nur bei Landschulen und nur zu bestimmten praktischen Zwecken, so dass der schwedische Schulgarten nur auf jenem Standpunkte steht, welchen vor unserem neuen Volksschulgesetze einige bessere sogenannte Schulgärten in Böhmen und Schlesien einnahmen. Oesterreich dagegen geht mit diesem Erziehungsmittel ersten Ranges geradezu den übrigen Culturstaaten bahnbrechend voran. Oesterreich hat in der Wiener Weltausstellung den Zeitgenossen ein Beispiel einer bestimmten Art von Schulgärten (eines mässig grossen Landschulgartens) in Wirklichkeit vorgeführt und dargethan, wie leicht und mit verhältnissmässig geringen Kosten ein Schulgarten ausgeführt werden kann.

Wenn der Lehrer, auf den hier Alles ankommt, von abziehenden Nebenämtern entlastet wird, wie bei uns; wenn ihm Wissen und Können in den einschlägigen Fragen in der Lehrer-Bildungsanstalt oder nachträglich auf passende Weise in besonderen Cursen vermittelt; wenn er von der Gemeinde und von gebildeten Männern im Schulbezirke kräftig unterstützt; vor Allem aber, wenn der Schulgarten in den Bereich der Unterrichts- und Erziehungsmittel der Volksschule gezogen wird, dann vermag der Lehrer segensreich und mit Lust auf dem Felde des Schulgartens zu arbeiten. Das Volk ist durch Aufsätze in Volksblättern, Volkskalendern, Flugschriften, durch Verbreitung von sogenannten „Normalplänen“ (welche den Gedanken des Schulgartens veranschaulichen), durch gute Vorträge unter Vorzeigung gelungener Pläne, durch kurze Instructionen der Landesregierung und durch jeden wirklich ausgeführten und guten Schulgarten leicht aufgeklärt und gewonnen. Ueber alles das liegen heute ausreichende Erfahrungen vor. Die Regierung (Unterrichts-, Ackerbauministerium, viele Landesschulräthe und Statthaltereien, Bezirkshauptleute) geht mit Rath und That voran; alle unsere Lehrer-Bildungsanstalten werden nach und nach mit Schulgärten versehen, die beiden niederösterreichischen Landes-Proseminare sind es bereits.

Land für Land eignet sich bei uns die Schulgärten an. Beispiele mögen dies beweisen: Das kleine Schlesien hat heute 245 Schulgärten, darunter 36 erwähnenswerthe neuesten Datums; es gestaltet seine älteren Schulgärten zweckmässig um und legt eben sechs neue an. Mähren regt sich in sehr verständiger Weise. Böhmen rüstet sich, den Schulgarten einzubürgern, und zwar rühren sich hier zuerst die kleineren Städte. Galizien hat in zwei Bezirken die beachtenswertheste Thätigkeit aufgenommen; in wenig Jahren werden die Bezirke Milec und Jaroslaw mit den schönsten Schulgärten ganz übersäet sein, deren jeder auch ein zierliches Hausgärtchen aufnimmt, in Steiermark ist bereits eine stattliche Anzahl von Schulgärten entstanden, davon 42 durch die Bemühung der Landwirthschafts-Gesellschaft. Siebenbürgen legt jetzt den ersten Schulgarten in Hetzelsdorf bei Mediasch an. Alljährlich werden daselbst 50 Volksschullehrer einen praktischen achttägigen Curs im April und einen theoretischen zweiwöchentlichen im August durchmachen. (Unter den ersten 50 Lehrern sind auch 13 Rumänen griechisch-orientalischer Confession.) Niederösterreich war bisher lässig. Der Wiener Gemeinderath hat am 27. August 1875 beschlossen, Schulgärten dort anzulegen, wo der Raum dazu vorhanden ist, und schon im nächsten Jahre wird sich von solchen Anlagen in unserer Hauptstadt melden lassen. Ein- für allemal sei hier bemerkt, dass sich in Wien auf einem sonnigen Raume von 70 Quadratmetern (20 Quadratklaftern) ein nettes Schulgärtchen herrichten lässt, in welchem allerdings Holzgewächse nur in einigen Töpfen Platz haben. Wollten doch alle Gemeinden bedenken, dass bei der besonderen Wichtigkeit einer

gediegenen Erziehung des weiblichen Geschlechtes in der Stadt vor Allem die Mädchenschulen mit Schulgärten zu versehen sind! Wollten alle Landgemeinden den Gedanken festhalten, dass auch der kleinste Schulgarten nie und niemals ein blosser Nutzgarten sein darf! Die Sämereien lassen sich ja doch unentgeldlich aus dem k. k. botanischen Garten in Wien beziehen, der so viele kleine botanische Gärten des Auslandes versorgt und botanische Gärten in fremden Erdtheilen beschickt.

Grosse Verdienste hat sich um die rasche Verbreitung des Schulgartens Herr Max Machanek (Fabrikant, Wien I., Elisabethstrasse 15) erworben, welcher jeder Gemeinde, die es wünscht, einen zweckmässigen Plan von vollendeter Schönheit aus Gefälligkeit entwirft. Herr Machanek kennt genau meine Ideen seit dem Jahre 1870, wo er die reizenden Pläne zur ersten Auflage meines „Schulgarten" entwarf; allein gleichwohl bespricht er jeden Plan mit mir und lässt die Skizzen beurtheilen, bevor sie in Farben ausgeführt werden. In seiner Gefälligkeit geht er so weit, dass er in manchen Fällen zwei bis sieben Skizzen den Gemeinden zur Wahl einschickt, wenn nur die Anmeldungen rechtzeitig kommen. (In diesem Frühjahre [1876] z. B. gingen über dreissig durchgearbeitete Pläne in acht verschiedene Länder der Krone.)

Oesterreich mit der überreichen Mannigfaltigkeit jener Eingangs bezeichneten Verhältnisse, welche auf die Einrichtung jedes einzelnen Schulgartens bestimmend einwirken, ist eine heilsame Schule für die ersten Pioniere des zeitgemässen Schulgartens; auf österreichischem Boden dürfte der Gedanke des Schulgartens zuerst nach allen möglichen Richtungen ausgedacht, allen möglichen Bedingungen angepasst werden. Allein gesunde Gedanken werden heute bald ein Gemeingut der europäischen Menschheit, und unverkennbar bereitet sich in ganz Europa eine gründliche, besonnene Reform unseres ganzen Unterrichts- und Erziehungswesens vor. Schon hat der Schulgarten, wie ihn Oesterreich ausführt, das lebhafteste Interesse und die herzlichste Zustimmung bedeutender Männer in Deutschland gefunden, und es kann nur mehr als Frage der Zeit gelten, wenn er auch dort in Angriff genommen wird. E. Schwab.

Nekrolog Gernerth's.

August Gernerth*), Ritter des k. k. Franz-Josef-Ordens und Director des k. k. Real- und Obergymnasiums im III. Gemeindebezirke zu Wien, stand, als er seiner Lehranstalt durch den Tod entrissen wurde, im 51. Lebensjahre. Wer von den schweren Krankheiten, von denen er im Laufe der Jahre heimgesucht worden war, keine Kenntniss hatte, musste bei der Vollkraft, die aus seinem Leben und Wirken hervorzuleuchten schien, bis vor nicht zu langer Zeit noch der Meinung sein, dass dieser Mann sich eines hohen Alters erfreuen werde. Noch vor kaum zwei Jahren fühlte er die Kraft in sich, die Ferialzeit zu einer anstrengenden Fussreise in seine geliebten Alpen zu benützen. In einem grossen herrlichen Theile der letzteren waren ihm Wege und Stege, die schönsten und erhabensten Fernsichtspunkte, die liebenswürdigsten Menschen und die besten Unterkunftsplätze auf's Genaueste bekannt. Die Einfachheit der Sitten bei ihren Bewohnern und die Grossartigkeit der Natur in diesen Thälern und

*) Die Redaction feiert das Andenken dieses Mannes durch den Abdruck dieses Nekrologs mit um so grösserer Pietät, da der Verstorbene diese Zeitschrift sehr schätzte und ihrer Verbreitung jeden Vorschub leistete, auch dem Herausgeber derselben ein warmer Freund war. —

auf diesen Höhen sagte seinem Wesen und Charakter besonders zu; hier fand er nichts Verschnörkeltes, keine Unwahrheit, keine Schmeichelei und keine Lüge, hier die wahrhafte Erholung, deren er nach den anstrengenden Arbeiten seines Berufes bedurfte.

Er war am 16. August 1825 zu Wien geboren. Nachdem er seine Studien am k. k. akademischen und am Schotten-Gymnasium, dann an der philosophischen Facultät der Universität zu Wien vollendet hatte, wandte er sich seit dem Jahre 1844 hauptsächlich den realen Wissenschaften zu, denen er bis an sein Lebensende treu blieb. Mit seiner bekannten Entschiedenheit und Ausdauer warf er sich auf das Gebiet der Mathematik, Astronomie und Chemie. Die Verhältnisse der letzten Zeit, in denen er dieses unternahm, waren der stillen Pflege der Wissenschaften eben nicht günstig, da die aufregenden und folgenreichen Ereignisse des Jahres 1848 allzu sehr die Aufmerksamkeit Aller, auch der dabei nicht unmittelbar Betheiligten an sich rissen; aber auch in den Wirren jener Tage suchte und fand August Gernerth Erholung und Freude in seinem Lieblingsstudium, in welchem keine Unklarheit, sondern nur das Regel- und Gesetzmässige zur Geltung zu gelangen vermochte. Im Lehramte glaubte er seiner von ihm so hoch gehaltenen Wissenschaft ganz leben zu können; er trat deshalb zunächst in Eolge seiner Ernennung vom 7. April 1850 als Supplent in den Lehrkörper des hiesigen k. k. akademischen Gymnasiums, erwarb sich als solcher am 29. April 1851 in ehrenvollster Weise die Lehrbefähigung für Mathematik und Physik und wurde am 22. Februar 1852 „für seine erspriessliche Thätigkeit“ zum wirklichen Lehrer an derjenigen Anstalt ernannt, die den Grund zu dem festen Gebäude seines Wissens gelegt und ihm zuerst die Pforten zum Lehramt eröffnet hatte, und die ihn nun Jahre lang als eine ihrer Zierden besitzen sollte. Die Art und Weise zu schildern, wie er den Lehrstoff auffasste und behandelte und die Schüler für denselben zu gewinnen wusste, muss Fachmännern überlassen bleiben; dass sie keine gewöhnliche war, geht daraus hervor, dass er durch Allerhöchste Entschliessung vom 8. November 1863 und später mit dem Ausdrucke der Allerhöchsten Anerkennung für ein zweites Triennium durch die vom 8. Jänner 1867 zum wirklichen Mitgliede des k. k. Unterrichtsrathes ernannt wurde; in dieser Eigenschaft war er thätig, bis diese Institution am 14. September 1867 aufgehoben wurde.

Während der langen Zeit seiner amtlichen Wirksamkeit lieferte er seit dem Jahre 1850 zahlreiche Aufsätze didaktischen, wissenschaftlichen, kritischen und antikritischen Inhalts in die Zeitschrift für die österreichischen Gymnasien. Im Programme des k. k. akademischen Gymnasiums in Wien erschien im Jahre 1853 die Abhandlung: „Ueber die genaue Bestimmung der Schwingungsdauer eines einfachen oder mathematischen Pendels“ (18 Seiten in 4.). Im Jahre 1857 veröffentlichte er das Lehrbuch: „Grundlehren der ebenen Geometrie nebst zahlreichen Constructions- und Rechnungsaufgaben, mit 6 Tafeln“ (128 Seiten in 8.), von dem die 2. Auflage, mit vielen Aufgaben vermehrt (132 Seiten in 8.), zu Wien 1868 erschien. In das Jahr 1863 fällt die Herausgabe der „Bemerkungen über ältere und neuere mathematische Tafeln“ (Wien, 39 Seiten in 8.). Endlich gab er im Jahre 1866 das mit unsäglicher Mühe und gewissenhafter Genauigkeit verfasste Werk: „Fünfstellige gemeine Logarithmen der Zahlen- und der Winkelfunctionen von 10 zu 10 Secunden nebst den Proportionaltheilen ihrer Differenzen“ (Wien, 144 Seiten im Lexikonformate) heraus. Von diesen beiden zuletzt genannten Schriften erregte die erste bei den Lehrern desselben Faches ein nicht gewöhnliches Aufsehen, während die „Logarithmen“ Gernerth's als die am sorgfältigsten und besten gearbeiteten eine weite Verbreitung gefunden haben.

Solchen Verdiensten konnte aber auch die Anerkennung nicht fehlen. Von Seite der hohen Behörden wurde es ihm freigestellt, sich entweder die Stellung eines Landesschul-Inspectors oder die eines Gymnasial-Directors zu wählen. Er entschied sich für die letztere. Als hierauf das k. k. Real- und Obergymnasium im III. Gemeindebezirk zu Wien gegründet wurde, erfolgte mit Allerhöchster Entschliessung vom 18. Juli 1869 seine Ernennung zum Director desselben. Nun bot er alle seine Kräfte auf, damit die neue Lehranstalt vollkommen rechtzeitig am 1. October 1869 eröffnet werden könnte; dabei strengte er sich jedoch so sehr an, dass er bald darauf in eine schwere Krankheit verfiel und die Leitung der Directionsgeschäfte vom 12. October bis zum 28. November 1869 den Händen des gegenwärtigen Herrn k. k. Landesschul-Inspectors Adolph Lang anvertrauen musste. Obschon die Wiederherstellung seiner Gesundheit, wie die späteren schlimmen Folgen zeigten, keine vollständige war, übernahm er doch zugleich mit den Directionsgeschäften auch den mathematischen Unterricht in zwei Classen wieder. Seiner Gewissenhaftigkeit halber bat er nicht um einen längeren Urlaub, der ihm doch huldvollst bewilligt worden wäre und seine Gesundheit vielleicht auf Jahre hinaus gekräftigt hätte. Durch Allerhöchste Entschliessung vom 9. Mai 1870 wurde er durch die Verleihung des Franz-Josef-Ordens ausgezeichnet.

Eine Zeit lang schien es, als ob seine frühere Körperkraft wieder ungebrochen zurückgekehrt sei; doch in den letzten Jahren machten sich Uebel verschiedener Art empfindlich bemerkbar. Trotzdem leitete er, wie bisher, so auch im gegenwärtigen Schuljahre ausser den umfangreichen Directionsgeschäften noch in zwei Classen den Unterricht in der Mathematik bis zum 28. Jänner 1876. An diesem Tage erkannte er die Nothwendigkeit, diese Geschäfte „bis zu seiner Wiedergenesung,“ wie er vermeinte, in andere Hände zu legen. Der Verlauf seiner letzten, langen und schmerzvollen Krankheit und der Eindruck, den sie auf den Lehrkörper und die Schüler der Anstalt machte, ist bereits an einer andern Stelle in allgemeinen Umrissen gezeichnet worden. Als am 23. Mai Vormittags der Unterricht kaum begonnen hatte, verkündete lautes Schluchzen das Hinscheiden des verehrten Leiters der Anstalt. Wie er gelebt hatte, so starb er: noch in seinen letzten Lebensstunden war sein Geist mit Lehrern, Schülern und Zahlen beschäftigt. Bald darauf wurde der Mann, der vor wenigen Jahren mit den schönsten Hoffnungen für die Zukunft im Herzen die Räume der Anstalt betreten hatte und ihr Mitbegründer gewesen war, in einem schwarz verhängten Lehrsaale derselben auf die düstere Bahre gebettet und lag da so still und ruhig, als ob er schlummernd von seinem Tagewerk ausruh'te. Diejenigen aber, die hieher kamen, waren von tiefem Schmerze ergriffen und brachten Kränze von den herrlichsten Frühlingsblumen, dass es blühte und duftete, als sollte man darüber die hier waltende Zerstörung und Vergänglichkeit alles Irdischen vergessen.

Das Leichenbegängniss fand Donnerstag, den 26. Mai, um 3 Uhr Nachmittags unter grosser Theilnahme des Publicums statt. Für die in der Ferne weilenden Collegen und Freunde des Verblichenen mag hier der Bericht über dasselbe, den ein viel gelesenes Blatt, die „Presse,“ aus gut unterrichteter Feder seinen Lesern brachte, dem schon Mitgetheilen noch beigefügt werden. Er lautete:

„Fast schien es, als ob die Feierlichkeit durch den gegen 2 Uhr eingetretenen Regen gestört werden sollte; doch gerade im rechten Augenblicke wurde der Himmel etwas heiter und ermöglichte es dem zahlreich harrenden Publicum, sich in der Rasumofskygasse und auf dem Kirchenplatze aufzustellen. Die an der Feier näher Betheiligten hatten sich entweder im Trauerhause oder in der St. Rochuskirche auf der Landstrasse versammelt. Um 3 Uhr holte Herr Professor Dr. Sigismund Gschwandtner,

ein alter Freund Gernerth's, unter Assistenz die Leiche vom Hause ab. Den Leichenzug eröffnete die Gymnasial-Jugend; hinter der Geistlichkeit wurde der Sarg von Schülern des Ober-Gymnasiums getragen, während zahlreiche andere Zöglinge der Lehranstalt dieselbe mit brennenden Fackeln begleiteten. Bahre und Leichenwagen erschienen wie ein Blumenbeet, das von einer grossen Anzahl prachtvoller Kränze gebildet wurde. Auf den Schleifen der letzteren bemerkte man die Namen ihrer Spender; sie waren gewidmet von den Angehörigen, dem Landesschul-Inspector Adolph Lang, den Lehrkörpern jener zwei Anstalten, denen der Verstorbene als Lehrer oder Director angehört hatte, nämlich des k. k. akademischen Gymnasiums und des Real- und Ober-Gymnasiums im dritten Bezirke, von den einzelnen Schulclassen der letzteren Anstalt, von dem Grafen Carl Lanckorónski und anderen Freunden des Hingeschiedenen. Hinter dem Sarge trug ein Schüler auf einem rothsammtenen Polster den Franz-Josef-Orden. Dann folgten die trauernden Angehörigen, der Lehrkörper des Real- und Ober-Gymnasiums und zahlreiche Freunde des Verblichenen. Die Kirche konnte die Menge der Theilnehmer an dem Traueracte nicht fassen. Unter den hier Anwesenden wurden besonders bemerkt: Minister Dr. Unger, die Sectionschefs Fidler und Ficker, Hofrath Krischek, Statthalterei-Vice-Präsident v. Kutschera, Sectionsrath Schulz v. Straznicki, Statthaltereirath Ambrož, Landesschul-Inspector Lang, Prälat Stöger, die Hochschul-Professoren Hartel, Tomaschek, Simony, Vogt, Heger, Kolbe und Winkler. Die Mittelschulen Wiens und der Vororte stellten selbstverständlich zahlreiche Vertreter in ihren Directoren und Lehrern. Die Feierlichkeit in der Kirche war rührend und erhebend. — Nach der Ankuft auf dem Centralfriedhofe umstanden das auf luftiger Höhe liegende Grab nicht wenige von Gernerth's Freunden, Amtsgenossen und Schülern, die sich nur schwer von dem geliebten und verehrten Manne trennen konnten. Nach einander traten sie hin, um von der irdischen Hülle Abschied zu nehmen, während man in ihren feuchten Augen deutlich das Bewusstsein glänzen sah, dass das geistige Band liebevoller Erinnerung durch nichts zerrissen werden könne. Das vollzählige Erscheinen des Lehrkörpers am Grabe legte Zeugniss ab von dem freundschaftlichen Verhältnisse zwischen diesem und dem Verblichenen, und so manches Mitglied desselben mag da wohl aus tief bewegter Brust als den letzten Wunsch für den Verehrten die Worte ausgesprochen haben: „Sit tibi terra levis!“

Wien, im Juli 1876.

Anton Schlenkrich.

Bekanntmachungen.

A) Die mathematisch-naturwissenschaftliche Section

der diesjährigen vom 25.—27. September abzuhaltenden Philologen-Versammlung in Würzburg betreffend.

Herr Professor Dr. Haugk in Tübingen theilt uns mit, dass er die Vorbereitungen der obengenannten Section übernommen habe und bittet sowohl um recht zahlreiche Betheiligung der betreffenden Gymnasial- und Realschullehrer (namentlich aus Würtemberg und den angrenzenden Ländern), als auch um Anmeldungen von Vorträgen. Wir empfehlen der Section: a) unser in Graz im vorigen Jahre ohnehin nur oberflächig discutirtes Thema „über Er- und Einrichtung von Hochschulseminarien,“ d. h. über Anstalten zur Lehrerbildung an Hochschulen (S. VI, 351 ff.); b) das Thema: „über Reform des geometrischen

Unterrichts." — Gleichzeitig möge die Section die Fragen beantworten und die Antwort in Resolutionen fassen: a) Welche Massnahmen sind geeignet, um eine fruchtbare Vereinigung der Lehrer der Mathematik und Naturwissenschaft an h. Schulen zu erzielen und der bisherigen Zersplitterung derselben ein Ende zu machen? b) Sollen dieselben sich ferner wie bisher anderen Versammlungen (die sie ignoriren) anschliessen, oder sollen sie eigene periodische Versammlungen halten? c) Welche Zeit ist hierzu die passendste? — Die pädagogische Section in Würzburg wird Herr Gymnasialdirector Schmidt aus Stuttgart einführen.

B) Die pädagogische Section
der Naturforscher-Versammlung in Hamburg.
(18.—24. September d. J.)

Mit Rücksicht auf die (laut Briefkasten im 4. Hefte d. Z. S. 343) aus Hamburg erhaltene Mittheilung richtete die Redaction d. Z. am (15. August) an den Ortsausschuss etc. daselbst folgendes Schreiben:

„Dem erg. Unterzeichneten ist von Hamburg aus berichtet worden, dass das zur Geschäftsführung der diesjährigen Naturforscher-Versammlung niedergesetzte Comité von der Aufnahme einer pädagogischen Section in die Reihe der Sectionen abgesehen habe. Der Unterzeichnete, zugleich Redacteur derjenigen Zeitschrift, welche Organ auch der obengenannten pädagogischen Section ist, und welche bei ihrer weiten Verbreitung von fast allen dabei interessirten Lehrern gelesen wird, muss hierüber nothwendigerweise in dieser Zeitschrift berichten. Er fragt daher hiermit officiell an, ob obige Nachricht, welche die betreffenden Lehrerkreise ausserordentlich überrascht hat, richtig ist, und welche Gründe das Centralcomité zu dieser Massnahme bestimmt haben? Zugleich bittet er um ein Programm und ein Exemplar der Statuten."

Hochachtungsvoll etc.

Wir erhielten hierauf folgende Antwort:

Sehr geehrter Herr Redacteur! Dem Zusammentritt einer Section für naturwissenschaftliche Pädagogik steht durchaus nichts im Wege, sobald sich die dazu nothwendige Betheiligung findet (s. § 14. der Anlage!*). Im Tagblatt no. 1 werden sich die näheren Angaben über das dieser Section zu bestimmende Local, sowie über den erwählten Einführenden finden und erlaube ich mir, das gewünschte Programm anzuschliessen.

Hamburg, den 19. August 1876. Hochachtungsvoll
Dr. E. Martini,
d. Z. Vorsitzender des wissensch. Comité.

Wir erlauben uns hierzu noch folgende Bemerkungen: Es scheinen (wie auch bei den gleichnamigen Sectionen der anderen Versammlungen) im Allgemeinen eine gewisse Unsicherheit im Zustandekommen der mathematisch-naturwissenschaftlich-didaktischen Sectionen und darauf beruhende Zweifel über dieses Zustandekommen bei den Arrangeuren der Versammlungen zu herrschen. Diese Unsicherheit aber hat ihren Grund

*) Nämlich des (in diesem Hefte abgedruckten) Programms. Dort heisst es nämlich: „Die etwa von anderer Seite gewünschte Hinzufügung noch anderer Sectionen wird für den Fall vorbehalten, dass sich eine genügende Anzahl Mitglieder melden sollte."

theils in der Zersplitterung unserer Fachgenossen, von denen jede Gruppe andere Interessen hat, theils in der ungünstigen Versammlungszeit, theils endlich auch — um es nur offen herauszusagen — in dem Indifferentismus vieler Lehrer in pädagogisch-didaktischen Angelegenheiten. Das erste und letzte Hinderniss lässt sich durch Interesse und fester Willen der Collegen besiegen. Dem zweiten Hinderniss (Ungunst der Versammlungszeit) wird man dadurch zu Leibe gehen müssen, dass man bei den verschiedenen Versammlungen Anträge auf Verlegung der Versammlungszeit stellt, und im Falle diese Anträge — wie dies bereits mit unserem obenerwähnten Antrage in Rostock geschehen ist — zurückgewiesen werden, muss das Gros der Lehrer der Mathematik und Naturwissenschaft eigene (separate) Versammlungen (in den Ferien) halten, wozu freilich gehört, dass die Ferienzeit überall dieselbe ist. Diese Abschliessung (Separirung) aber wäre um so mehr zu beklagen, als gerade die Naturforscher-Versammlung diejenige Versammlung ist, welche die Interessen unserer Fachgenossen am meisten fördert. So lange nun aber die betr. Lehrer noch genöthigt sind, sich an andere Versammlungen anzuschliessen, so lange sollten wenigstens die Collegen aus dem Versammlungs-Ort oder dem betreffenden Lande (Provinz) es als eine Ehrensache ansehen, die Sectionen zu Stande zu bringen. Im gegebenen Falle können also die Collegen aus Hannover, Holstein und Mecklenburg, besonders aber aus Hamburg zeigen, ob sie an einer (wenn auch annoch partiellen) Vereinigung der Fachgenossen ein Interesse haben. — Das Weitere hierüber werden wir seiner Zeit berichten. — Wir empfehlen übrigens einer eventuell zusammenkommenden pädagogischen Section dieselben Themata zur Verhandlung, welche wir der mathematisch-naturwissenschaftlichen Section der Philologenversammlung in Tübingen (s. oben S. 426—427) empfohlen haben.

Bei der Redaction neuerdings eingelaufene Bücher und Schriften.

A) Mathematische Werke:

a) Arithmetik:

Löbe, Sammlung von Aufgaben aus der Arithmetik für Gymnasien und h. Bürgerschulen. 1.—2. Heft. 2. verm. Aufl. Leipzig, Brandstetter 1876.

{ Hermes, Elementaraufgaben aus der Algebra. Ib. 1875.
August, die Elemente der Arithmetik für die Mittelclassen h. Schulen. Berlin, Winckelman & S. 1875. }

Sachse, allgemeine Arithmetik u. Algebra. Coblenz, Hölscher 1875.

Vega, logarithmisch-trigonometrisches Handbuch. 60. Aufl. Berlin, Weidmann 1876.

b) Geometrie:

Hess, über die zugleich gleicheckigen und gleichflächigen Polyeder. Cassel, Kay 1876.

v. Schleussing, Versuch einer näherungsweisen geometrischen Darstellung der $\sqrt{\pi}$. Berlin, Weidmann 1876.

Nagel, geometrische Analysis. 2. Aufl. Ulm, Wohler 1876. Mit 155 Holzschnitten.

Pohlke, darstellende Geometrie. 1.—2. Abthl. Berlin 1876. Mit 10 Tafeln.

Hugel, Darstellung von Stereoskopbildern. Darmstadt, Otto. Progr. 1876. Gewerbeschule zu Neust. a. H.

B) Naturwissenschaftliche Werke:

Pisko, Licht und Farbe. 2. Aufl. (II. Bd. von „die Naturkräfte"). München, Oldenbourg 1876.

Strecker-Wislicenus, kurzes Lehrbuch der organ. Chemie. 4. Abth. (Schluss). Braunschweig, V. & S. 1876.

Hellmuth-Reichert, Elementar-Naturlehre. 18. Aufl. 2. Hälfte. 1. Lief. Ibid.

Röthig, die Probleme der Brechung und Reflexion. Lpz., Teubner 1876.

Beck, Bemerkungen zu Reuleaux's Kinematik. Darmstadt, Brill 1876.

v. Seidlitz, Schulgeographie. 16. Aufl. Breslau, Hirt 1876.

C) Pädagogik und Geschichtliches:

Langbein-Krumme, Pädagog. Archiv. XVIII, 6.

Revue de l'instruction publique en Belgique. XIX, 3.

Günther, Ziele u. Resultate der neueren mathematisch-histor. Forschung. Erlangen, Besold 1876.

Briefkasten.

A) Allgemeiner.

1. Der Herausgeber d. Ztschr. bittet die Briefsteller dringend um genaue Adressen. Er erhält bisweilen Briefe z. B. etwa aus „Hippeldude." Aber wo liegt denn die Residenz Hippeldude? Er muss also erst den Mushacke oder ein geographisches Handbuch — und das häufig resultatlos — nachschlagen.

2. Um in Zukunft die „Irrungen" (sogen. „Druckfehler") auf ein Minimum zu reduciren, wird die Redaction grössere und schwierig zu corrigirende Aufsätze immer den Hrn. Verfassern selbst zur Correctur zusenden oder durch die Verlagshandlung zusenden lassen. Die Redaction erwartet, dass die Verfasser die Correcturen und Rücksendung schleunigst besorgen und bittet überdies wiederholt dringend um recht leserliche Manuscripte und passende Zeichnungen.

B) Besonderer.

Amberg-Kissingen, Dr. G. — Die Lehrer d. Math. u. Naturw. sollen ja mit der Zeit eine Phalanx werden!

Augsburg, Dr. K. — Wenn die Redactionen der für die betr. Lehrer an h. Schulen zusammenhalten, so dürften sich die Herren bald eines andern besinnen.

Brandenburg, Dr. B. — } Die Entgegnungen auf O's Recensionen folgen
Breslau, Dr. K. — } im 6. Hefte.

Bremen, Dr. B. — Den auch für den Naturgeschichtslehrer wichtigen Hilfsapparat „Kartenständer" erhalten. Zeichnung auf $\frac{1}{2}$ zu reduciren.

Cassel, Dr. A. — Missverständniss ausgeglichen.

Freiburg i. Schl., Dr. M. — Programmenschau erhalten.

Gassingen a. d. R., Rector Dr. F. — „Ueber den Werth des Beweises, dass das Product zweier negativer Factoren positiv sei."

Hohenfelde b. H., Dr. J. — Wenn die Naturforscher-Vers. die Gesammtheit der Apostel ihrer Fächer so fort ignorirt, so thut sie Spatenstiche für ihr eigenes Grab.

Köttichau b. Hohenmölsen (Prov. Sachsen), Pastor T. — Verjüngte Figuren zur Trisection des W. und zwei Broschüren erhalten. Sehr richtig: Die Mathematik ist Medicin gegen Gemüthserschütterungen.

Langenthal (Schweiz), Hr. R. — Beide Aufsätze erhalten. Eine Arbeit über den Stand des math. u. naturw. Unterrichts an Schweizer h. Schulen wäre sehr erwünscht.

Schässburg (Siebenbürgen). Recensionsexemplar bereits befördert.

Waren (Mecklenburg), Programmenschau erhalten. Sie haben im Princip Recht. Die Naturforscher-Versammlung ist allerdings statutenmässig an die Versammlungszeit, 18.—24. Septbr., gebunden. Aber es würde den Intentionen des Gründers (Oken) und der Pietät gegen ihn keinen Eintrag thun, wenn man zu Gunsten der Masse der „Lehrer" diesen Termin verlegte. Die österr. Lehrer z. B. können gar nicht theilnehmen. Vergl. die Antwort auf einen diesbezügl. Antrag bei der Naturf.-Vers. in Rostock in d. Z.

Warendorf in Westf., Prof T. — Veranlassung zu dieser Aufgabe erhalten.

Würzburg, Prof. H. — Wir wünschen Ihnen Glück zur Einleitung der Sectionsverhandlungen. Es wäre in diesem Jahre die einzige Section, die sich hält!

Züllichau, Prof. E. — „Geometr. u. arithm. Princip beim trigonom. Unterricht" erhalten. Ein anderer Beitrag über dasselbe Thema ist angemeldet, ob pro oder contra, ist nicht bekannt. Zweiten Aufsatz auch erhalten.

Einladung
zur 49. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte.

Die 48. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte hat im September v. Js. in Graz zu dem diesjährigen Versammlungsort **Hamburg** gewählt und die Unterzeichneten mit der Geschäftsführung beauftragt.

Auf das Gesuch der Letzteren haben sich das hiesige Medicinal-Collegium, die Vorstände der naturwissenschaftlichen Anstalten und eine grössere Anzahl hiesiger für jene Versammlung sich interessirender wissenschaftlicher Vereine durch Delegirte bei der Bildung eines Comité betheiligt, auf dessen Beschlüssen auch das umstehend mitgetheilte Programm beruht.

Etwaige Abänderungen des Letzteren werden rechtzeitig zur Kenntniss der Mitglieder und Theilnehmer gebracht werden.

Was die Tagesordnung anlangt, so haben wir geglaubt, einem von sehr vielen Seiten geäusserten Wunsche entgegenkommen und, um den wissenschaftlichen Charakter der Versammlung nicht zu verwischen, die Vergnügungen thunlichst beschränken zu sollen. Von der Veranstaltung glänzender Feste und Bewirthungen ist abgesehen worden. Ausser zu dem von jeher üblichen Festmahl soll den Mitgliedern und Theilnehmern der Versammlung zu den regelmässigen abendlichen Zusammenkünften und an dreien Abenden zum gemeinschaftlichen Besuch des Zoologischen Gartens, der Alster und der Elbe Gelegenheit geboten und, für den Fall, dass eine grössere Anzahl von Gästen wünschen würden, Helgoland zu besuchen, eine Fahrt dorthin am Sonntag, den 24. September, veranstaltet werden.

Indem wir noch die Mittheilung hinzufügen, dass viele deutsche und österreichische Eisenbahn-Verwaltungen Fahrpreisermässigungen zugesichert haben (worüber unten das Nähere angegeben ist), richten wir an die Herren Naturforscher und Aerzte die angelegentliche Bitte, dieser Versammlung Ihre freundliche Theilnahme schenken und sie mit recht zahlreichem Besuch beehren zu wollen.

Hamburg, im Juli 1876.

Die Geschäftsführer
der 49. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte.

Dr. Kirchenpauer. Dr. Danzel.

Programm der 49. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte in Hamburg.

§ 1. Die 49. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte wird nach Beschluss der 48. Versammlung in Graz statutenmässig vom 18. bis 24. September d. Js. in Hamburg abgehalten.

§ 2. Nichtdeutschen Gelehrten ist die Theilnahme an der Versammlung gestattet und deren Betheiligung sehr erwünscht.

§ 3. Die Versammlung besteht aus Mitgliedern und aus Theilnehmern. — Mitglied mit Stimmrecht ist nach den §§ 3. und 4. der Statuten nur der Schriftsteller im naturwissenschaftlichen und ärztlichen Fache; eine Inauguraldissertation allein berechtigt noch nicht zur Mitgliedschaft. Theilnehmer ohne Stimmrecht können alle Freunde der Naturwissenschaften sein.

§ 4. Für die Mitglieder und Theilnehmer werden Aufnahmekarten gegen Entrichtung von 12 Mark ausgegeben. — Mitglieder- und Theilnehmerkarten berechtigen zum unentgeltlichen Bezug je einer Damenkarte. Für jede Damenkarte mehr sind 12 Mark zu entrichten.

§ 5. Die Mitglieder- und Theilnehmerkarten, beziehungsweise die auf Grund derselben zu erhebenden Damenkarten und Eintrittskarten gelten für alle Zusammenkünfte als Legitimation und sind daher mitzuführen und auf Verlangen vorzuzeigen.

§ 6. Fahrpreisermässigungen für die Eisenbahnen finden nur auf Grund einer Mitglieder- oder Theilnehmerkarte statt.

§ 7. Vorausbestellung der Wohnung wäre im Interesse der Gäste sehr erwünscht.

§ 8. Wer Fahrpreisermässigung erlangen oder sich einer Wohnung voraus versichern will, wird gebeten, den Betrag für die Aufnahmekarte, vom 1. August d. Js. an, portofrei an „das Anmeldebureau der Naturforscher-Versammlung" bei Zeiten einzusenden und anzugeben, ob er die Versammlung als Mitglied oder als Theilnehmer zu besuchen gedenkt. — Im Falle der Vorausbestellung der Wohnung wird um Bezeichnung der desfallsigen Ansprüche gebeten, worauf das Anmeldebureau unter möglichster Berücksichtigung der geäusserten Wünsche die Anweisung auf die Wohnung mit Angabe des Preises gleichzeitig mit der Aufnahmekarte übersenden wird.

§ 9. Anfragen oder Mittheilungen in wissenschaftlichen Angelegenheiten wolle man an einen der unterzeichneten Geschäftsführer richten, unter Angabe der Adresse (Dr. Kirchenpauer, Besenbinderhof No. 69, Dr. Danzel, Paulstrasse No. 27).

§ 10. Für die ankommenden Gäste wird das Anmeldebureau, zugleich Wohnungs- und Auskunftsbureau, im neuen Schulgebäude am Steinthorplatz, vom 15. September an geöffnet sein.

§ 11. Die Mitglieder, Theilnehmer und deren Damen erhalten im Anmeldebureau gleichzeitig mit den Legitimationskarten als Festabzeichen eine roth-weisse Schleife. Sie werden ersucht, dieselbe bei allen Zusammenkünften zu tragen. Die Mitglieder der Local-Ausschüsse tragen als Abzeichen eine roth-weisse Rosette.

§ 12. Die allgemeinen Sitzungen werden im grossen Saale des Sagebielschen Etablissement (gr. Drehbahn No. 19/23) abgehalten werden. Der Eintritt zu denselben ist nur gegen Vorweisung der Legitimationskarte gestattet. Die Sections-Sitzungen finden in der Regel in dem neuen Schulgebäude am Steinthorplatze statt.

§ 13. Die Vorträge in den allgemeinen Sitzungen müssen spätestens Tags zuvor bei der Geschäftsführung angemeldet sein und sollen in der Regel nicht länger als 30 Minuten dauern.



§ 14. Die Bildung der folgenden 19 Sectionen wird vorgeschlagen, die etwa von anderer Seite gewünschte Hinzufügung noch anderer Sectionen für den Fall vorbehalten, dass sich eine genügende Anzahl Mitglieder melden sollte.*) — Die bei jeder Section genannten Herren werden die Einführung und bis zur Wahl des Präsidenten die Geschäfte besorgen.

§ 15. Sectionen:

I.	Mathematik und Astronomie	Dir. Rümcker.
II.	Physik und Meteorologie	Prof. Kiessling.
III.	Geographie und Hydrographie . . .	Prof. Dr. Neumayer.
IV.	Chemie und Pharmazie	Dr. F. Wibel.
V.	Mineralogie, Geologie u. Paläontologie	Dr. Gross.
VI.	Botanik	Prof. Dr. Reichenbach.
VII.	Zoologie und vergleichende Anatomie	Dir. Dr. Bolau.
VIII.	Anatomie und Physiologie	Dr. Dehn.
IX.	Pathologische Anatomie u. allgemeine Pathologie	Dr. Martini.
X.	Innere Medicin	Oberarzt Dr. Gläser.
XI.	Chirurgie	Hospitalarzt Dr. Knorre.
XII.	Ophthalmologie	Oberarzt Dr. Haase.
XIII.	Otiatrie	Dr. Felix Goldschmidt.
XIV.	Gynäkologie und Geburtshülfe . . .	Dr. Krieg.
XV.	Psychiatrie und Nervenkrankheiten .	Oberarzt Dr. Reye.
XVI.	Oeffentliche Gesundheitspflege u. Staatsmedicin	Med. Insp. Dr. Kraus.
XVII.	Kinderheilkunde	Dr. Herzfeld.
XVIII.	Militairsanitätswesen	Gen.-Arzt Dr. Cammerer.
XIX.	Landwirthschaft und Agriculturchemie	Dr. Ulex.

§ 16. Die Herren, welche Vorträge in den Sectionen zu halten wünschen, werden gebeten, dieselben am Schlusse der vorhergehenden Sections-Versammlung bei den betreffenden Sectionspräsidenten anzumelden. Letztere werden ersucht, Mittheilung hierüber durch die Sectionsschriftführer bald thunlichst in das Redactions-Bureau gelangen zu lassen, damit dieselbe in das nächste Tageblatt aufgenommen werden kann. — Die in das Tageblatt aufzunehmenden kurzen Referate über die Vorträge in den Sectionen müssen von den Vortragenden vor Schluss der Sitzung an den Schriftführer der Section druckfertig, deutlich und nur auf einer Blattseite geschrieben, übergeben werden, andernfalls kann nur das Thema des Vortrags in das Tageblatt aufgenommen werden.

§ 17. Das Tageblatt der Versammlung wird jeden Morgen den Mitgliedern und Theilnehmern, an noch zu bestimmenden Stellen, gratis übergeben. Dasselbe enthält die Liste der neu aufgenommenen Mitglieder und Theilnehmer, die Anzeige der zu haltenden und Referate über die abgehaltenen Vorträge, Mittheilungen über beabsichtigte Zusammenkünfte u. s. w.

Die geehrten Mitglieder und Theilnehmer werden noch besonders um rege Betheiligung an den Sections-Sitzungen durch Vorträge und Demonstrationen gebeten. Im Interesse einer besseren Ordnung des Materials erscheint es wünschenswerth, einem der Geschäftsführer oder einem der im § 15. genannten Herren von beabsichtigten grösseren Vorträgen und eventuell zu diesen erforderlichen Vorbereitungen rechtzeitig Nachricht zu geben.

---

*) Auf Anordnung der Redaction d. Bl. gesperrt gedruckt.

Tagesordnung.

Sonntag, den 17.	Abends Begrüssung im Sagebiel'schen Etablissement.
Montag, den 18.	Um 9 Uhr erste allgemeine Sitzung. Um 2 Uhr Constituirung der Sectionen, eventuell erste ordentliche Sitzung einiger derselben. Um $5^1/_2$ Uhr Festessen im Sagebiel'schen Saal.
Dienstag, den 19.	Von 9 Uhr an Sections-Sitzungen. Abends 6 Uhr Zusammenkunft auf der Uhlenhorst an der Alster.
Mittwoch, den 20.	Um 10 Uhr zweite allgemeine Versammlung. Um 1 Uhr Besichtigung von Anstalten unter Führung von Ausschuss-Mitgliedern.
Donnerstag, den 21.	Von 9—12 Uhr Sections-Sitzungen. Um 2 Uhr Dampfschifffahrt auf der Elbe. (Rückkehr wahrscheinlich gegen 9 Uhr.)
Freitag, den 22.	Von 9 Uhr an Sections-Sitzungen. Um 3 Uhr Besichtigungen wie am Mittwoch. Abends Zusammenkunft im Zoologischen Garten.
Sonnabend, den 23.	Um 10 Uhr dritte allgemeine Versammlung. Um 2 Uhr Sections-Sitzungen oder Besichtigungen wie am Mittwoch.
Sonntag, den 24.	Bei genügender Betheiligung Fahrt nach Helgoland.
Vom 18. bis 23.	Täglich abendliche Zusammenkünfte in den Räumen des Sagebiel'schen Etablissements.

Bei der vorstehenden Tagesordnung ist auf die hier übliche Speisestunde Rücksicht genommen, welche zwischen 4 und 6 fällt. Nur am Donnerstag, den 21. September, wird der Elbfahrt wegen empfohlen, vor $1^1/_2$ Uhr zu Mittag zu essen.

Alle öffentlichen Versammlungen und Anstalten sind den Mitgliedern und Theilnehmern auch an anderen Tagen als den oben bezeichneten zu den im „Führer" bemerkten Stunden geöffnet.

In dem für die Sections-Sitzungen bestimmten Gebäude findet während der Dauer der Versammlung eine Ausstellung besonderer Sehenswürdigkeiten aus hiesigen naturhistorischen Privatsammlungen statt.

Die Zoologische Gesellschaft gewährt den Mitgliedern und Theilnehmern der Versammlung und deren Damen, für die Tage vom 18. bis 24. September, gegen Vorzeigung ihrer Legitimations-Karte, freien Eintritt zur Besichtigung des Zoologischen Gartens.

Fahrpreis-Ermässigungen von Seiten verschiedener Eisenbahn-Verwaltungen.

Es haben bewilligt:

1. Freie Rückfahrt auf ein zur Hinfahrt gelöstes Billet:

Die Breslau-Schweidnitz-Freiburger Eisenbahn.
Die Ostpreussisehe Südbahn.
Die Pfälzischen Eisenbahnen.
Die Märkisch-Posener Eisenbahn. (Diese Gesellschaft bittet um Einsendung eines Verzeichnisses Derjenigen, welche von dieser Ermässigung Gebrauch machen wollen.)
Die Berlin-Hamburger Eisenbahn (jedoch mit Ausschluss der Damen von dieser Fahrpreis-Ermässigung).
Die Eisenbahnen von Elsass und Lothringen.

2. Verlängerung der Gültigkeit der Retour-Billets:

Die Altona-Kieler Eisenbahn.
Die Main-Neckar Bahn.

Die Rheinische Eisenbahn-Gesellschaft zu Cöln.
Die Aussig-Teplitzer Bahn.
Die Königlich Bairischen Verkehrsanstalten.
Die Bairischen Ostbahnen.
Die Hessische Ludwigs-Eisenbahn-Gesellschaft (excl. Damen).

3. Fahrpreis-Ermässigung um $33\frac{1}{3}$ %:

Die K. K. Kronprinz Rudolph Bahn, für die 2. und 3. Classe.
Die K. K. privil. Kaiserin Elisabeth Bahn, für die 2. und 3. Classe, ausschliesslich Courier- und Schnellzüge (excl. Damen).
Die K. K. privil. Böhmische Westbahn.

4. Befugniss, auf ein Billet 4. Classe in der 3. und auf ein Billet 3. Classe in der 2. Classe zu fahren:

Die Graz-Köflacher Eisenbahn- und Bergbau-Gesellschaft (excl. Damen).
Die Pilsen-Priesen-Komotau Eisenbahn.
Die K. K. priv. Böhmische Nordbahn-Gesellschaft.

5. Dieselbe Befugniss mit Ausschluss der Schnell- und Courierzüge:

Die K. K. privil. Nordwestbahn.
Die K. K. privil. Süd-Norddeutsche Verbindungsbahn.
Die K. K. privil. Staats-Eisenbahn-Gesellschaft.
Die privil. Buschtiehrader Eisenbahn (excl. Damen).
Die K. K. privil. Kaiser Ferdinands Nordbahn (excl. Damen).
Die K. K. privil. Kaiser Franz Joseph Bahn.

6. Befugniss für den halben Fahrpreis 1. Classe in der 2. und für den halben Fahrpreis 2. Classe in der 3. Classe zu fahren:

Die Mährisch Schlesische Centralbahn.

7. Hin- und Rückfahrt in der 2. Classe gegen Zahlung des einfachen Fahrpreises 1. Classe, mit Ausschluss der Eilzüge:

Die K. K. privil. Galizische Carl Ludwig Bahn.

Berichtigungen.

Bd. VI. S. 49 Z. 4 v. o. lies ein statt „im“. *)
„ 50 „ 12 „ „ setze der vor „Mittelpunkt“. *)
Bd. VII. „ 109 „ 14 „ u. ist Senkrechte mit grossem Anfangsbuchstaben zu versehen. *)
„ 110 „ 14 „ o. lies variablen statt „rivaablen“. *)
„ 111 „ 15 „ „ tilge das Zeichen >
„ 155 „ 22 „ u. füge hinzu: 1 Mark. **)
„ 166 „ 13 „ o. lies Claude statt „Clau de“. **)
„ 167 „ 20 „ u. „ Lector statt „Leiter“. **)
„ 168 „ 14 „ „ „ Bartling statt „Bardling“. **)
„ 340 „ 25 u. 26 v. o. ist zu berichtigen in: „Das G. war durch 4 Lehrer vertreten“. ***)
„ 340 „ 27 v. u. 28 zu streichen. ***)
„ 342 „ 9 v. u. lies: Dr. Hartmann.

*) Von Emsmann in Frankfurt a. O.
**) Von Ackermann in Cassel.
***) Desgl.

Das geometrische und das arithmetische Princip beim trigonometrischen Unterrichte.*)

(Vgl. VII. 1.)

Von Prof. Erler in Züllichau.

Im ersten Aufsatze dieses Jahrganges hat sich Herr Reidt, ohne sie zu nennen, gegen die anderweitig sehr gerühmte trigonometrische Aufgabensammlung der Herren Lieber und v. Lühmann ausgesprochen, insofern diese von dem Grundsatze ausgeht, dass die Vermengung der geometrischen Construction und der analytischen Methode für die Lösung trigonometrischer Aufgaben in didaktischer Beziehung zu verwerfen sei, da sie nur geeignet sei, Unklarheit bei den Schülern hervorzurufen, und hat, nicht ohne den Werth der analytischen Methode anzuerkennen, doch aus sehr beachtenswerthen Gründen jener, um sie kurz so zu bezeichnen, gemischten Methode den Vorzug gegeben. Es sei mir erlaubt, dem Einiges hinzuzufügen. — Auch ich halte die ausschliessliche Anwendung der analytischen Methode im Unterricht nicht für gerechtfertigt. Wenn die Verfasser meinen, dass die Vermengung beider Methoden Unklarheiten hervorrufe, so ist meines Erachtens ihre Ansicht wohl die, der Schüler schwanke nun bei der Auflösung hin und her, bald versuche er eine Construction, bald wieder trigonometrische Umwandlungen und sei so über den einzuschlagenden Weg im Unklaren, ein Vorwurf, der eine grosse Berechtigung haben dürfte, während Herrn Reidt Recht gegeben werden muss, dass gerade die Construction die anschauliche Klarheit des Zusammenhanges der gegebenen und gesuchten Stücke befördere. Dass übrigens die

*) Einen ausführlicheren, sehr interessanten Aufsatz über dasselbe Thema, jedoch contra Reidt, müssen wir wegen Raummangel für Hft. 1 des neuen (VIII.) Jahrganges zurücklegen. D. Red.

Verfasser den Werth der Geometrie in vollem Masse anerkennen, haben sie durch die schon in 3. Auflage erschienene Sammlung geometrischer Constructionsaufgaben hinreichend bekundet, in der sie allerdings auch von dem sehr richtigen Grundsatze ausgegangen sind, möglichst allgemeine Methoden zur Lösung anzugeben. Dass sie dagegen wünschen, dass trigonometrische Aufgaben auch vorzugsweise zur Uebung und Anwendung trigonometrischer Formeln und Umwandlungen dienen, wird man nicht minder gerechtfertigt finden. Dies ist aber bei der analytischen Methode der Fall, wie schon das von Herrn Reidt angeführte Beispiel ergibt, während die geometrische Construction besonders diejenige Uebung verlangt, welche bereits durch die planimetrischen Constructionsaufgaben erzielt wird, daneben noch oft die Auflösung quadratischer Gleichungen, die auch anderweitig hinreichend geübt wird. — Ferner möchte ich hervorheben, dass es neben der äusseren Anschaulichkeit doch auch eine innere gibt, welche zu üben nicht minder wesentlich ist. Daher habe ich z. B. die analytische Ableitung des Tangentensatzes stets der geometrischen vorgezogen, da die erstere den unmittelbaren Zusammenhang zwischen Sinus- und Tangentensatz zu deutlichstem Bewusstsein bringt, während die geometrische überaus künstlich ist und den Zusammenhang wohl schliesslich dem Auge offenbart, aber nicht in gleicher Weise dem Verstande. Aus demselben Grunde habe ich auch, nachdem der Sinussatz und allenfalls noch der Projectionssatz $a = b \cos \gamma + c \cos \beta$ allgemein aus der Figur nachgewiesen, die übrigen Fundamentalsätze der Trigonometrie rein analytisch abgeleitet, weil ich glaube, dass hierdurch der Zusammenhang des ganzen, allerdings nicht eben bedeutenden Apparates der Trigonometrie, viel sichrer geistig erfasst werde und vor der inneren Anschauung klarer daliege, als wenn man zu jedem Satze wieder eine neue Figur zeichnet. Die geometrischen Ableitungen sind dann wohl gelegentlich unter den Uebungsaufgaben vorgekommen. — Es hat mich hierzu auch noch ein andrer Grund bestimmt. Die geometrischen Ableitungen verbergen gar zu leicht die Einseitigkeit, welche die einzelnen Figuren (gewöhnlich ein spitzwinkliges Dreieck) mit sich bringt. Dieselbe kann ja vermieden werden durch Berücksichtigung der verschiedenen Fälle. Ich weiss aber — und die Lehrbücher selbst lehren dies oft genug —, dass

dies von Lehrern und Schülern nur gar zu oft versäumt wird, dass man ohne Weiteres auf Treu und Glauben annimmt, eine für das spitzwinklige Dreieck geltende Formel oder Lösung werde schon auch für alle Fälle gelten. Dieses lästigen Nachweises ist man bei der analytischen Behandlung überhoben; dagegen hindert nichts, zur nachträglichen Uebung zu untersuchen, wie sich die allgemeine Formel für die einzelnen Fälle gestaltet.

Ganz besonders aber scheint es mir, als habe Herr Reidt den Werth einer allgemeinen Methode nicht hoch genug angeschlagen, indem er das Mechanische, welches der Anwendung einer solchen naturgemäss anhaftet, zu stark betont. Um alle Schüler gleichmässig zu fördern, um auch „den geistig unbedeutenden Schülern“ eine gewisse Sicherheit in der Lösung von Aufgaben und dadurch eine Freudigkeit an dem Erlernten zu geben, scheinen mir Methoden, die eine allgemeine Anwendung in ausgedehntem Masse zulassen, besonders empfehlenswerth. Eine Methode, die es, wie Herr Reidt sagt, möglich macht, „in 3 Stunden auch den Schwächsten das Verfahren für die Lösung“ der meisten trigonometrischen Aufgaben beizubringen, dürfte sehr zu beachten sein; sie liefert, wenn man hinzunimmt, wie wenig Zeit jetzt darauf verwendet zu werden braucht, die Eliminationsmethoden, die Lösung quadratischer Gleichungen zu lehren, den erfreulichen Beweis, welche Fortschritte die Methode des mathematischen Unterrichtes seit unsrer Jugendzeit gemacht, wie viel sichrer die Leistungen und wie viel intensiver die mathematische Ausbildung unsrer Schüler im Durchschnitt gegen frühere Zeiten geworden ist. Dagegen scheint es mir nicht unbedenklich, bei den Schülern im Allgemeinen jenes besondere Erfindungs- und Combinationstalent vorauszusetzen, welches zu einer geometrischen Lösung zu gehören pflegt. Gerade diese Voraussetzung ist meines Erachtens in früheren Zeiten die Veranlassung gewesen, dass nur eine geringe Anzahl dem mathematischen Unterrichte zu folgen vermochte, nur wenige zur Lösung einer Aufgabe befähigt waren, da von ihnen etwas verlangt wurde, wozu ihnen der Weg nicht genügend bezeichnet worden war. Dass sich auch für Constructionsaufgaben Methoden angeben lassen und neuerdings angegeben worden sind, ist ein grosser Fortschritt, von dem gerade jene vorzügliche Aufgabensammlung der Herren Lieber und v. Lühmann ein so schönes Zeugniss gibt. Aber so

weit eine solche Methode reicht, hat sie auch immer etwas Mechanisches an sich. Ferner scheint es mir rathsam, den Schülern, nachdem ihnen eine solche Methode gelehrt ist, auch eine gewisse Rast zu geben und sie ihres Besitzes wirklich froh werden zu lassen, indem sie an der Sicherheit, mit der sie nun eine grosse Anzahl von Aufgaben zu lösen vermögen, sehen, was sie dadurch erreicht haben. Dass daneben auch die analytische Methode, indem sie vielfach neue Probleme der Umwandlung stellt, mehr als blos mechanisch ist, wird Herr Reidt gewiss gern zugeben, wie denn die genannte trigonometrische Sammlung in der ausserordentlichen Mannigfaltigkeit ihres Inhaltes zeigt, dass die Verfasser zur Anfertigung derselben doch etwas mehr als „blosse Ausdauer" gebraucht haben, obgleich auch diese letztere keineswegs zu verwerfen ist und denen, die diese Sammlung benutzen wollen, sehr erheblich zu Statten kommt. Nun habe ich schon im Anfang angedeutet, dass ich die ausschliessliche Anwendung der analytischen Methode im Unterrichte (womit ich der consequenten Durchführung derselben in jener Sammlung keinen Vorwurf machen will) nicht für gerechtfertigt halte. Hierzu bestimmt mich auch der Umstand, dass die Hülfswinkel, welche die analytische Methode einführen muss, den Zusammenhang zwischen den gegebenen und gesuchten Grössen verhüllen und daher die wünschenswerthe Determination erheblich erschweren. Dagegen führen sie zu eleganteren Resultaten, während die andere Auflösung oft monströse Schlusswerthe zu geben genöthigt ist. So gewährt die vielseitige Auflösung einer Aufgabe, wie sie meine besseren Schüler mit einer gewissen Vorliebe zu geben pflegen, eine vielfache Uebung der verschiedenen Zweige der Mathematik und überzeugt von dem innigen Zusammenhange derselben. Auch enthüllt die eine Eigenschaften, die auf dem andern Wege verborgen geblieben waren, und fordert so die Fähigen auf, dieselben Eigenschaften nun auch auf diesem andern Wege nachzuweisen. Dass aber eine solche vielfache Lösung gegeben werde, ist ein Verlangen, welches nicht ausdrücklich gestellt werden sollte, sondern dem freiwilligen Eifer, der besseren Begabung, oft auch dem glücklichen Blick überlassen werden muss.

Das Resultat der Vergleichung beider Methoden ist für mich dies, dass ich die analytische Methode, weil sie eben leicht auch den schwachbegabten Schüler in den Stand setzt, die ihm gestellte

Aufgabe zu lösen, in erster Linie vorziehe, dass ich aber die Schüler, und namentlich die besseren veranlasse, auch auf anderem Wege die Lösung zu versuchen, die Determination der Aufgabe hinzuzufügen, die Vergleichung der auf beiden Wegen gefundenen Resultate vorzunehmen. Hierdurch glaube ich alle auf gleiche Weise ihren Kräften und Anlagen entsprechend zu fördern, niemand muthlos zu machen, im Gegentheil jedem eine gewisse Sicherheit und Freudigkeit zu geben. Und dies scheint mir neben dem wissenschaftlichen auch einen besonderen sittlichen Werth zu haben.

Zur Organisation des naturkundlichen Unterrichts an Gymnasien.

(Mit Beziehung auf den Aufsatz S. 272.)

Von Prof. Erler in Züllichau.

Der oben citirte Aufsatz des Herrn Prof. Treutlein enthält über den naturkundlichen Unterricht auf den Gymnasien höchst treffende und beherzigenswerthe Ansichten, denen ich fast in allen Punkten glaube beistimmen zu können. Ich hebe hervor: die ausdrückliche Aufnahme der Grundgesetze der Chemie, die der mathematischen Geographie, die zweckmässige Verbindung der Lehre von der Centralbewegung und der Lehre vom Pendel, die Hervorhebung der meteorologischen und klimatologischen Erscheinungen, ebenso billige ich die Warnung, den physikalischen Unterricht mit der Mechanik zu beginnen. (Vergl. meine Vorschläge i. d. Zeitschr. für Gymnas. XXIII. S. 433 und den von mir verfassten Art. Naturlehre in der pädag. Encyklopädie.) Nur in einem Hauptpunkte bin ich entgegengesetzter Ansicht, die ich mir hier hervorzuheben und zu motiviren erlaube. Ich meine nämlich, dass ein propädeutischer*) Unterricht bereits in III. und zwar im 2. Jahre des Tertianercursus, also in IIIa. gegeben werden solle. Erstens scheint mir Herr Prof. Treutlein dem naturgeschichtlichen Unterrichte auf Kosten des physikalischen eine zu grosse Ausdehnung zu be-

*) Hinsichtlich des propädeutischen Unterrichts überhaupt (nicht blos in Physik) scheint uns die österr. Einrichtung, nämlich die Theilung der Schule in eine untere und obere Abtheilung (Unter- und Ober-Gymnas. od. R.) das Zweckmässigste zu sein. Denn diese fordert dann schon eo ipso einen propädeutischen Unterricht in der Unterabtheilung. So ist z. B. Physik in den österr. Gymnasien schon in der 3. und 4. Cl. d. h. in den beiden obersten Classen des Untergymnasiums (nach deutscher Eintheilung also etwa in Quarta und Untertertia), und zwar wöchentl. resp. 2- und 3stündig. Die Redaction.

stimmen; er nimmt nicht blos für jenen einen 5jährigen, für diesen einen 4jährigen Cursus in Anspruch; er beschränkt jenen zugleich auf Zoologie und Botanik; weiset dem letzteren dagegen noch die oben erwähnten Partien zu; zudem werden nach dem Plane des Herrn Treutlein auch Mineralogie, Geognosie, Partien aus der Physiologie in den oberen Classen einen nicht ganz unerheblichen Theil von jenen 4 Jahren in Anspruch nehmen. — Zweitens muss zwar der Lehrplan einer Anstalt im Grossen und Ganzen zunächst auf die Absolvirung des ganzen Cursus eingerichtet werden; dies hindert jedoch nicht, soweit es der Organismus erlaubt, daneben auf diejenigen Rücksicht zu nehmen (und die Zahl derselben wird aus leicht erklärlichen äusseren und inneren Gründen stets eine recht erhebliche sein), denen es unmöglich ist, die ganze Schule zu durchlaufen. Es scheint mir heutzutage unverantwortlich, diese wirklich ohne alle physikalischen Kenntnisse, wie sie in jeder irgend gehobenen Mädchenschule, ja selbst in Volksschulen gelehrt werden, zu entlassen. — Aber drittens scheint mir ein propädeutischer Unterricht auch für den eigentlichen physikalischen Unterricht ganz nothwendig. Es ist mir nicht erklärlich, wie irgend ein Capitel der Physik mit einiger Gründlichkeit behandelt werden solle mit Schülern, die mit dem Unterschied der Aggregatszustände, mit der ausdehnenden Kraft der Wärme, mit Thermometer und Barometer, mit guten und schlechten Wärmeleitern, den Gesetzen der Spiegelung, des Hebels u. s. w. unbekannt wären. Ein solcher einleitender Unterricht, der die Fundamentalsätze aus sämmtlichen Theilen der Physik enthält, würde unter allen Umständen den Anfang eines ordentlich organisirten Unterrichtes in der Physik machen müssen. Dass die gleichen Gesetze zweimal zur Besprechung kommen, das eine Mal in einfacher Form und isolirt, das andre Mal in innigem Zusammenhange, verursacht keinen Zeitverlust; vielmehr veranlasst dieser Unterricht eine m. E. ganz nothwendige Zeitverwendung. Weil die Theile einer jeden Wissenschaft in Beziehung zu einander stehen, so bedarf eine jede, wenn sich ihre Behandlung nicht auf die Aufzählung von Einzelheiten beschränken soll, einen propädeutischen Unterricht, welcher die Elemente gibt und die wissenschaftliche Behandlung vorbereitet und ermöglicht. Der passendste Ort für diesen propädeutischen Unterricht in der

Physik scheint mir nun III a zu sein. Dann kann auch der eigentliche physikalische Unterricht in II b, wie es am natürlichsten ist, mit der Chemie beginnen, wenn man nicht der elektrischen Experimente wegen den Sommer für Magnetismus und Elektricität beansprucht.

Uebrigens wird der naturgeschichtliche Unterricht nicht zu kurz kommen. Wenn in 3 Jahrescursen von VI – IV sich in fortschreitender Weise der Blick für die Auffassung des Allgemeinen immer mehr geübt hat, so muss die Classe III b zu einem systematischen und abschliessenden Unterrichte vollständig befähigt sein. Auch möchte ich die Mineralogie nicht absolut aus den unteren Classen ausschliessen, aber freilich nur auf die Besprechung derjenigen Eigenschaften beschränken, welche durch unmittelbare Beobachtung erkannt werden können, den eigentlichen mineralogischen Unterricht dagegen der II a vorbehalten, nachdem die chemischen Kenntnisse erworben und die Schüler auch für die Auffassung stereometrischer Verhältnisse befähigt sind. Noch besser ist es, dass in II a die einleitenden Capitel der Stereometrie im mathematischen Unterrichte nebenher gehen. Dass der physikalische Unterricht in der Optik und und Akustik, auch in der Lehre vom Galvanismus auf physiologische Vorgänge, der chemische auf die Ernährung der Pflanzen, auf die Veränderungen im thierischen Organismus Rücksicht nehme, scheint durchaus wünschenswerth; auch wird sich in Ia Zeit finden, „in einer allgemeinen, von allem Detail sich fernhaltenden wiederholenden Uebersicht der Naturgeschichte die Natur als Ganzes aufzufassen, und in allen ihren Theilen Zusammenhang, Zweckmässigkeit und stete Wechselwirkung nachzuweisen. Eine solche Zusammenstellung würde auch für dieses Gebiet einerseits einen gewissen Abschluss gewähren, andrerseits durch die Menge neuer Gesichtspunkte, die sich den Schülern öffnen würden, ihre Begierde nach weiteren und tieferen Studien reizen.“ Auf diese Weise kommt also der Unterricht in der Naturgeschichte durchaus zu seinem Rechte, es werden aber die Partien, welche eine höhere geistige Bildung und physikalische Vorkenntnisse voraussetzen, eben der höheren Classenstufe vorbehalten und in passendem Anschluss an die Physik behandelt, dagegen der absolut nothwendige elementare Unterricht in der Physik an der richtigen Stelle eingefügt.

Eine interessante Partie aus der Schulstatistik.

Die mathematisch-naturwissenschaftlichen und die sprachlich-geschichtlichen Fächer der Realschulen.

Vom Herausgeber.

Der Herausgeber dieser Zeitschrift hat an einem andern Orte*) eine übersichtliche Zusammenstellung der Realschullehrpläne Oesterreichs und der Haupt-Länder des deutschen Reichs gegeben. Aus dieser Zusammenstellung aber hat er wieder (ebenda**) eine tabellarische Uebersicht über die wöchentlichen Stundensummen zusammengestellt, welche für die einzelnen Lehrgegenstände in den verschiedenen Ländern gesetzlich bestimmt sind. Der Verfasser glaubt nicht zu irren, wenn er annimmt, dass dieses Thema auch für die Leser dieser Zeitschrift von nicht geringem Interesse sein werde. Er lässt daher die letzterwähnte Zusammenstellung hier folgen:

Zusammenstellung

der wöchentlichen Stundensumme (arithm. Mittel) in den einzelnen Lehrgegenständen der Realschulen.

Staaten	Religion	Deutsch mit Propädeutik.	Lat.	Franz.	Engl.	Ggr. u. Gesch.	Naturg., Physik u. Chemie (Naturwissenschaft.)	Math.	Geom. Zch., Freihandz., darst. G.
Preussen .	16	23	35½	28	15	25	27	39	16½
Sachsen . .	20	25½	25	29	13	27	27	42	15
Baden . . .	16	25	40	27	15	21	28	42	23
Baiern . .	10	14	39	20	13	18	15	33*)	24†)
Würtemb.	16	23	0	45	13	25½	18½	63	44
Oesterreich	9½	22½	0	17½	7½	25½	38	29	46

*) S. Zeitschrift für Realschulwesen (in Oesterr.) Jahrgang I. Heft 1. S. 29—31.

**) S. Heft 3. S. 174—176.

*) Inclus. darstell. Geometrie (33 St.)

†) Nur Freihandzeichnen (24 St.)

Diese Uebersicht bietet nun zuvörderst ein Interesse hinsichtlich der **Schwankungen der Stundenzahl** in den verschiedenen Ländern. So schwankt:

Fach		Minimum			Maximum	
Religion	zw. d. Minimum v.	9½	St. (Oesterr.)	u. d. Maximum v.	20	St. (Sachsen.)
Deutsch	„ „ „	14	„ (Baiern)*)	„ „ „	25½	St. „
Lateinisch	„ „ „	0	„ (Oest. u. Würt.)	„ „	40	„ (Baden.)
Französisch	„ „ „	17½	„ (Oesterreich)	„ „	45	„ (Würt.)
Englisch	„ „ „	7½	„ „	„ „	15	„ (Pr. u. B.)
Geogr. u. Geschichte	„ „	18	„ (Baiern)	„ „	27	„ (Sachsen)
Naturwissenschaft	„ „	15	„ „	„ „	38	„ (Oesterr.)
Mathematik	„ „	29	„ (Oesterr.)	„ „	63	„ (Würtm.)
Zeichnen	„ „	15	„ (Sachsen)	„ „	46	„ (Oesterr.)

*) Bezüglich **Baierns** ist jedoch zu bemerken, dass die Realschule nur 6 einjährige Curse (Classen) hat, und das Aufnahmealter das 12. vollendete Lebensjahr ist, während es in den andern Staaten meist das 9. ist und dort 7—8 Curse sind.

Aus dieser theilweise sehr bedeutenden Verschiedenheit lässt sich nun wieder ein Schluss ziehen auf die **Werthschätzung** eines jeden Faches seitens des betr. Staats. So z. B. gilt das **Latein** in Oesterreich und Würtemberg für die Realschulen **Nichts**, während es in **Baden** sehr viel (am meisten) gilt. In der **Religion** stehen Oesterreich und Sachsen sich schroff gegenüber, in den **Naturwissenschaften**: Baiern und Oesterreich. Die **neuern Sprachen** sind in Oesterreich weit weniger cultivirt, als in Würtemberg, Preussen und Baden. Das **Französische** überwiegt in Würtemberg enorm, so dass man auf eine grosse Franzosenliebe dort schliessen könnte. In der **Mathematik** steht Oesterreich Würtemberg sehr nach, während es im **Zeichnen** Sachsen in den Schatten stellt. Ob diese auf einer Verschiedenheit der Grundansichten basirte Verschiedenheit der Werthschätzung der einzelnen Lehrgegenstände dem Realschulwesen **förderlich** oder ob sie nicht vielmehr hinderlich und zu bedauern sei, das bleibe hier dahingestellt.

Immerhin gibt sie viel zu denken. Sollte es nicht möglich sein, hierüber in allen Staaten zur Klarheit und Einheit zu kommen? — Aber es ergibt sich aus der obigen Uebersicht noch mehr:

Stellt man nämlich die **sprachlich-geschichtlichen** Fächer (inclusive Religion)*) und der **mathematisch-naturw.** (inclusive Zeichnen) nach ihrer Stundenzahl zusammen, wobei

*) Die Religion kommt der Sprache und Geschichte, das Zeichnen kommt der Mathematik zu Gute.

die Geographie zum Theil (etwa zur Hälfte) als Naturwissenschaft zu nehmen ist*), so erhält man folgendes Ergebniss:

Fächer	Preussen	Sachsen	Baden	Baiern	Würtemberg	Oesterreich
Sprachlich-geschichtliche	138	133	139	110	117	77 od. 100 Mittel ca. 92**)
Mathematisch-naturwissenschaftliche .	88	90	98	76	131	119

Hieraus ist ersichtlich, dass in Oesterreich und in Würtemberg die mathem.-naturw. Fächer überwiegen und zwar, wenn man in Oesterreich die zweite Landessprache nicht einrechnet, d. h. also in den deutschen Provinzen (z. B. auch in Wien) sehr bedeutend.

Diese beiden Staaten (Oesterreich u. Würtemberg) gleichen einander auch noch darin, dass sie — im entschiedenen Gegensatze zu den übrigen angeführten Ländern — Latein nicht haben. In den andern vier Staaten (Preussen, Sachsen, Baden, Baiern) überwiegen die sprachlich-geschichtlichen Fächer über die mathemat.-naturwissenschaftlichen. Als arithm. Mittel ergibt sich für sie das Verhältniss:

$$\text{Spr.-Gesch.} : \text{Math.-Naturw.} = 130 : 88$$
$$= \text{ca. } 3 : 2$$

Nimmt man von sämmtlichen (6) Staaten das Mittel, so ergibt sich (für Oesterr. die Zahl 92 in Rechnung gebracht) das Verhältniss:

$$\text{Spr.-Gesch.} : \text{Math.-Naturw.} = 122 : 100$$
$$= \text{ca. } 6 : 5$$

*) Wir rechneten daher immer von der Gesammtstundenzahl für Geschichte und Geographie ca. $^1/_5$ zu den Naturw., nämlich Geschichte $= {}^3/_5$, Geographie $= {}^2/_5$ und die Hälfte hiervon, $^1/_5$ zur Geschichte, das andere Fünftel zu den Naturwissenschaften.

**) Nämlich 106 (= 77 + 29), wenn man die 29 St. zweite Landessprache, Logik und Nationalökonomie (s. a. a. O. d. Plan S. 29 und 30) mit einrechnet, 77 nur, wenn man diese nicht einrechnet, oder auch, wenn man, was wohl das Richtige ist, für die deutschen Provinzen (also z. B. auch für Wien) nur die zweite Landessprache fortlässt, erhält man 80 : 119. Nimmt man das Mittel aus 77 und 106 (was wohl das Richtigste ist), so erhält man ca. 92.

d. h.: Im Allgemeinen überwiegen in den Realschulen des deutschen Reichs und Oesterreichs gegenwärtig noch die **sprachlich-geschichtlichen** Fächer über die **mathem.-naturw.** Dies möge denen ein Trost sein, welche den mathematischen und naturwissenschaftlichen Lehrobjecten wenige oder keine idealen Bildungselemente zuschreiben und in der Ober-Herrschaft dieser letztern Fächer eine Gefahr für die Bildung in Realschulen erblicken. — Es versteht sich übrigens von selbst, dass diese Verhältnisszahlen nur auf annähernde Genauigkeit Anspruch machen können und dürfen.

Für die Gymnasien liegt eine derartige Zusammenstellung nicht vor. Doch ist seiner Zeit vom Verfasser dieses und einem andern Herrn (Dr. Ackermann in Cassel) eine solche gemacht worden für die badischen und österr. Gymnasien (s. diese Ztschr. I, 252 u. II, 81). Das Resultat war, dass sich verhalten:

die Gesammtstunden zu den mathem.-naturw. wie 4 : 1,
die sprachlich-geschichtl.

zu den mathem.-naturw. { wie 120 : 41 od. ca. 3 : 1 (Baden)
„ 145 : 64 „ „ 9 : 4 (Oesterr.)

Der Verf. ds. gedenkt aber eine genauere Untersuchung hierüber anzustellen und die Resultate derselben in einem der nächsten Hefte ds. Z. mitzutheilen. —

Kleinere Mittheilungen.

Zu den Lehrmitteln.

Beschreibung eines Kartenständers, der zugleich für viele Zwecke des mathematisch-naturwissenschaftlichen, sowie des Zeichen-Unterrichtes verwendbar ist.

(Mit 1 Fig.-Taf. Nr. IV.)

Von Prof. Dr. Buchenau in Bremen.

In der hiesigen Realschule hat sich seit mehr als zwanzig Jahren ein von mir construirter Kartenständer als ein äusserst zweckmässiges Inventarstück erwiesen. Ich folge der wiederholt an mich ergangenen Anregung verschiedener Schulmänner, wenn ich in dieser geschätzten Zeitschrift auf die Einrichtung desselben aufmerksam mache, indem ich zugleich dieser Mittheilung die auf Taf. IV. gegebene Skizze beifüge, welche ich der freundlichen Bereitwilligkeit meines Collegen, des Zeichenlehrers der Realschule, Herrn Fr. Th. Templin, verdanke.

Der Kartenständer besteht im Wesentlichen aus einem kräftigen sechskantigen Pfahle, welcher auf drei soliden Füssen steht. Der Pfahl selbst ist der Länge nach in zwei Hälften getheilt, von denen die eine Hälfte mit dem Fussstücke fest verbunden ist, die andere dagegen sich in Coulissen (Gratleisten) an ihr auf und niederschieben lässt, wie dies der Grundriss a und die Seitenansicht c der beigefügten Zeichnung ohne Weiteres klar machen werden. Ein kleiner Pflock, der unter dem verschiebbaren Theile in ein eingebohrtes Loch gesteckt wird, gestattet die Fixirung in sehr verschiedener Höhe. Der verschiebbare Theil trägt ein sechskantiges Capitel und auf diesem, an seinem Vorderrande, einen Eisenstab, welcher an seinen beiden Enden in Haken umgebogen ist (vergl. Fig. b und den Grundriss a). — Die aufzuhängenden Landkarten sind auf Leinen aufgezogen und besitzen unten einen Rundstab, oben einen Halbrundstab; an dem letzteren sind zwei Ringe angebracht, durch welche in gewöhnlicher Weise ein nicht stramm angespanntes Band läuft. Dieses Band nun läuft, wenn die Karte aufgehängt ist, über die beiden Haken hin. Es ist bei dieser Anordnung

ungemein leicht, die (bei der Aufbewahrung natürlich aufgerollten) Karten aufzuhängen, so dass nach unserer Erfahrung selbst neunjährige Kinder eine grosse Karte von Asien oder Europa ohne Mühe aufhängen und entrollen können. Man hält nämlich die (noch aufgerollte) Karte fast senkrecht und schiebt das Band über den einen Haken hin, indem man die Lage der Stäbe mehr und mehr der Horizontalen nähert. Sehr bald kommt dann ein Punkt, wo die beiden rechts und links von dem Haken befindlichen Theile der Karte sich nahezu das Gleichgewicht halten, und es ist dann sehr leicht, die Karte abzurollen und sie soweit zu heben, dass das Band nun auch über den anderen Haken hinläuft.

Die Anwesenheit von zwei, hinreichend weit von einander entfernten Haken ist durchaus nothwendig, um der Karte genügende Stabilität zu geben; bei nur einem Haken befindet sie sich im hängenden (schaukelnden) Gleichgewichte und schaukelt bei jeder Berührung mit dem Kartenstocke hin und her.

Die Vorzüge dieses Kartenständers gegenüber sonst üblichen Einrichtungen und namentlich auch gegenüber dem Aufhängen der Karten an die Wand bestehen namentlich in seiner Verstellbarkeit (einschliesslich also der Drehung um seine Längsachse) und der Möglichkeit, die Karten in sehr verschiedene Höhen zu bringen. Diese Vorzüge gestatten aber auch seine Verwendung zu manchen anderen Zwecken. So hängen die Zeichenlehrer sehr gerne Stabmodelle, Gypsmodelle, Ornamente und grössere Vorlagen an ihnen auf, die Lehrer der Physik benutzen sie mit Vorliebe zur Aufhängung von Apparaten, zur Anstellung von Pendelversuchen, von Versuchen über Declination und Inclination (natürlich nur zu den mit einfachen Mitteln anzustellenden Grundversuchen), die Lehrer der Naturgeschichte hängen Tafeln, Knochenpräparate und Aehnliches an ihnen auf. Für die letztgenannten Zwecke werden am besten noch einige Haken, Knöpfe oder dergleichen oben unter dem Capitele eingeschroben.

Ebenso ist es zweckmässig, den in Figur c sichtbaren kleinen Pflock an ein Kettchen zu hängen, da er bei gänzlicher Senkung des verschiebbaren Theiles (welches doch die normale Stellung ist) herausgenommen werden muss und dann leicht verloren geht, wenn er nicht an einem Kettchen befestigt ist.

Zu bemerken dürfte noch sein, dass in der hiesigen städtischen Realschule eine jede Classe einen solchen Ständer, der Zeichensaal aber deren mehrere besitzt. Ihn aus einer Classe in die andere tragen zu lassen, wäre zwar möglich, ist aber, da das Möbel doch ziemlich kräftig construirt werden muss, beschwerlich und gibt leicht zu Störungen Veranlassung.

Sprech- und Discussions-Saal.

Bemerkungen zu der im „Centralorgan für Interessen der Realschulen“ (1874, S. 608) von Hr. Dr. Ohrtmann veröffentlichten Recension meiner mathematischen Leitfäden.*)

Von Prof. Dr. Kambly in Breslau.

Vor etwa 2 Jahren ist von Hr. Dr. O. eine Recension meiner mathematischen Leitfäden erschienen, welche leider erst vor einigen Tagen zu meiner Kenntniss gelangte und deshalb bisher unbeantwortet blieb. Dieselbe ist eine schroff verurtheilende; und zwar ist es besonders die „Planimetrie,“ welche Herrn Dr. O. „einer absprechenden Kritik bedürftig“ erscheint. Zunächst tadelt nämlich Herr Dr. O. die Reihenfolge der Congruenz-Sätze als eine verfehlte und unterscheidet eine mathematische und eine Kambly'sche, also offenbar — obwohl er es nicht sagt, aber logischer Weise meinen muss — unmathematische. Dagegen ist zu bemerken, dass meine

*) Wir erhielten vom Hrn. Verfasser zugl. folgenden Brief:

Hochgeehrter Herr College! In der festen Ueberzeugung, dass es Ihnen überall um gerechte Beurtheilung zu thun ist, erlaube ich mir an Sie die ergebene Bitte, die mitfolgenden Bemerkungen in Ihre Zeitschrift aufzunehmen. Ursprünglich wollte ich mich nur als „ein Abonnent Ihrer Zeitschrift“ unterzeichnen, da ich nur Thatsächliches vorbringe, und Sie sich von dessen Richtigkeit aus meinen Büchern und der Ohrtmann'schen Recension überzeugen können, andererseits es mich eine grosse Ueberwindung kostete, dem unqualificirbaren Ton jener Kritik gegenüber mich zu nennen, Doch wusste ich nicht, ob Sie überhaupt geneigt sein würden, eine anonyme Zusendung aufzunehmen; auch wünschte ich Sie jeder Verantwortlichkeit zu überheben. Jedenfalls musste ich glauben, dass es Ihnen lieber sein werde, von mir als von einem Anonymus einen Beitrag zu Ihrem Journal zu erhalten.

Vielleicht finden Sie, dass die Ohrtmann'sche Recension durch die in Ihrer Zeitschrift erschienene wohlwollende und in würdigem Tone gehaltene Bardey'sche antiquirt ist. Das kann ich zugeben. Da jedoch Dr. Bardey keinen Grund hatte auf die Ausstellungen des Herrn Dr. O. einzugehen, (vielleicht dieselben auch gar nicht kannte), so konnte es mir nicht erlassen werden, gewissermassen mit zur Vertheidigung der Bardey'schen Beurtheilung und aller der Lehrer der Mathematik, welche sich anerkennend über meine Bücher geäussert haben, die Ungerechtigkeit und Grundlosigkeit des von Dr. O. ausgesprochenen Tadels zu zeigen. Ich bedaure nur, dass die Recension erst jetzt zu meiner Kenntniss gelangt ist, da meine Herren Collegen glauben konnten, ich sei zu bequem oder nicht im Stande sie zu widerlegen.

Indem ich Ihnen anheim gebe, ob und wie weit Sie diese meine die „Bemerkungen“ begleitenden Zeilen veröffentlichen, vielleicht auch die in ihnen angeführten Thatsachen bestätigen wollen, bin ich mit grösster Hochtung Ihr ergebener

Breslau, d. 11. Juli 1876. Dr. L. Kambly.

Anordnung die Euklidische ist, welche ja noch bis in unser Jahrhundert hinein als die massgebende gegolten, also mindestens eine historische Berechtigung hat und wohl keineswegs als unmathematisch zu bezeichnen ist. Ausserdem hat die von mir gewählte Anordnung wiederholt Beifall gefunden*); auch Herr Dr. Bardey (Zeitschrift für math. u. naturw. Unterr. VI, S. 305) findet, dass der 1. Nichtcongruenz-Satz sich sehr gut an den ersten Congruenzsatz anschliesst, und der Beweis sehr einfach ist, während Herr Dr. O. an dieser Stelle mehrere Beweise für schwer verständlich erklärt. — Und welches soll nun die „mathematische" Reihenfolge sein? Legendre, Ohm, Schlömilch, Koppe, Reidt — um nur diese zu nennen, — weichen sämmtlich voneinander ab. —

Ferner meint Herr Dr. O., die beiden Sätze in meiner „Planimetrie" (§ 68. und 69.) gehörten in die Kreislehre. Es sind dies die Sätze von den beiden ersten merkwürdigen Punkten im Dreieck, gehören also unzweifelhaft in die Lehre vom Dreieck und werden nur — natürlich auch von mir — später auf den Kreis übergetragen. Dabei sind nur zwei der Halbirungslinien — sei es der Seiten oder der Winkel — erforderlich; die dritte dient nur dazu zu zeigen, dass es nur einen umschriebenen und einbeschriebenen Kreis gibt. Isolirt sind sie an jener Stelle nicht, da sie sich unmittelbar an die Aufgaben in § 63. anschliessen.

Weiter heisst es in der Recension:

„Ein schwerer Vorwurf ist dem Verf. wegen einer Anzahl von Auslassungen zu machen." Die erste „Auslassung" findet Herr Dr. O. darin, dass die Aufgabe: „Von einem Punkt ausserhalb eines Kreises an ihn eine Tangente zu legen" nur unter den Uebungs-Aufgaben steht, während die Aufgaben im § 63. doch in den Text aufgenommen sind. — Dass die Aufgaben in § 63., welche ja fast fortwährend in Anwendung kommen, mit der vom Herrn Recensenten als Fundamental-Aufgabe bezeichneten, welche in keinem Lehrsatze in Frage kommt, nicht in eine Kategorie gehören, wird wohl Jeder zugeben.

Die zweite „Auslassung" bezieht sich auf den Ptolemäischen Satz. Offenbar ist dem Herrn Recensenten entgangen, dass auch dieser unter den Uebungsaufgaben (54, S. 95) vorkommt, sonst würde er es wohl gesagt haben, wie er es bei der unmittelbar vor-

*) Auf Wunsch des Hrn. Verfassers dieser „Bemerkungen" lassen wir unmittelbar hinter denselben mehrere Beurtheilungen seiner „Elementar-Mathematik" seitens einiger Gelehrten und Schulmänner folgen, welche der Verleger des Buches (ohne Willen des Hrn. Verfassers) der zweiten Auflage des Buches hatte beidrucken lassen. Von besonderem Werthe dürfte die erste dieser Beurtheilungen sein, welche von einem bedeutenden und hochgeachteten Mathematiker (gegenw. Professor in Berlin) herrührt.

Die Redaction.



her erwähnten Aufgabe gethan hat. Man sieht, dass Herr Dr. O. mit meiner „Planimetrie" nicht sehr genau bekannt ist, obwohl er — wie er selbst sagt — sie jahrelang gebraucht hat. — Auch irrt Herr Dr. O. darin, dass ich den Satz nicht zu der Entwickelung der Formeln für sin $(\alpha \pm \beta)$ und cos $(\alpha \pm \beta)$ benutzt habe. Ich gebe diese Entwickelungen andeutungsweise in meiner „Trigonometrie" S. 10, aber nur in einer Note unter dem Text, da sie, obwohl sehr elegant, aus mehreren Gründen nicht in den Text gehören und deshalb in den mir bekannten Lehrbüchern nicht aufgeführt werden.*) — Herr Dr. O. meint, der Ptolemäische Satz sei für spätere „Sachen" von Wichtigkeit. Ich kenne drei Verwendungen desselben, welche sämmtlich nicht in den Schulunterricht gehören, nämlich seine Benutzung für den wenig bekannten — recht hübschen — Satz des Albert Girard (Gerhard), den sicherlich kein Lehrer in sein Pensum aufnehmen wird, seine Verwendung für die Berechnung der Seite des regulären 15seits, welche kaum in einem der gebräuchlichen Compendien gelehrt wird, und seine Anwendung zum Beweis des ebenfalls wenig bekannten Satzes**):

„Wenn ein gleichseitiges Dreieck einem Kreise einbeschrieben ist, so sind die Entfernungen irgend eines Punktes der Peripherie von den Ecken, zwischen denen er liegt, zusammen gleich seiner Entfernung von der 3. Ecke." (Uebrigens kann sowohl die Berechnung der S_{15} als der Beweis des letzten Satzes auch ohne Ptolemäischen Satz geschehen.)

Weiter heisst es in der Recension:

„Dass die Lehre von den harmonischen Punkten ganz ausgefallen ist, liegt wohl in der bewussten Absicht des Verf."

Nun ja, hier habe ich — und wohl auch anderweitig — gewiss mit Bewusstsein gehandelt, da ich es in dem Prospectus, welcher der Mehrzahl der (circa 280000)***) Exemplare beigegeben ist, ausdrücklich ausspreche und motivire. Uebrigens habe ich für die Lehrer, welche neben gründlicher Ausbildung ihrer Schüler in der „Euklidischen" Geometrie noch Zeit für die „moderne" Geometrie finden, i. J. 1859 eine Programm-Abhandlung (32 S. in Quart) über die Harmonicalen geschrieben und an die mir befreundeten Lehrer und viele der Lehrer, welche damals nach meinen Büchern unterrichteten, geschickt und bin sehr gern bereit die mir

*) Nur Wiegand macht eine Ausnahme.

**) Ich erinnere mich nicht, ihn irgendwo gefunden zu haben.

***) Es sind nämlich nach einer Mittheilung des Hrn. Verfassers von den verschiedenen Theilen der k. Elementar-Mathematik in Summe 82 Auflagen jede zu 3500 Exemplaren gedruckt worden. Von diesen kommen 41 Auflagen auf die Planimetrie. Die 42. Aufl. ist bereits gedruckt und wird wahrscheinlich jetzt (Septbr. 76) ausgegeben. Dies zur Orientirung für die Leser. — Die Redaction.

noch restirenden 20 Exemplare meinen Herren Collegen auf Verlangen zu übersenden. —

Zuletzt ist noch auf eine Bemerkung des Herrn Dr. O. einzugehen. Er meint: „Ueberhaupt scheint der Verf. die indirecten Beweise mit Vorliebe zu benutzen."

Was sich gegen indirecte Beweise sagen lässt, weiss ich sehr wohl; was man gewöhnlich dagegen anführt, scheint mir von geringem Belange, was Herr Dr. O. sagt, vollständig unmotivirt. In keinem meiner indirecten Beweise ist es schwer die möglichen Fälle „erschöpfend" aufzustellen; in keinem derselben bieten sich Schwierigkeiten dar. Was ich gegen solche Beweise einzuwenden habe, ist, dass die Schüler in Zweifel sein können, welcher der Sätze der Hauptsatz, welcher der Umkehrungssatz ist; ich zeige aber in jedem Falle meinen Schülern, weshalb nach der ganzen systematischen Anordnung und Beweisführung gerade „dieser" der Hauptsatz sein muss. Uebrigens wende ich die indirecten Beweise nur bei negativen Behauptungen und bei Umkehrungssätzen nur dann an, wenn der apagogische Beweis erheblich kürzer als der directe ist. Im gewöhnlichen Leben bedient man sich bei negativen Behauptungen bekanntlich meist der indirecten Beweisführung, in welcher also der Schüler geübt werden muss. Ausserdem ist zu bemerken, dass manche indirecte Beweise in die Form eines directen gebracht werden können und auch hie und da gebracht werden. Doch das ist Ansichtssache und disputabel; ich halte mich hier an Thatsächliches. —

Das sind die Ausstellungen, welche Herr Dr. O. an meiner „Planimetrie" macht; wie wenig sie begründet sind, geht aus meiner Entgegnung hervor.

Was den geringschätzigen Ton betrifft, in welchem Herr Dr. O. von meinem Buche redet, welches Hunderte von Lehrern ihrem Unterrichte zu Grunde legen, also doch für „brauchbar" halten, so befremdet er mich heutigen Tages nicht mehr. Vor 20 Jahren sagte mir mein verst. lieber Freund Joachimsthal einmal: „Wir Mathematiker behandeln uns doch sehr anständig; das Schlimmste, was der eine vom andern sagt, ist, dass er nicht elegant sei; und das kann man doch noch ertragen." Joachimsthal konnte sich diesen Scherz erlauben, da seine Arbeiten sich bekanntlich durch hohe Eleganz auszeichnen.

Vielleicht hätte ich die Recension des Hrn. Dr. O. dem Urtheile meiner Herren Collegen überlassen können, welche gewiss mit mir der Ueberzeugung sind, dass aus manchem Kritiker sich viel mehr der Charakter des Recensenten als der Werth des beurtheilten Buches erkennen lässt. Mein Schweigen konnte aber falsch gedeutet werden; ich musste also, so viel Ueberwindung es mir kostete, mich zu dieser Entgegnung entschliessen.

Herr Dr. O. erklärt zum Schluss, dass er seine Urtheile nur als individuelle begründen wollte; er spricht dieselben aber meist als unfehlbare in sehr bestimmter Weise aus. Fühlt denn Herr Dr. O. nicht, dass, wenn er das Buch für werthlos erklärt, er damit den Lehrern, welche sich für dasselbe entschieden haben, alles Urtheil abspricht und also auch ihnen verletzend entgegentritt?

Ueber die Recension der Arithmetik kann ich mich kürzer fassen, da er nur tadelt, dass der Leitfaden in manchen Capiteln zu viel, in andern zu wenig gibt. Bei allen dergleichen Behauptungen kann man meist mit eben so viel, resp. mit eben so wenig Recht das Entgegengesetzte sagen; wenigstens würde es nicht sehr befremdet haben, wenn Herr Dr. O. im entgegengesetzten Falle sich tadelnd geäussert hätte.

Die Lehre von den absoluten und relativen Zahlen enthält nach ihm zu viel Sätze. — Wenn Herr Dr. O. meinen Leitfaden mit denen von Koppe, Wilde, Wiegand und Anderen vergleicht, welche Anspruch darauf machen den Zahlenbegriff zu entwickeln: dann wird er finden, dass ich mich auf das Minimum von Sätzen beschränkt habe. — Das Capitel über den binomischen Lehrsatz ist nach ihm „äusserst mangelhaft,“ das über die Reihen „äussert mager.“ Darauf erwidere ich, dass mir das Reglement für Gymnasien massgebend gewesen ist, nach welchem, mit Zustimmung erfahrner Lehrer, der Binomialsatz nur eben den Schluss des arithmetischen Unterrichts bilden soll. Bei einer Probelection, welche Prof. Joachimsthal am Elisabetan abhielt, fragte der Candidat die Schüler noch nach einigen Eigenschaften der Binomial-Coefficienten (die überdies in meinem Leitfaden stehn). Joachimsthal aber sagte leise zu mir: „Ach Gott, sollen sie auch das noch wissen!“ und zum Candidaten sich wendend „Ich danke Ihnen; wir können damit schliessen.“

Weniger einer absprechenden Kritik „bedürftig“ ist nach Herrn Dr. O. das dritte Heft (Trigonometrie). „Diese“ entspricht billigen Anforderungen in höherem Grade. Nur ist der Abschnitt: Uebungs-Aufgaben als Aufgaben-Sammlung betrachtet, dürftig. Darauf erwidere ich, dass ich eine solche gar nicht beabsichtigte. Nur weil ich wiederholt angegangen wurde, den einzelnen Heften Uebungs-Aufgaben beizufügen, und mein Herr Verleger mich immer drängte selbst Aufgaben-Sammlungen zu schreiben, entschloss ich mich einiger Massen zu willfahren. Dass die Uebungs-Aufgaben Sätze enthielten, welche in die Trigonometrie als unentbehrlicher und integrirender Theil gehörten, muss ich bestreiten.

Breslau, Juni 1876. Dr. L. Kambly.

Urtheile über Kambly's Elementarmathematik.

Es ist nur zu wünschen, dass dieses durch Klarheit, Schärfe und Gründlichkeit ausgezeichnete Handbuch namentlich auf Gymnasien und Realschulen eine allgemeine Verbreitung finden und so zur Hebung des mathematischen Unterrichts in weiteren Kreisen wirksam werden möge. Auch zweifle ich nicht, dass dasselbe bald die ihm gebührende Anerkennung und Verbreitung finden werde; denn da die Lehrmethode des Verfassers an dem Gymnasium, wo er seit einer Reihe von Jahren als Lehrer wirkt, auch praktisch auf eine ausgezeichnete Weise sich bewährt hat, und da dieses Handbuch, beim Unterrichten selbst entstanden, überall an die Bedürfnisse der Schüler und der Schule sich anschliesst, so wird es auch ohne äussere Empfehlungen sich selbst Eingang verschaffen.

Dr. C. Kummer,
Professor d. Mathematik an d. k. Universität zu Breslau.

Die Elementarmathematik von L. Kambly empfiehlt sich eben so sehr durch Kürze und Bestimmtheit, — ein Haupterforderniss für jedes Schulbuch, — wie durch Gründlichkeit und zweckmässige Anordnung. Es ist daher nicht zu bezweifeln, dass dasselbe auch auf andern Lehr-Anstalten mit Nutzen wird gebraucht werden können, namentlich, wenn beim Unterricht nicht blos auf mathematisches Wissen, sondern auf Fertigkeit in der Anwendung dieses Wissens gesehen wird. Auf diese Lehrart ist das Buch berechnet, und ihr verdankt das Elisabetan vorzugsweise die glücklichen Erfolge seines mathematischen Unterrichts.

Dr. Fickert,
Königl. Professor u. Rector zu St. Elisabeth in Breslau.

Kambly's Leitfaden der Planimetrie zeichnet sich durch lichtvolle Anordnung des auch für den Unterricht in Realschulen vollkommen ausreichenden Stoffes, durch grosse Präcision des Ausdruckes in Definitionen und Beweisen und durch strenge Begründung, ohne der Deutlichkeit Abbruch zu thun, vortheilhaft aus. Für Anfänger, welche ein richtiges Heft noch nicht auszuarbeiten vermögen, und in zahlreichen Classen, wo die Correctur des Lehrers unzureichend ist, sowie zur Repetition, wird der Leitfaden, da er die meisten Beweise ausgeführt enthält, eine willkommene Abhülfe bieten. Er schliesst jedoch die Ausarbeitung eines Heftes nicht aus, wenn dazu die angehängte Aufgaben-Sammlung benutzt wird, und kann für solche Ausarbeitung selbst als Muster einer präcisen Darstellung dienen. Ebenso dürfte durch die Abfassung des Leitfadens nach synthetischer Methode einer heuristischen Behandlung des

Lehrstoffes beim Unterricht nicht Eintrag geschehen. Eine willkommene Zugabe sind auser den Uebungsaufgaben die Aufgaben aus der rechnenden Geometrie und die Construction algebraischer Ausdrücke: ungeachtet dieses reichen Materials ist doch der Leitfaden sehr compendiös und bei empfehlenswerther Ausstattung sehr preiswürdig.

Dr. Kletke,
Director der Realschule zu Breslau.

Nachschrift der Redaction. Die Redaction, welche diesem Streite möglichst unparteiisch gegenüberstehen wollte, hielt es für das Angemessenste, die Begutachtung, gewissermassen das Richteramt, demjenigen Mitarbeiter zu übertragen, welcher die Kambly'schen Leitfäden in dieser Zeitschrift recensirt hat. Sie lässt daher die Bemerkungen des Hrn. Dr. Bardey hier folgen. —

D. Red.

Bemerkungen Bardey's zu dem Vorstehenden.

Als ich mich in VI. Heft 4. d. Bl. über die Kambly'schen Bücher äusserte, war mir die Recension des Herrn Dr. Ohrtmann unbekannt. Auf Veranlassung der Redaction habe auch ich sie gelesen. Mein Urtheil über die genannten Lehrbücher würde dadurch nicht anders geworden sein. Herr Kambly hat die vom H. O. gemachten Ausstellungen schon selber widerlegt; es mag mir gestattet sein, noch Einiges hinzuzufügen.

Es liegt mir durchaus fern, als Lobredner der Kambly'schen Lehrbücher aufzutreten, aber ich würde mich lächerlich und einer grossen Ueberhebung schuldig zu machen glauben, wenn ich ein Buch, das sich einer so grossen Verbreitung und einer so langen Dauer erfreut und das von so vielen Lehrern gebraucht wird, für unbrauchbar erklärte oder über dasselbe geringschätzig urtheilte. H. O. hält die Arithmetik von K. für unbrauchbar, die Planimetrie für in erhöhtem Masse unbrauchbar, stellenweise sogar für schädlich, die Trigonometrie einer absprechenden Kritik weniger bedürftig. H. O. ist zunächst der Ansicht, dass es unmöglich sei, über ein Schulbuch objectiv zu urtheilen, da die Subjectivität des Lehrers hier von zu grossem Einflusse sei. Wenn objectiv urtheilen und subjectiv urtheilen überhaupt einen Sinn hat, so kann für die Leser eines wissenschaftlichen Blattes nur ein objectives Urtheil Interesse haben, d. h. ein Urtheil, welches der Sache und den Verhältnissen gemäss ist, nicht ein subjectives Urtheil, welches der Person des urtheilenden Subjectes gemäss ist. Stellt jedoch der Recensent sein Urtheil als ein subjectives hin, so ist er auch

nicht zu allgemeinen Schlüssen berechtigt. Darin liegt keine Consequenz.

Ferner stellt H. O. zwei Gesichtspunkte auf, nach welchen ein Lehrbuch der Mathematik bearbeitet werden kann: entweder gibt es nur den Stoff, oder es gibt den Stoff nebst seiner Entwickelung. Wer es versucht, auch nur einen Theil eines mathem. Lehrbuches zu schreiben, wird bald einsehen, dass er mit solchen Gesichtspunkten nicht weit kommt. Was soll ein Lehrbuch sein, welches nur den Stoff gibt? Soll es nur Lehrsätze und Aufgaben ohne Beweise und Auflösungen enthalten? Das wären eben Lehrsätze und Aufgaben, aber doch kein Lehrbuch? Jeder praktische Schulmann und jeder Verfasser eines Lehrbuches wird wissen, dass zwischen jenen zwei einander schroff entgegenstehenden Gesichtspunkten, nach denen ein Lehrbuch verfasst werden kann, hundert Uebergänge und Mittelstufen möglich sind. Man denke sich nur die Schulen, an denen die Anfangsgründe der Mathematik gelehrt werden, wie sie K. gibt: Gymnasien, Realschulen, Gewerbeschulen, Bürgerschulen u. s. w. Man erwäge ferner den Standpunkt der Lehrer, welche den Unterricht ertheilen, hinsichtlich ihrer Bildung überhaupt und hinsichtlich ihrer Bildung in dem betreffenden Gegenstand. Hier ertheilt ein studirter Lehrer den Unterricht, dort gar ein Elementarlehrer; hier ein Mathematiker von Fach, dort ein Philologe oder Theologe; hier ein älterer, erfahrener Mathematiker, dort ein jüngerer, der eben erst von der Universität kommt. Man bringe ferner die Persönlichkeit des Lehrers in Anschlag: der eine wünscht ein Lehrbuch, dem er sich möglichst genau anschliessen kann; der andere will selbstständiger auftreten, wünscht nur das Allernothwendigste im Lehrbuche zu haben und das nach eigenem Ermessen zu ergänzen. Man rechne dazu den Standpunkt der Schüler, die Zahl der Schüler und die zugemessene Zeit, so ist begreiflich, dass die Verhältnisse, unter denen gerade ein bestimmtes Lehrbuch sich als besonders brauchbar erweist, sehr verschieden sein können. So verschieden aber die Verhältnisse sein können, so verschiedenartig können auch die Lehrbücher sein: hinsichtlich der Menge des Stoffes, der Art des Stoffes, der Einkleidung des Stoffes und der Ausarbeitung und Entwickelung des Stoffes für die Abfassung eines Lehrbuches, welches nicht für den Verfasser allein, sondern auch für andere Lehrer brauchbar sein soll, sagen die aufgestellten Principien sehr wenig, sind unbrauchbar, sogar schädlich. Ein wenig schulmännischer Tact thut hier überdies weit mehr, als alle Principien. Ein Lehrbuch kann unmöglich unter verschiedenen Verhältnissen zugleich vollständig passen; dasjenige Lehrbuch aber, welches unter den verschiedensten Verhältnissen immer noch leidlich brauchbar bleibt, wird das gesuchteste sein. Aus diesen Umständen erklärt sich sehr einfach die grosse Verbreitung der Kambly'schen

Bücher, ganz abgesehen davon, ob sie gerade für einen bestimmten Zweck besonders geeignet sind oder nicht. Wenn jedoch der Verfasser eines Schulbuchs wünscht, dass sein Buch auch bei anderen Lehrern Anklang findet, dass es an recht vielen Schulen eingeführt werde, dass es recht viele Auflagen erlebe,*) so bleibt uns schlechterdings nichts übrig, als die Bücher von Kambly als eine nicht unbedeutende Leistung anzuerkennen. Von der Verlagshandlung ist für die Verbreitung des Buches wohl nicht mehr gethan, als was jede grössere Verlagshandlung für ihre Verlagsartikel thut; überdies würde auch die renommirteste und thätigste Verlagshandlung die vielfache Einführung eines unbrauchbaren Buches auf die Dauer nicht sichern können. Das Buch ist auch nicht durch künstliche Mittel „in Zug“ gebracht, wie es bei Romanen und Zeitungen so vielfach geschieht, ist auch nicht zwangsweise von den Regierungen eingeführt worden, hat sich nicht durch einen viel versprechenden Titel vielleicht gar als ein Normalbuch angekündigt, — und doch sind seit einem Vierteljahrhundert die Lehrbücher von Kambly die verbreitetsten in Deutschland. Dass sie auf eine grosse Anstrengung und Sorgfalt des Verfassers schliessen lassen, kann man schwerlich behaupten. Sie sind gewiss in eben so viel Monaten geschrieben, als Jahre zur Abfassung anderer mathematischer Lehrbücher gehört haben; zu einer Seite ist vielleicht weniger Arbeit und Sorgfalt verwendet, als bei anderen Büchern zu einem Satze, und doch gelangen letztere oft nur mit genauer Noth zur zweiten Auflage und verschwinden dann vom Schauplatze ihres Wirkens. Die in mancher Beziehung ausgezeichneten Lehrbücher von Grunert z. B. finden sich fast nur noch als Antiquitäten. Wir stehen hier vor Thatsachen, welche den Verfassern von Schulbüchern viel, sehr viel zu denken geben. Die Zahl der Lehrbücher der Mathematik ist bereits Legion, und darunter sind recht tüchtige Leistungen; aber von diesen letzteren hat sich keins recht eingebürgert oder vor anderen einen wesentlichen Vorsprung erlangt. Folgende Erwägungen möchten wohl den Zusammenhang zwischen der Einrichtung der Kambly'schen Bücher und ihrem Erfolg erklärlich erscheinen lassen: 1) Die Schüler wünschen ein dünnes, kleines Buch; das macht ihnen Muth, sie gehen mit Vertrauen an die Arbeit, und wenig Material, gehörig verarbeitet, hat weit mehr Werth als viel, das kaum halb verstanden oder kaum gelernt auch schon wieder vergessen ist. Der Verfasser eines Lehrbuches, welcher sich in der Mittheilung seiner Kenntnisse nicht zu mässigen weiss, ist daher für den Erfolg seines Buches schlimmer daran, als der, welcher wenig Stoff zur Mittheilung hat oder sich nicht die Mühe gibt, ihn zu ordnen und zu entwickeln.

---

*) Von der Planimetrie von Kambly ist bereits die 42. Auflage erschienen.

Ist das Buch zu umfangreich, so werden die Schüler in dem Buche nicht heimisch, und die Masse des Materials wirkt entmuthigend auf sie. Auch die meisten Lehrer wünschen kein dickes Buch, wenn auch aus verschiedenen Gründen. Lehrer, welche nicht Mathematiker von Fach sind, oder Lehrer der unteren, zum Theil überfüllten Classen sind froh, wenn sie das Nothwendigste gehörig durchgemacht haben. Mathematiker von Fach wünschen ebenfalls nur das Nothwendigste; sie wollen ihre Selbständigkeit möglichst behalten, soweit es Zeit und Umstände erlauben, und daher nach eigenem Ermessen vortragen, was ihnen gut scheint, besonders schwierige Gegenstände. Ueberdies sind die Schüler der oberen Classen schon so weit entwickelt, dass sie nach dem Vortrage des Lehrers selber ein richtiges Heft anfertigen können, nachdem sie mit Hülfe eines einfachen Lehrbuches eine gute Grundlage gewonnen haben. In den unteren Classen aber kann ein Lehrbuch nicht gut entbehrt werden, da die Schüler noch nicht im Stande sind, ein ordentliches Heft auszuarbeiten, und das Dictiren eine grosse Zeitverschwendung ist. — 2) Das Buch muss den Schülern die Arbeit möglichst leicht und einfach machen, damit sie nur erst anfangen zu arbeiten, Einiges lernen und so Interesse für die Sache gewinnen. Da werden dann auch die Fortschritte nicht ausbleiben. Die Verfasser von manchen Lehrbüchern scheinen fast zu fürchten, dass sie den Schülern die Sache zu leicht machen; die Schüler lernen nicht denken, werden sich also wenig geistig entwickeln, wie sie glauben. Eine solche Furcht ist unbegründet. Die Wissenschaft ist ja schon im Kleinsten unendlich; es bleiben der Schwierigkeiten noch zahllose übrig, so dass es ja der Lehrer noch stets in seiner Gewalt hat, ob er den Schülern mehr zumuthen will oder nicht. Aber die Anfangsgründe müssen leicht und einfach sein. — 3) Die Seiten eines Lehrbuches dürfen nicht überfüllt sein. Das scheint ein unwesentlicher Umstand, ist es aber sicher nicht. Der Schüler will nicht wochenlang auf derselben Seite bleiben, das ermüdet ihn; er freut sich, wenn er seine Fortschritte mit eigenen Augen bemerken kann, wenn er bald einen wesentlichen Theil der mit seinem Büchlein, wie er glaubt, abgeschlossenen Wissenschaft inne hat. Sind die Sachen nicht nothwendig, so lasse man sie fort; sind sie nur für den Lehrer nothwendig, nicht für die Schüler, so genügt eine Andeutung.

Schiesslich möchte ich noch zwei Punkte aus der Recension des H. O. berühren. H. O. sagt, der binomische Satz verdiene besonders eine eingehende Behandlung. Diese Ansicht kann ich nicht theilen. Die praktische Bedeutung des binomischen Satzes ist in der Elementarmathematik eine untergeordnete, zumal dann, wenn er nur für ganze Exponenten behandelt wird. Man sieht es ja den besten Aufgabensammlungen gleich an, wie viel Mühe die Verfasser

gehabt haben, um nur eine leidlich genügende Anzahl einigermassen geniessbarer Aufgaben aufzustellen. Der Schwerpunkt der Arithmetik liegt in den Gleichungen, das ist ein grosses Gebiet. Auf sie arbeiten alle Operationen hin und von ihnen gehen alle Anwendungen aus; und will man für das Leben das Beste thun, so müssen die Schüler tüchtig in der Auflösung der eingekleideten Aufgaben geübt werden. Es gibt keinen Theil der ganzen Mathematik, der für die Gymnastik des Geistes geeigneter ist, als dieser. Da jede solcher Aufgaben sich auf sehr verschiedene Weise angreifen lässt, so hat der Lehrer darauf aufmerksam zu machen. Bei den Auseinandersetzungen, welche die Schüler hier zu machen haben, theils selbstständig, theils reproducirend, lernen sie denken und reden und ihre Kenntnisse auf die Verhältnisse des Lebens anwenden, wie sonst bei keinem Theil der ganzen Mathematik.

An der Planimetrie von K. tadelt H. O. die Stellung der Sätze: Wenn zwei Dreiecke übereinstimmen in zwei Seiten, aber nicht im eingeschlossenen Winkel u. s. w., und die Umkehrung dieses Satzes. Sie stehen bzw. beim ersten Congruenzsatz (zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel) und beim dritten (alle drei Seiten). Sie könnten noch lange entbehrt werden. Ich glaube, den genannten Sätzen kann keine passendere Stelle angewiesen werden, als die angegebene; denn die Sätze hängen so innig mit den betreffenden Congruenzsätzen zusammen, dass man jeden mit dem bezügl. Congruenzsatz zu einem einzigen Satze vereinigen kann, z. B.: Stimmen zwei Dreiecke in zwei Seiten überein, so richtet sich die dritte Seite nach dem eingeschlossenen Winkel; jenachdem dieser grösser, gleich oder kleiner ist in dem einen Dreieck als in dem andern, ist es auch die dritte Seite. Da man jedoch die Sätze abgesondert nicht entbehren kann, so würde zwar ein solcher Lehrsatz sich nicht zum Hauptlehrsatz oder Obersatz eignen, es würde aber jedenfalls zur Klarheit beitragen, wenn man die Schüler in der Weise auf den Zusammenhang der Sätze aufmerksam machte. Ein solcher Zusammenhang ist jedoch nicht so ersichtlich, wenn die Sätze weit von einander entfernt stehen.

Brandenburg a. H. E. Bardey.

Literarische Berichte.

A) Recensionen und Anzeigen.

a) Mathematik.

DIEKMANN, DR. JOSEF, Einleitung in die Lehre von den Determinanten und ihrer Anwendung auf dem Gebiete der niederen Mathematik; zum Gebrauch an Gymnasien, Realschulen und anderen höheren Lehranstalten, sowie zum Selbstunterricht. Essen 1876, G. D. Bädeker. (VIII u. 88 S.)

Je mehr die Meinung Boden gewinnt, die Lehre von den Determinanten dem elementarmathematischen Unterrichte des Gymnasiums einzufügen, um so reicher wird natürlich auch die Literatur an solchen Schriften, welche diese Theorie in einer dieser Unterrichtsstufe entsprechenden Form zu verarbeiten suchen, und da weder über die Frage des „ob" noch über die Frage des „wie" Einigkeit unter der Mehrzahl der Mathematiklehrer besteht, so ist jeder neue Versuch in dieser Richtung, namentlich wenn er auf dem Boden der Schule selbst gereift ist, mit Freuden zu begrüssen. In diesem Sinne hat denn auch Herr Diekmann eine sehr dankenswerthe Arbeit übernommen, indem er uns seine Methode der Darstellung der Determinantentheorie vorführt. Wir kennen dieselbe bereits zum Theil aus einer Folge von Abhandlungen im sechsten Jahrgang dieser Zeitschrift; allein man würde sehr irren, wollte man vorliegende Schrift als einen einfachen Abdruck jener Artikel halten, wesshalb ich bei meiner Besprechung von jenen Vorläufern gegenwärtiger Schrift absehe.

Nachdem sich Herr Diekmann in der Vorrede über verschiedene Mängel des Unterrichts in der Arithmetik und Algebra ausgesprochen, namentlich „dass das formale Bildungselement vor dem operativen zurücktritt," sagt der Verfasser, dass „wie bis jetzt der Lehrplan vorgeschrieben, am besten da mit den Determinanten begonnen wird, wo darauf gestossen wird, nämlich bei den lineären Gleichungen mit mehreren Unbekannten." Mit diesen Auseinandersetzungen vollkommen einverstanden, begreife ich nun aber nicht, warum Herr Diekmann nicht auch wirklich mit den linearen Gleichungen beginnt, wie es

Hattendorf und Reidt gethan haben. Das Schwierigste in der Determinantenlehre ist offenbar die Darstellung des Determinantenbegriffes selbst. Man kann entweder den Begriff vollendet an die Spitze stellen, wie es bei Baltzer und Günther — bei letzterem nach einer historischen Einleitung — geschieht, oder aber wie Hesse, Hattendorf, Dölp und Reidt verfahren, denselben allmählich entwickeln. Keines von beiden thut Herr Diekmann. An der Spitze des Buches steht folgende Definition:

„Werden n^2 Grössen in n Horizontal- und n Verticalreihen geordnet, so versteht man unter Determinante des Systems ein Aggregat von Producten aus obigen Elementen, welches in folgender Weise bestimmt ist:

1) Jedes Product hat n Factoren aus vorstehenden Elementen, nur darf darin aus jeder Horizontal- oder Verticalreihe nicht mehr als ein einziges als Factor vorkommen.

2) Die Hälfte der Producte ist positiv, die andere negativ."

Nach dieser nur stückweise gegebenen allgemeinen Definition bricht die Entwickelung ab, und beginnt Herr Diekmann die Determinanten zweiten, dritten, vierten und zuletzt n^{ten} Grades zu entwickeln, indem jede Determinante dargestellt wird als ein Aggregat von Producten gebildet aus den Elementen einer Reihe multiplicirt mit den zugehörigen Unterdeterminanten. Indem ich nun gleichfalls der Meinung bin, diese recurrirende Entwicklungsform für das methodisch Richtigste zu halten, habe ich doch gegen die Darstellungsweise des geehrten Herrn Verfassers folgende Bedenken.

Die Entwicklung des Vorzeichengesetzes ist nicht hinreichend klar. Dass beim Uebergang von einer Reihe zur andern das Zeichen gewechselt werden soll, ist natürlich willkürliche Festsetzung, in der Darstellung Diekmanns aber unter die Begründung vermengt — für Zwecke der Schule einigermassen bedenklich.

Nachdem ferner an der Spitze des Buches mit der allgemeinen Definition der Determinanten begonnen war, stand doch zu erwarten, dass die dort gelassene Lücke rücksichtlich der Vorzeichen ausgefüllt würde. Das thut nun Herr Diekmann nicht. Ich kann mich damit einverstanden erklären, dass in einem als „Einleitung" überschriebenen und für Zwecke des Gymnasialunterrichts bestimmten Buche die allgemeine Theorie der Determinanten n^{ten} Grades als nur von theoretischem Werth weggelassen werde — und Herr Diekmann verfährt in diesem Sinne, indem durch das ganze Buch nur Determinanten specieller Grade vorkommen, und auch alle Gesetze nur speciell bewiesen werden —, aber dann ist auch nicht einzusehen, zu welchem Zwecke obige allgemeine Definition an die Spitze gestellt wurde. Im Interesse der Klarheit und Consequenz wäre sie besser weggeblieben.

Ein anderer Einwand betrifft die Vorzeichenstellung der Unterdeterminanten. Es ist doch ziemlich allgemein geltendes Uebereinkommen, das nach dem Charakter des betreffenden Elementes zu

wählende Vorzeichen — Herr Diekmann unterscheidet Elemente „geraden und ungeraden Charakters“ — mit in die Definition der Unterdeterminanten aufzunehmen, wodurch viel grössere Klarheit, Einfachheit und Eleganz erzielt wird. Man erhält dann die Determinante in der Form:

$$\begin{aligned} R &= a_1 A_1 + a_2 A_2 + a_3 A_3 \\ &= b_1 B_1 + b_2 B_2 + b_3 B_3 \\ &= c_1 C_1 + c_2 C_2 + c_3 C_3. \end{aligned}$$

Bei Diekmann aber hat sie die Form:

$$R = a_1 A_1 - a_2 A_2 + a_3 A_3$$

und daraus entspringt dann die störende Bemerkung, dass wenn man nach den Elementen der zweiten Verticalreihe entwickelt hätte, man grade den negativen Werth von R erhalten hätte. Bei der später folgenden Entwicklung der Unterdeterminanten zweiter und dritter Ordnung macht sich dieser Misstand auch sehr erheblich fühlbar.

Im unmittelbaren Anschluss an die Entwicklung des Determinantenbegriffes erscheinen die bekannten fundamentalen Sätze der Determinantentheorie, alle wie oben bemerkt, nur an speciellen Formen bewiesen. Beispiele in hinreichender Anzahl und vortrefflicher Auswahl begleiten die Darstellung hier wie überall, für den Lehrer eine sehr werthvolle Beigabe, da mir nur in dem Buche von Reidt eine Bespielsammlung zur Determinantentheorie bekannt ist. Dass die Resultate beigesetzt sind, und zum Theil auch eine Anleitung zur Lösung gegeben ist, verdient für den vorliegenden Fall gewiss unbedingte Billigung. Zu bemerken ist nur, dass bei Satz 1.:

> „Eine Determinante ändert das Vorzeichen, wenn wir zwei aufeinanderfolgende Reihen miteinander vertauschen.“

die Verallgemeinerung auf Reihen überhaupt fehlt, und ebenso fehlt der Satz, dass man Horizontal- und Verticalreihen vertauschen könne. Diesen letzteren als selbstverständlich zu erachten ist doch nicht wohl thunlich. Auch die Entwicklung der Determinanten nach Potenzen eines Summanden der Elemente der Hauptdiagonale, sowie die Darstellung symmetrischer und symmetraler Determinanten ist gegeben. Ueber die dann folgende Entwicklung der Minoren ist ausser dem Obigen nichts mehr zu bemerken. Die Zerlegung einer Determinante nach ihren Minoren findet sich nicht, was mit dem Charakter des Buches im Einklang steht und wohl auch darin seinen Grund haben mag, dass Herr Diekmann die Determinantentheorie „möglichst unabhängig von den Permutationen“ machen will.

Das nächste Capitel enthält die Anwendung auf die Lehre von den Gleichungen, und zwar wird mit den homogenen Gleichungen begonnen. Die Bezout'sche Eliminationsmethode wird im Anschluss an die Theorie der homogenen Gleichungen gelehrt. Bei Satz 13.:

„In einem vollständigen System von homogenen Gleichungen verhalten sich die Unbekannten wie die zugehörigen Unterdeterminanten ihrer Coefficienten."

vermisse ich die Erwähnung, dass das Verhältniss der Unterdeterminanten für alle Horizontalreihen dasselbe sei. In den mir bekannten deutschen Lehrbüchern ist dieser Satz nirgends erwähnt, wogegen ich in Mansion, „éléments de la théorie des déterminants" einen sehr schönen Beweis hiefür gefunden. Im Anschluss hieran werden auch die Kettenbruchdeterminanten gezeigt, hier jedoch, auffallender Weise, bis zum n^{ten} Grade vordringend.

Der nächste § zeigt eine Reihe von äusserst interessanten und lehrreichen Anwendungen der Determinantenformen auf Auflösung von Gleichungen höheren Grades natürlich von specieller Form. Es ist dieser § gewiss ein charakteristischer Vorzug des Diekmann'schen Buches.

Das vierte Capitel behandelt das Multiplicationstheorem und zwar in einer Weise, mit der ich mich in hohem Grade einverstanden erklären muss. Die Entwickelung ist eine genetische, doch aber wird nicht versäumt auch den synthetischen Beweis zu führen. Eine solche Vereinigung beider Methoden ist hier wie überall von einem durchschlagenden Erfolg. Dass der Beweis nur an zwei Determinanten dritten Grades geführt ist, erscheint nach der Anlage des Buches als selbstverständlich.

Nun folgen eine Reihe von Entwicklungen aus der Theorie der Gleichungen, die man bis jetzt nicht in elementarmathematischen Lehrbüchern zu finden gewohnt war. Es wird gehandelt von Linearsubstitutionen und Invarianten, Resultanten und Discriminanten etc. Hieran reiht sich eine Darstellung der Auflösung der Gleichungen zweiten Grades, die Auflösung cubischer und biquadratischer Gleichungen. Ein besonderer § handelt von der cyklischen Projectivität und schliesslich kommen die Anwendungen aus der analytischen Geometrie. Es ist dieser Theil des Buches äusserst interessant für den Lehrer der Elementarmathematik, allein für die Schüler unserer Gymnasien ist diese Abhandlung sowohl dem Inhalt als der Form nach zu hoch. Es meint zwar Herr Diekmann, „es sei der Sache nur ein gelehrter Mantel umgehängt," allein es geht doch auch die Materie der Sache über die Zwecke unseres Gymnasialunterrichts weit hinaus. Dagegen bin ich darin mit Herrn Diekmann in Uebereinstimmung, dass die Lehre von den Gleichungen „inhaltlicher" zu gestalten sei und meine, hiezu dürfte die Determinantentheorie sehr viel beitragen. Auch wird ein jeder Lehrer der Mathematik, der mit dieser Bestrebung einverstanden ist, die Arbeit von Herrn Diekmann als einen sehr werthvollen Anhaltspunkt begrüssen. Dass auch in formeller Hinsicht die fraglichen Abhandlungen die Gränzen unseres Gymnasialunterrichts übersteigen, geht daraus hervor, dass die geo-

metrische Interpretation algebraischer Formen, der Begriff der Function (zwar nicht direct, aber indirect durch den Gebrauch des Wortes „Variabeln") vorausgesetzt wird. Einzelne Abschnitte, nämlich die Auflösung der quadratischen und biquadratischen Gleichungen, sind den Lesern dieser Zeitschrift aus Jahrgang IV und VII bereits bekannt.

Die typographische Ausstattung ist vorzüglich. Zu tadeln ist nur die Schreibweise:

$$\left|\begin{array}{cc} b & c \\ b_1 & c_1 \\ \hline a & b \\ a_1 & b_1 \end{array}\right| \quad \text{statt} \quad \frac{\begin{vmatrix} b & c \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix}}$$

Aus dem Gesagten geht hervor, dass die Arbeit des Herrn Diekmann als eine für den Unterricht sehr verdienstvolle anzusehen, und Lehrern der Elementarmathematik, die sie etwa noch nicht kennen sollten, zum Studium angelegentlichst zu empfehlen ist. Für Schulzwecke sowie für den Selbstunterricht dürfte jedoch noch immer Reidt's treffliches Büchlein an erster Stelle zu empfehlen sein.

München. ADOLF SICKENBERGER.

Zwei Urtheile über die „absolute Geometrie" im Anschluss an Dr. Frischaufs Buch.

FRISCHAUF, Dr. J. (Prof. a. d. Universität Graz), Elemente der absoluten Geometrie. Leipzig 1876. B. G. Teubner. 142 u. VI. S. Oct. Preis: 3,40 M.

I. Die Grundlage für das vorliegende Werk bildet nach der Vorrede die i. J. 1872 erschienene „absolute Geometrie nach J. Bolyai" von demselben Verfasser[1]). Der Unterschied beider Werke wird schon durch den Titel angedeutet; während das frühere sich eng an Bolyai anschliesst, soll in dem neuen eine vollständige Untersuchung der geometrischen Voraussetzungen und eine übersichtliche Zusammenstellung aller Resultate gegeben werden, welche über die vom Parallelaxiom unabhängigen Raumformen gewonnen sind. In der That eine schwierige Aufgabe! Suchen wir zu erforschen, wie weit dieselbe als gelöst betrachtet werden kann.

Der reiche Lehrstoff ist auf drei Bücher vertheilt, von denen das erste auf 20 Seiten die Voraussetzungen und Grundgebilde erörtert; das zweite widmet dem unendlichen Raume 80 Seiten; im

1) Einige Versehen des früheren Werkes (z. B. Art. 34., S. 42 u. Anhang S. 88) sind in diesem (Art. 67., S. 69 resp. Art. 16., S. 17) verbessert worden.



Anfange des dritten Buches wird auf 8 Seiten der endliche Raum und der Zusammenhang der verschiedenen Geometrien erörtert; den Schluss bilden allgemeine analytische Untersuchungen (S. 109—132). Werthvolle Erläuterungen zu einzelnen Theilen sind als Anhang beigegeben.

Die Art der Darstellung ist nicht überall dieselbe. Während das zweite Buch Lehrsatz und Beweis trennt, tritt in den beiden andern die fortlaufende Entwicklung in den Vordergrund. Für den analytischen Theil ist die letztere Art die natürlichste; dagegen scheint es uns nothwendig, bei Untersuchungen über die Grundlagen einer Wissenschaft, also im ersten Buche, scharf zu trennen, was Voraussetzung und was Folgerung sei, uud das wäre bei der ersten Art der Darstellung wahrscheinlich besser erreicht worden. Es handelt sich hier zunächst um die Entwicklung der Begriffe: Raum, Fläche, Linie und Punkt; congruent; begrenzt und unbegrenzt; endlich und unendlich. So werthvoll die gegebenen Darlegungen auch sind, können sie nicht als erschöpfend betrachtet werden; denn sie stützen sich nicht auf allgemeine Begriffe, sondern auf Vorstellungen von sehr beschränktem Charakter. Auch in dem zweiten Theile, wo die Existenz der Geraden und der Ebene vermittels der Kugelfläche und der Kreislinie hergeleitet wird, muss öfter die Anschauung den fehlenden Beweis ersetzen. Das gilt namentlich von drei Behauptungen, die nothwendige Glieder in der gegebenen Beweiskette bilden, nämlich:

1) Zwei Kugelflächen, von denen die eine theilweise innerhalb und theilweise ausserhalb der andern liegt, schneiden sich in einer einzigen Linie.

2) Diese Linie ist geschlossen.

3) Jeder Körper kann so bewegt werden, dass zwei beliebige seiner Punkte ihre Lage vertauschen, oder es ist:

$$\overline{AB} \cong \overline{BA}.$$

Es sei gestattet, den Gang der Entwicklungen in Art. 8—13 in etwas veränderter Form darzulegen, um einige weitere Bemerkungen anzuknüpfen.

Bei der Bewegung irgend einer Figur muss man dieselbe betrachten als einem starren Körper angehörig und diesem die Möglichkeit zuschreiben, durch starre Hinzufügung neuer Körper unbegrenzt vergrössert zu werden. Der Körper kann noch bewegt werden bei der Ruhe zweier Punkte; dann zeigt sich (Art. 12.), dass bei dieser Bewegung noch alle Punkte einer einzigen unbegrenzten Linie in Ruhe bleiben; diese Linie enthält auch die ersten beiden Punkte; sie heisst eine Gerade. Die Bewegung und somit auch die ruhende Linie ändert sich nicht, wenn irgend zwei andere Punkte derselben als ruhend vorausgesetzt werden. Hier stellen

sich aber zwei verschiedene Raumformen als möglich dar: entweder kann bei der Ruhe eines Punktes jeder zweite noch alle Lagen auf einer Fläche annehmen, oder bei der Ruhe eines Punktes bleibt nothwendig auch ein zweiter in Ruhe. Für den letzten Fall ergibt sich aber leicht, dass jeder dritte alsdann noch auf einer Fläche bewegt werden kann; diese theilt den Raum in zwei Theile, von denen jeder einen ruhenden Punkt enthält. Zwei solche Punkte mögen Gegenpunkte von einander heissen. Weiter ergibt sich, dass alle Geraden, die einen Punkt gemeinschaftlich haben, noch durch den Gegenpunkt desselben gehen, und dass die Gerade eine geschlossene Linie ist. Demnach muss der zweite Raum als endlich bezeichnet werden. Derselbe zeigt noch folgende Eigenschaften: Durch zwei sich schneidende Gerade lässt sich immer eine einzige Ebene (definirt in Art. 14.) legen; dieselbe ist umkehrbar; zwei Ebenen haben immer eine Gerade gemeinschaftlich; jede Gerade hat mit einer Ebene entweder ein Paar von Gegenpunkten gemeinschaftlich oder gehört ihr ganz an; drei Ebenen gehen entweder durch dieselbe Gerade oder haben ein Paar von Gegenpunkten gemeinschaftlich.

Der letzte Theil der angedeuteten Entwicklungen findet sich nicht im vorliegenden Werke. Desshalb fehlt jede Verbindung zwischen dem ersten und zweiten Buche. Erst nach Art. 40. findet sich die Bemerkung, dass bei dem Beweise der Art. 20., 21. u. flgd. die stillschweigende Voraussetzung der Unendlichkeit des Raumes gemacht sei. Aber das liesse sich noch entschuldigen; dagegen müssen wir es als Fehler bezeichnen, dass die gleiche Annahme stillschweigend auch den Art. 8.—20. des ersten Buches zu Grunde liegen soll. Und doch lässt sich nur so ein Widerspruch zwischen Art. 14. und Art. 105. erklären. An der ersten Stelle heisst es: „Die Ebene ist eine umkehrbare Fläche," was wir soeben als allgemein richtig bezeichneten. Dagegen wird in Art. 105. für den endlichen Raum der Beweis des Gegentheils versucht; derselbe ist uns, wie wir gestehen müssen, unverständlich geblieben. Ueberhaupt ist der endliche Raum sehr geringschätzig behandelt. Nur die Planimetrie desselben hat eine eigene Darlegung gefunden; Untersuchungen „aus der Stereometrie" werden als unmöglich bezeichnet, und die selbstständige Geometrie des endlichen Raumes wird zwecklos genannt. Unseres Erachtens ist aber eine Geometrie ohne Stereometrie vielmehr eine unmögliche, als eine zwecklose.

Für die Zwecklosigkeit einer eigenen Geometrie des endlichen Raumes wird noch der weitere Grund angegeben, dass der unendliche Raum unter seinen Objecten die des endlichen Raumes enthalte (Art. 105. und 123. am Ende); demnach wird die Ansicht von der Selbstständigkeit der verschiedenen Geometrien als falsch bezeichnet. Indessen ergibt sich schon aus den obigen Andeutungen eine Grundverschiedenheit. In der That ist die Behauptung des

Verfassers nur theilweise richtig; die Ebene des endlichen Raumes z. B. stimmt mit einer Kugelfläche des unendlichen nur in denjenigen Eigenschaften überein, bei denen die betreffende Fläche für sich betrachtet wird; dagegen treten Verschiedenheiten ein, sobald man jede mit andern Gebilden des Raumes zusammenstellt.

Da wir bereits bei der Besprechung den Gang des Werkes verlassen haben, so möchten wir hier die analytischen Entwicklungen erwähnen, die den Schluss des dritten Buches bilden. Wir finden hier zunächst die Darlegung der allgemeinen Projectivität, dann Untersuchungen über das Krümmungsmass, und den Schluss bilden Riemann's und Helmholtz's Raumtheorien mit Zusätzen nach Beltrami. Die Beweise sind einfach und leicht verständlich. Nur solche Sätze werden vorausgesetzt, deren Herleitung sich in Joachimsthal's „Anwendung d. Diff.- und Int.-Rechnung" findet. In Auswahl wie Behandlung möchte daher wohl das Richtige getroffen sein. Ein besonderes Verdienst haben die reichlichen Quellenangaben, in denen der Leser für jede in Betracht kommende Frage das vollständige literarische Material findet. Nur für stetige Functionen ohne Differentialquotienten wäre es besser gewesen, statt Hankels „Untersuchungen" die Abhandlung von Du Bois-Reymond (Borchardt's Journal B. 79, S. 21) zu citiren.

Das zweite Buch, zu dessen Besprechung wir jetzt übergehen, behandelt den unendlichen Raum. Dieser Theil ist nicht nur der umfangreichste, sondern auch der gelungenste. Die 80 Seiten desselben umfassen eine erstaunliche Fülle des Stoffes in trefflicher Anordnung, bei scharfer bestimmter Sprache und mit einfachen strengen Beweisen. Den Anfang bilden die Untersuchungen Legendre's über die Winkelsumme eines Dreiecks und einige Sätze über nichtschneidende Gerade derselben Ebene. Somit stellt sich auch die Möglichkeit der beiden Geometrien in doppelter Weise dar. Ihr Unterschied leuchtet bei den Folgerungen noch mehr hervor.

Die Euklidische Geometrie muss nämlich der Ebene zwei wichtige Eigenschaften beilegen:

1) Alle Punkte, die gegen eine Ebene in demselben Raumtheile liegen und von ihr gleichen Abstand haben, gehören einer zweiten Ebene an.

2) Wenn zu der einen Richtung AA' einer Geraden alle Parallelen MM' gezogen werden und M auf jeder so bestimmt wird, dass $\sphericalangle A'AM = \sphericalangle M'MA$ ist, so liegen die Punkte M auf derselben Ebene.

In der Nicht-Euklidischen Geometrie kommen diese Eigenschaften krummen Flächen zu. An die Betrachtung derselben schliessen sich die wichtigsten Eigenschaften dieser Raumform an. Die ersteren Flächen oder vielmehr die für die Ebene erhaltenen Linien gleichen Abstandes führen zu dem Zusammenhang der Fläche eines Dreiecks

mit seiner Winkelsumme. Man hat nur die selbstverständliche Eigenschaft einer jeden solchen Linie zu benutzen, dass sie in sich verschiebbar ist.

Einige Sätze aus der Stereometrie führen sodann zu dem Ergebniss, dass auch die zweite soeben definirte Fläche, die Grenzfläche, in sich verschiebbar ist. Daher sind auch alle Linien, die Grenzlinien, congruent, in denen sie von einer durch eine Parallele gelegten Ebene geschnitten wird. Diese Fläche ist aber darum von besonderer Wichtigkeit, weil sich alle Eigenschaften der Euklidischen Ebene, bei denen diese nur für sich betrachtet wird, auf die Grenzfläche übertragen lassen, sobald man die Geraden der ersteren durch Grenzlinien ersetzt. Namentlich gelten die Aehnlichkeitslehre, die Trigonometrie und die analytische Geometrie alsdann ganz genau für die Grenzfläche des Nicht-Euklidischen Raumes. Dadurch sind wir befähigt, entsprechende Untersuchungen auch für die Ebene anzustellen, vor allem also die räumlichen und ebenen Gebilde der Rechnung zu unterziehen Das ist denn auch hier in grosser Vollständigkeit geschehen. Wir finden ausser einigen wichtigen Constructionsaufgaben die Messung von Bogen der Grenzlinie, der Linien gleichen Abstandes und der Kreise; daran schliesst sich eine vollständige ebene Trigonometrie, sowie der Nachweis, dass die sphärische vom Parallelaxiom unabhängig ist. In der analytischen Geometrie werden drei verschiedene Coordinatensysteme benutzt, von denen allerdings das bereits von Bolyai aufgestellte die meiste Anwendung findet. Flächen- und Inhaltsbestimmungen bilden den Schluss dieses Theiles. Zu den meisten Resultaten der Euklidischen Geometrie, die in den gewöhnlichen Lehrbüchern mitgetheilt werden, ist das Analogon angegeben. Manches von dem hier Gebotenen ist das volle Eigenthum des Verfassers, alles aber zu einem einheitlichen Ganzen vereinigt.

Nur zwei Punkte möchten wir gern in etwas anderer Weise behandelt sehen.

In Art. 32, 2) und Art. 34. wird die Annahme gemacht, dass, wenn sich zwei Gerade in einer Richtung immer mehr nähern, ihre Entfernung kleiner werden muss, als jede angebbare Grösse. Diese nicht bewiesene Annahme liess sich leicht vermeiden durch Rücksichtnahme auf Art. 24.

In der Anmerkung zu Art. 53. werden die trigonometrischen Functionen durch die bekannten Reihen definirt und daraus geschlossen, dass sie auf der Grenzfläche dieselbe Verwendung finden, wie in der Euklidischen Planimetrie. Wir möchten lieber sagen: Man definire Functionen in derselben Weise, wie die trigonometrischen in der Euklidischen Geometrie, indem man die Ebene durch die Grenzfläche und die Gerade durch die Grenzlinie ersetzt. Diese haben alsdann alle Eigenschaften mit jenen gemeinschaftlich, sind also mit ihnen identisch.

So glauben wir denn zum Schlusse die Ueberzeugung aussprechen zu dürfen, dass sich der Herr Verfasser durch dieses Werk den Dank der Mathematiker in hohem Grade verdient hat. Das Studium desselben wird segensreich wirken, einmal weil es mit einer Fülle von Resultaten bekannt macht, dann weil es zu neuen Forschungen anregt. Und manches interessante Resultat kann hier noch gewonnen werden. So fehlt uns noch ein Coordinatensystem, das die Eintheilung der Curven und Flächen nach Ordnung und Classe gestattete und geometrische Anschaulichkeit mit Eleganz der Formeln vereinigte. Wir hoffen, die weitere Verbreitung der gewonnenen Resultate wird die Auffindung neuer nach sich ziehen.

Berlin. Dr. Killing.

II. Die Redaction erhielt über das vorstehend recensirte Werk noch folgende Zuschrift, die wir des Zusammenhanges halber (statt in die kl. Mittheilungen) lieber hierher setzen:

Sehr geehrter Herr Redacteur! Zu den nachstehenden Bemerkungen, denen ich in der „Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht“ einen Platz zu gönnen ganz ergebenst bitte, veranlasst mich das in dieser Zeitschrift bereits signalisirte Buch des Herrn Prof. Frischauf: Elemente der absoluten Geometrie.

Dieses Buch hat nach der Vorrede den Zweck, das Bedürfniss nach Aufklärung der Dunkelheit in den Principien der Geometrie zu befriedigen, dabei bildet indessen die Bolyaische Geometrie so sehr Ausgangspunkt und Centrum der Auseinandersetzung, dass man die weitere Verbreitung der Bolyaischen geometrischen Anschauung wohl als den Hauptzweck des Buches ansehen darf. Für die Bolyaische Behauptung der Unbeweisbarkeit des sogenannten elften Euklidischen Axioms verspricht der Verf. einen Beweis (Art. 28.). — Wenn er weiterhin (Art. 63.) sagt, dass diese Unbeweisbarkeit nunmehr klar zu Tage liege, so beruft er sich dabei offenbar auf die in den vorhergehenden Artikeln geleistete Aufstellung des von der Euklidischen Voraussetzung freien Systems der „absoluten Geometrie.“

Diese ganze Argumentation steht aber in der Luft. Denn der genannte von Euklides als Axiom aufgestellte Satz ist beweisbar. Es ist allgemein bekannt und wird auch von Frischauf eingehend erörtert, inwiefern die Euklidische Parallelentheorie und der Satz, dass die Summe der Dreieckswinkel 2 Rechte beträgt, sich gegenseitig bedingen. Dieser letztere Satz lässt sich nun in aller Strenge, wie folgt, beweisen:

Verlängert man beim Dreieck ABC, AB über B hinaus bis D, BC über C hinaus bis E, CA über A hinaus bis F, und verschiebt eine beliebige Strecke auf AD von A aus, bis ihr Anfangspunkt

nach B fällt, bringt sie durch Drehung um den Winkel DBC auf die Linie BC, verschiebt sie auf dieser, bis ihr Anfangspunkt nach C fällt, dreht sie jetzt um den Winkel ECA und dadurch in die Linie CA hinein, und verschiebt sie auf's Neue, bis ihr Anfangspunkt nach A fällt, so bedarf es nur noch der Drehung um den Winkel FAB, damit diese Strecke ihre ursprüngliche Lage wieder erhält. Die Bewegung der Strecke setzt sich aus Fortschreitung (Verschiebung) und Drehung zusammen, da sie in ihre alte Lage zurückgelangt ist, muss die Gesammtdrehung, d. h. die Summe der 3 Drehungswinkel 4 Rechte betragen. $\sphericalangle DBC + ECA + FAB = 2\pi$. Diese Drehungswinkel sind aber Nebenwinkel der Dreieckswinkel, deren Summe mithin 2 Rechte ausmacht.*) Diese Betrachtung, die, wie man sieht, auch auf Polygone von grösserer Seitenzahl anwendbar ist und unmittelbar ergibt, dass die Winkelsumme eines (keinen Doppelpunkt enthaltenden) n-Ecks $2n - 4$ Rechte beträgt, hat jedenfalls den Vorzug der Natürlichkeit, sie dürfte aber auch hinsichtlich der Schärfe allen Anforderungen genügen.*) Denn sie stützt sich wesentlich auf die Eigenschaft der geraden Linie, durch 2 Punkte eindeutig bestimmt, oder was dasselbe ist, aus congruenten Stücken zusammengesetzt und umkehrbar zu sein. Denn diese Eigenschaft verschafft der geraden Linie ihre Verwendung als Bestimmungsstück des Winkels, der bekanntlich auch da, wo er als Winkel zwischen krummen Linien auftritt, ein Winkel zwischen Geraden, nämlich den an die krummen Linien gezogenen Tangenten ist. In Wahrheit enthält der Satz, dass die Winkelsumme des Dreiecks constant ist, nichts als eine einfache Folgerung aus dem Fundamentalprincip unserer Raumanschauung, dass alle Bewegung sich aus Drehung und Fortschreitung zusammensetzt. Dieses Princip benutzt die „absolute Geometrie" ebenso, wie die Euklidische.

Der auf der Hand liegenden Klarheit dieser Argumentation gegenüber verliert das System der „absoluten Geometrie" jede Beweiskraft; die Untersuchung, in welchen Sätzen dieses Systems, das an Künstlichkeit der Beweise ohnehin der Euklidischen Geometrie nichts nachgibt, der Trugschluss sitzt, ist auch von keinem allgemeineren Interesse. Wohl aber beansprucht ein solches Interesse die Frage nach der Quelle der vollkommen irrigen, in der Bolyaischen Theorie zum Ausdruck gebrachten geometrischen Anschauung. Diese

*) Einen im Princip von dem oben mitgetheilten nicht verschiedenen Beweis gibt Kruse in seinen „Elementen der Geometrie," wie ich aus der Scherling'schen Recension dieses Buches in d. Zeitschr. ersehe. Vermuthlich haben auch noch andere Mathematiker in ihrer Schulpraxis ähnliche Beweismethoden angewendet. †) D. Verf.

†) Man sehe dieselbe auch in unseren Aufsätzen über den Begriff „Richtung" im 3. und 4. Bde. d. Zeitschr., bes. IV, 106. D. Red.



Quelle scheint mir der unglückselige Satz zu sein, „dass zwei parallele Linien sich im Unendlichen schneiden.“*) Aus diesem Satze, den wohl auch diejenigen Mathematiker, denen er später in Fleisch und Blut übergegangen ist, bei seinem ersten Entgegentreten eben nur hinuntergewürgt haben, fliesst der Begriff „des unendlich fernen Punktes einer Geraden.“ Dieser Begriff ist in sich widersprechend, denn die Existenz einzelner unendlich ferner Punkte ist mit dem Begriff der Unendlichkeit nicht verträglich — mindestens würde er eine petitio principii involviren, vor der gerade ein Buch sich hüten sollte, das gegen willkürliche Voraussetzungen Front macht, wie das Frischaufsche.

Nun ist aber der ganze eben erwähnte Satz einfach unwahr. Zwei parallele Linien schneiden sich nie und nirgends, sie haben einen constanten Abstand, der, wie weit man auch geht, sich nicht vermindert und folglich auch „im Unendlichen“ nicht gleich Null ist. Unrichtig ist demnach auch die von Frischauf gegebene Definition, eine Parallele zu einer Geraden sei die gemeinsame Grenze der schneidenden und nicht schneidenden Geraden in Bezug auf jene Gerade, die Parallele zu einer Geraden durch einen Punkt ausserhalb derselben ist vielmehr die gemeinschaftliche Grenze der sich dieser Geraden nähernden und der sich von ihr entfernenden — oder, wenn man lieber will, der sich ihr nach rechts und der sich ihr nach links nähernden Geraden, die man durch jenen Punkt ziehen kann. Alle diese Linien schneiden früher oder später die erwähnte Gerade, die einzige Parallele schneidet sie nicht und darin offenbart sich weiter nichts, als ein Beispiel für den auch sonst in der Mathematik nicht unerhörten Zustand, wo ein sich nach einer Seite als stetig darstellendes Verhältniss für eine andere Auffassung Unstetigkeitspunkte darbietet. Dass man nun 2 parallele Gerade als Linien mit unendlich entferntem Schnittpunkt ansieht, hat seinen Grund und seine Berechtigung lediglich in dem formalen, auch von Frischauf (Art. 40, Anm. 1, Al. 1) richtig angegebenen Nutzen, den diese Anschauung für die Zusammenfassung sonst getrennt zu behandelnder Sätze gewährt. Materiell ist sie völlig bedeutungslos.

Alle Speculationen, die auf der in dem erwähnten unglücklichen und unklaren Satze zum Ausdruck gebrachten Anschauung beruhen,

---

*) Um diesen Satz dreht sich ja eben die ganze Discussion, welche Fiedler in der Vorrede zur 2. Aufl. seiner darst. Geom. „lamentabel und compromittabel“ nennt. (S. d. Jahrg. S. 253 unter „Angriff auf diese Zeitschrift,“ wo auch in einer Anmerk. sämmtl. Aufsätze über dieses Thema citirt sind.) Auch Frischauf nennt im Vorwort zu seinem obengen. Buche diesen Streit einen „in höchst unduldsamer und leidenschaftlicher Weise geführten,“ — ob mit Recht, bleibe hier dahingestellt. D. Red.



sind leere Hirngespinnste.*) So klar dies nun auch im Allgemeinen sein dürfte, muss ich doch noch auf eine Consequenz dieser Anschauung eingehen, um einen gerade von den Anhängern der Bolyaischen Theorie zu befürchtenden Einwand von vornherein abzuweisen. Die Bolyaischen Parallelen nämlich haben allerdings keinen constanten Abstand, sondern nähern sich allmälig, um sich „im Unendlichen“ zu schneiden. Da sie dann aber einen Winkel von der Grösse Null bilden, so geräth man auf 2 von demselben („dem unendlich fernen“) Punkte unter diesem Winkel ausgehende Gerade, die nicht zusammenfallen — ein Verhältniss, welches den Grundeigenschaften der geraden Linie direct widerstreitet. Daraus machen sich allerdings alle Diejenigen nichts, die „im Unendlichen“ jeden Widerspruch zulassen, in dem beruhigenden Bewusstsein, dass dies eine Gegend ist, wohin doch niemals Jemand kommt, um an Ort und Stelle gegen solchen Widerspruch zu protestiren.

Will man der Frage nach der Berechtigung der Grundlagen der Euklidischen Geometrie tiefer auf den Grund gehen, so hat man vor allen Dingen die oben erwähnte allen geometrischen Betrachtungen zu Grunde liegende Zerlegung der Bewegung in Fortschreitung und Drehung auf ihre Widerspruchsfreiheit zu untersuchen. Diese Untersuchung bildet die eigentliche Aufgabe der philosophischen Analyse der der Geometrie zu Grunde liegenden Hypothesen und dürfte wohl auch nach Riemanns und Helmboltz' Arbeiten über diesen Gegenstand noch nicht als abgeschlossen zu betrachten sein. Näher darauf einzugehen, verbietet an dieser Stelle schon der Raum — ich beschränke mich daher darauf, hier gerade aus dieser tieferen Auffassung der Geometrie ein einzelnes Argument gegen die Bolyaische Auffassung herzuleiten. Zu diesem Zwecke entlehne ich der Riemannschen Habilitationsschrift („Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen“) zwei unbestreitbare Sätze, nämlich erstens den, dass die beliebige Ortsveränderung der Körper eine charakteristische Eigenschaft unserer thatsächlich existirenden Raumanschauung ausmacht und zweitens den, dass das wesentliche Kennzeichen der n-fach ausgedehnten Mannichfaltigkeit in ihrer auf n, von einander unabhängige Grössenbestimmungen (Messungen) reducirbaren Ortsbestimmung besteht. Der Raum ist bekanntlich eine dreifach ausgedehnte Mannichfaltigkeit. Bestimme ich nun einen Punkt im Raum durch 3 derartige Messungen und zwar durch rechtwinkelige Coordinaten in Bezug auf einen gewissen Anfangspunkt, betrachte ich also nach üblicher Bezeichnung die Punkte $(0,0,0)$ und (x, y, z), so bringt es die gegenseitige Unabhängigkeit dieser

*) Dies gilt auch von den Erörterungen der Art. 41. und 104. des Frischauf'schen Buches.



Grössenbestimmungen mit sich, dass durch je eine nicht ein einzelner Punkt, sondern eine zweifach ausgedehnte Mannichfaltigkeit (Fläche) bestimmt wird. Variire ich nun z. B. y und z, indem ich x constant lasse, so zeigt sich, dass die Messung x die Fläche des constanten Abstandes x von der Ebene yz bestimmt, der Punkt (x,y,z) also der Schnittpunkt der 3 Flächen ist, die von den Ebenen yz, zx, xy resp. die constanten Abstände x,y,z haben. Macht man nun den Punkt (x,y,z) zum Ausgangspunkt einer neuen Ortsbestimmung mit den Coordinaten $x_1, y_1 z_1$, so folgt aus der gegenseitigen Unabhängigkeit der 3 ortsbestimmenden Messungen, dass die Coordinaten dieses neu erhaltenen Punktes in Bezug auf den ursprünglichen Anfangspunkt sich nur aus den gleichnamigen Theilcoordinaten und zwar durch Addition zusammensetzen, dass also, wenn der zuletzt erreichte Punkt in Bezug auf den ursprünglichen Coordinatenanfang die Coordinaten u, v, w besitzt, $u = x + x_1$, $v = y + y_1$, $w = z + z_1$ ist. Diese Bedingung ist in der Euklidischen Geometrie, welche die Existenz paralleler Ebenen mit constantem Abstand statuirt, von selbst erfüllt; dagegen kann man sich leicht überzeugen, dass sie durch die Bolyaische Geometrie, in welcher die Fläche constanten Abstandes von einer Ebene krumm ist, nicht befriedigt wird. Ich behaupte demnach, dass die Bolyaische Theorie mit der unbeschränkten Uebertragbarkeit der Körper von Ort zu Ort nicht vereinbar ist, weil sie die Bewegung vom Anfangspunkte nach einem zweiten Punkte nicht in beliebig vielen Absätzen durch eine Reihe von Punkten hindurch auszuführen gestattet, die nur der Beschränkung unterliegen, dass die Coordinaten des zuletzt erreichten Punktes durch Addition der relativen Coordinaten jedes einzelnen der unterwegs passirten Punkte in Bezug auf den vorhergehenden Punkt erhalten werden. Dies ist aber eine nothwendige Consequenz der absoluten Uebertragbarkeit von Ort zu Ort. Ein weiteres Eingehen auf dieses Thema muss ich mir hier versagen.

Genehmigen Sie die Versicherung meiner vorzüglichen Hochachtung.

Tarnowitz, 6. September 1876. F. Pietzker.

Scherling, Chr. (Prof. a. Cathar. in Lübeck), Grundzüge der axonometrischen und schiefen Parallelprojection. Progr. des Catharineums zu Lübeck Ost. 1876. Mit 5 Fig.-Tafeln.

In dieser Programmarbeit hat unser geschätzter Mitarbeiter die in der (von ihm selbst s. Jahrg. VI, 318 ff. sehr lobend besprochenen) Schrift Staudigl's „die Axonometrie und schiefe Projection (Parallelperspective)“ niedergelegte Methode (zur Erreichung angenehmer Bilder nicht die Verkürzungsverhältnisse der Dimensionen,

sondern zweckmässige Drehwinkel anzuwenden) in schulgemässer, klarer und geschickter Weise dargelegt und — wie der Verf. im Vorwort selbst sagt — die Sache für Realschulen „geniessbarer“ gemacht; doch verschmäht der Herr Verfasser — im Gegensatze zu seinem ihm vorgelegenen Muster — nicht einfache trigonometr. Entwickelungen, da, „wo sie ihm zur Begründung nothwendig erscheinen.“ Wir empfehlen den Herren Specialfachlehrern diese Arbeit angelegentlichst zur Lectüre. Sie gibt aus Staudigl's Schrift die Quintessenz und ist geeignet, zum eingehendern Studium derselben vorzubereiten oder anzuregen. Ob der inzwischen im Teubner'schen Verlage erschienene Abdruck dieses Programms Ausführlicheres gibt, können wir nicht angeben, da wir denselben nicht gesehen haben. —

Günther, Dr. S., Ziele und Resultate der neuen mathematischen historischen Forschung. Erlangen 1876, b. Besoldt. 128 S.

Es gereicht uns zu hohem Vergnügen, jenen Vortrag unseres geschätzten Mitarbeiters, welcher den Glanzpunkt der allgemeinen Vorträge auf der Grazer Naturforscher-Versammlung 1875 bildete, hier in einer sehr erweiterten Bearbeitung vor uns zu sehen. Den zusammenhängenden Vortrag selbst (S. 1—23) hat der Hr. Verf. durch 29 grössere Noten (S. 23—128), die von genauen und zahlreichen literarischen Nachweisen begleitet sind, erläutert. Grade aber in diesen Noten hat der Herr Verfasser ein reiches geschichtliches Material aufgespeichert und auf's Neue seine immense Belesenheit bewiesen. Wir glauben, dass er gerade durch diese Arbeit mehr als durch seine andern, welche alle ein geschichtlicher Faden durchzieht, zu geschichtlichen mathematischen Studien anregen, mindestens aber Viele über den Werth derselben zur besseren Erkenntniss leiten dürfte.

Es bedarf kaum der Empfehlung dieses Buches. In keiner Lehrerbibliothek sollte es fehlen und von keinem Jünger der mathematischen Wissenschaft ungelesen bleiben. H.

Hann, v. Hochstetter u. Pokorny, Allgemeine Erdkunde. 2. vermehrte und verb. Auflage. Prag 1875. Verlag von Tempsky. X u. 393 S. 8⁰. Mit 7 Taf. in Farbendruck. Pr. 6 Mk.

Die beabsichtigte Besprechung der 1. Aufl. d. Werkes wurde durch die plötzliche Verhinderung unseres in Aussicht genommenen Referenten und durch das überraschend schnell folgende Erscheinen der 2. Aufl.

vereitelt. Auch jetzt scheint die verspätete Besprechung eines Buches, welches bei der gesammten Kritik eine so allseitige und seltene Anerkennung gefunden hat, fast unnöthig, da man wohl annehmen darf, jeder Lehrer der Naturwissenschaft, speciell der Geographie und der verwandten Fächer werde das Werk bereits kennen, ja mancher dürfte es wohl längst zum treuen Führer erwählt haben.

Gleichwohl möchte es der Redaction ds. Zeitschrift herben und gerechten Tadel zuziehen, wenn sie über dasselbe schwiege, und es könnte den Schein gewinnen, als wollte sie dasselbe ignoriren. Mögen uns deshalb einige Bemerkungen über dasselbe erlaubt sein, um so eher, jemehr wir befürchten, von einer 3. Aufl. überrascht zu werden.

Den wissenschaftlichen Werth des Buches zu kritisiren, halten wir von unserem Standpunkte aus für unbescheiden. Ueber diese Seite haben sich gewichtigere Stimmen ausgesprochen.*) Der wissenschaftliche Werth dieses Buches zerfällt aber in einen sachlichen und einen formellen (didaktischen) d. h. es sind nicht nur die Lehren der betr. Wissenschaften, wie sich von den Herren Verfassern nicht anders erwarten liess, nach neuestem Standpunkte und in zweckmässiger Auswahl, sondern auch in einer dem Studirenden angemessenen, anschaulichen und anregenden Weise, oder wie die Vorrede bemerkt in „einfacher, klarer und verständlicher Form" vorgetragen, so dass sie auch den gebildeten Laien ansprechen.

Einzelne Stellen im 2. u. 3. Theile mögen wohl, wie Kirchhoff im 28. Bande (S. 466) der Berliner Zeitschrift für Gymnasialwesen in seiner Recension der 1. Auflage mit Hinweis auf Peschel's „neue Probleme" bemerkt, der Verbesserung bedürftig sein**), doch können vereinzelte Mängel, die auch in den besten Werken sonst vorkommen, den Werth des Ganzen nicht schmälern.

Während im ersten Theile, welcher in der 2. Auflage durch einen schönen Abschnitt über die Stürme bereichert worden ist, auf nur 93 Seiten die astronomische Geographie und die Meteorologie in zwar elementarer aber sehr klarer und logischer Entwickelung von Hann meisterhaft bearbeitet sind, gibt der zweite Theil auf doppeltem Raume eine sehr anschauliche und anziehende Darstellung jenes Theils der physikalischen Geographie, welcher seine Wurzeln in der Geognosie und Geologie hat. Diese von v. Hochstetter bearbeitete und in dieser Weise wohl kaum in einem Buche zu findende Partie, die uns lebhaft an die

*) Man vergl. das Urtheil des Freih. v. Richthofen in der „Anleitung zu wissenschaftlichen Beobachtungen auf Reisen" S. 239 und das Urtheil des Recensenten in Petermanns geogr. Mittheilungen.

**) Es sind dies die Partieen über die Entstehung der Deltas u. drgl.

schönen Vorträge des verstorbenen Prof. Naumann in Leipzig über „physische Geographie" erinnert, ist wegen ihrer Brauchbarkeit als Leitfaden bereits als Separatabdruck erschienen. Im dritten Theile findet sich auf noch nicht 100 Seiten eine klare Darstellung der Biologie in glücklicher Auswahl und darin die Darwin'sche Lehre verarbeitet. Uebrigens beweist dieses Werk der drei Gelehrten auf's Neue und recht eindringlich, welch' gewichtigen Einfluss bei der immermehr anwachsenden Wissensmasse die Theilung der Arbeit auf die Güte derselben hat.

Für die Zwecke unserer Zeitschrift steht immer in erster Reihe der didaktische Werth eines Buches. Wenn nun auch das vorliegende Werk ein Schulbuch im eigentlichen Sinne des Wortes d. h. ein Leitfaden, der den Schülern beim Unterricht in die Hand gegeben wird, schon seines Umfanges halber nicht sein kann und auch nicht sein will, so ist es um so mehr ein treuer und vorzüglicher Führer in der Hand des Lehrers, ein Schatz für jede Schulbibliothek und doch auch ein Handbuch für reifere Schüler der oberen Classen höherer Schulen und für Studirende der Naturwissenschaften und der Geographie insbesondere.

Die Ausstattung des Buches ist mit Rücksicht auf die sauberen und deutlichen Holzschnitte eine sehr würdige. Der Preis ist im Verhältniss des Gebotenen sehr mässig. Es scheint nicht Uebertreibung zu sein, wenn man behauptet, dass gegenwärtig dieses Werk für die in's Auge gefassten Studienkreise das beste Lehrmittel auf diesem Gebiete sei und dass kein anderes ihm Concurrenz bieten könne. — H.

Cotta, Dr. B v., u. Müller, Dr. J., Atlas der Erdkunde. (Geologie u. Meteorologie.) 1874. gr. 8⁰ S. 34. 16 Tfln. in Holzschnitt und Lithographie.

Wir haben in diesem Atlas der Erdkunde eine Separatausgabe aus der 2. Aufl. des im Verlag von Brockhaus in Leipzig erschienenen Bilderatlas vor uns.

Der geologische Theil bietet auf 12 Tafeln: Textur, Absonderung, Schichtung und Lagerung der Gesteine. — Kohlen und Steinsalz. — Erzlagerstätten. — Organismen der geologischen Perioden. — Vulkane. — Höhlen und Quellen. — Erdoberflächengestaltung. — Innerer Bau der festen Erdkruste und der Gebirge. — Geologische Karte von Deutschland.

Die Ausführung der Tafeln ist ausgezeichnet und lässt nichts zu wünschen übrig. Die Auswahl der zahlreichen Beispiele aus der in geologischen Werken erschienenen übergrossen Anzahl lässt uns überall den feinen Tact des sich um die populäre geologische Lite-

ratur verdient gemachten Gelehrten erkennen. Sie bietet nur das, was zu den Elementen der Geologie gehört und lässt glücklicherweise alles vermissen, was lediglich für den Fachmann Interesse bietet. Warum aber die Tafel, welche der Grauwackenformation gewidmet ist, erst nach der, die die Tertiärperiode behandelt, folgt, ist mir rein unerfindlich. Der Atlas ist für Laien, die auf leichte und angenehme Weise in die Vorhallen der so höchst packenden Geologie eindringen möchten, eine ganz passende Gabe, ebenso ein empfehlenswerthes Werkchen für die Schülerbibliotheken von Gymnasien und Realschulen. Für den Massenunterricht ist er nicht geeignet; für diesen fehlt ja, besonders für den paläontologischen Theil, ein passendes Unterrichtsmittel ganz und gar. Seit Jahren schon ist der Unterzeichnete damit umgegangen, ein solches herauszugeben, vielfach ist er von Collegen im In- und Auslande dazu aufgefordert worden, doch zuviel Arbeit, besonders die Herausgabe seiner Arbeiten über das sächsische und böhmische Tertiär verhinderten ihn bislang daran. Hoffentlich kommt er bald dazu, diese Lücke auf dem Gebiete der naturw. Lehrmittel auszufüllen; oder vielleicht übernimmt eine bessere Kraft, diese Aufgabe zu lösen.

Was den Text anbetrifft, so zeigt er von Cotta's Eigenart, wie wir sie aus einer grösseren Anzahl seiner Schriften kennen, deutlich wieder in der bekannten Klarheit und Leichtfasslichkeit seiner Sprache, in der Betonung der Gegenstände, über die er eingehende Forschungen angestellt, zugleich aber auch in der flüchtigen Behandlung der Versteinerungen.

Für die Meteorologie bestimmt sind Taf. 13—16, auf denen behandelt sind: Vertheilung der Wärme auf der Erdoberfläche. — Das Luftmeer, sein Druck und seine Strömungen. — Hydrometeore. — Die atmosphärischen Lichterscheinungen. — Die elektrischen Erscheinungen der Atmosphäre. Die Ausführung ist eine gleich ausgezeichnete. Der Text ist von Dr. J. Müller trefflich zusammengestellt, auf geringem Raume viel Inhalt bietend.

Zuletzt sei nochmals erwähnt, dass dieser Atlas nicht für den Fachmann bestimmt ist, wohl aber für solche, die nicht tiefer eindringen wollen oder können, als es die „allgemeine Bildung" der Jetztzeit erfordert. Und solchen sei er empfohlen.

Dresden. H. Engelhardt.

Goldenberg, Dr. Fr., Die fossilen Thiere aus der Steinkohlenformation von Saarbrücken. 1. Heft. 4°. S. 26. Taf. 2. 1875.

Der durch seine das Steinkohlengebirge von Saarbrücken betreffenden paläontologischen Forschungen wohlbekannte Verf. hat wohl daran gethan, dass er diese, wenn auch in etwas anderer

Ausführung, bereits in dem Jahresbericht des Saarbrückener Gymnasiums erschienene Arbeit mit Abbildungen dem Buchhandel übergeben hat, wodurch sie weiteren Kreisen zugänglich gemacht ist. Dies verdient sie auch, da sie durch reichliches Material uns einen tieferen Blick in das Thierleben, wie es sich zur Zeit der Steinkohlenformation auf der Erde entwickelt hatte, thun lässt.

Das 1. Heft, das uns vorliegt, enthält die eingehende Beschreibung und Abbildung aller bis zum Jahre 1868 aufgefundenen Kohlenthierüberreste aus den Classen der Reptilien, Fische, Insecten, Krebse und Mollusken. Der Text ist klar, die vom Verf. selbst gezeichneten Abbildungen sind sehr gut. Wir können deshalb diese treffliche Arbeit auf's Wärmste allen empfehlen, deren Bestreben ist, möglichst tief in die Erkenntniss von der Geschichte unseres Erdballes einzudringen.

Dresden. E. Engelhardt.

Wolfgang, der naturgeschichtliche Unterricht am kais. Lyceum zu Metz. Programm 1873/74.

Etwas spät zwar, doch um noch Gutes zu stiften nicht zu spät, besprechen wir hier eine Arbeit, welche verdient von allen Lehrern der Naturwissenschaften, insbesondere von denen der Naturgeschichte gekannt und gelesen zu werden. Der Hr. Verf. gibt hier ziemlich ausführlich Stoff und Methode für die Behandlung der Naturgeschichte in den Classen von Sexta bis mit Quarta. Wir ersehen hier zuerst, dass am kaiserl. Lyceum zu Metz (ob auch im ganzen „Reichslande" ist durchaus nicht ersichtlich) vernünftigerweise, im Gegensatz zum preuss. Normalplan, in den unteren Gymnasialclassen ein ununterbrochener naturgeschichtlicher Unterricht ertheilt wird, während bekanntlich nach dem preuss. Normalplan der naturgeschichtliche Unterricht in der Quarta ausgesetzt bleibt, sobald ein dazu befähigter Lehrer nicht vorhanden ist. Bekanntlich ist dies eine der grössten didaktischen Thorheiten unseres Jahrhunderts und ganz unwürdig des „Staates der guten Schulen," auch unzählige Male von preuss. Schulmännern selbst gerügt worden.

Im Verlaufe der Abhandlung behandelt der Verfasser Methode und Stoffauswahl so eingehend, dass diese Programmabhandlung namentlich angehenden Lehrern der Naturgeschichte oder solchen, die sich erst in dieses Fach „einarbeiten" sollen oder wollen, sehr zum Studium zu empfehlen ist und ein hübsches Seitenstück abgibt zu den in dieser Zeitschrift erschienenen Aufsätzen von Hellmich (IV, 85. 192. 257). Sie sei daher den Fachgenossen nochmals angelegentlichst empfohlen. H.

Drei nicht zu übersehende Schriften, welche den physikalischen Unterricht betreffen.

I. MAURITIUS, die Herstellung der Lehrmittel für die Volksschule in den Händen des Staats. (Als Anhang mitgetheilt im Berichte des Gewerbevereins zu Coburg 1874 zur 50j. Vereins-Jubelfeier.)

II. ZIZMANN, zum propädeutischen Unterrichte in d. Physik. Progr. der Herzogl. Realschule in Coburg, Ost. 74.

III. PISKO, „Was ist die Wärme?“ Progr. der Realschule in Sechshaus b. Wien 1875.

In No. I., einem nur sechs Seiten langen Aufsätzchen, macht der Herr Verfasser zwei Vorschläge:

1. Der Staat errichtet Werkstätten zur Herstellung der Lehrmittel für die Volks- und Fortbildungsschulen.
2. Diese Werkstätten werden in den staatlichen Strafanstalten eingerichtet.

Indem der Herr Verfasser die Ansicht, der Staat dürfe nicht industriell sein, mit Hinweis auf die Militärwerkstätten und Conserve-Fabriken zu widerlegen sucht, weist er hin auf die, nur dem Staate mögliche, grössere Billigkeit und vollkommnere Ausführung, sowie auch auf die Möglichkeit einer allseitigeren Befriedigung der Bedürfnisse, dann fügt er noch Einiges hinzu über Einrichtung dieser Werkstätten. Der Vorschlag des Herrn Verfassers, welcher gewiss auch Manches gegen sich hat, ist der Berücksichtigung seitens der Staatsverwaltung nicht unwerth und empfehlen wir daher den Aufsatz den Herrn Fachgenossen theils zu eigener Lectüre, theils zur Verbreitung unter den Verwaltungsbeamten.

In No. II. steht der Herr Verf. ein für einen prodädeutischen Unterricht in der Physik. Wenn derselbe aber sagt: „Schauen wir uns nach Anleitungen zu solcher Uebung in der Literatur um, so finden wir fast Nichts,“ so scheint uns diese Klage als unbegründet. Allerdings mag die „Ausbeute der Programme“ hierin „fast gleich Null“ sein, aber die Werke, die der Herr Verf. selbst anführt, wie Emsmann's physikal. Vorschule, Arendt's Materialien, Crüger's Vorschule der Physik und besonders Weinhold's Vorschule der Experimentalphysik geben — selbst mit Rücksicht darauf, dass die beiden letzten Bücher mehr für den Lehrer bestimmt sind, nicht nur vortrefflichen Lehrstoff, sondern auch Anleitung zum propädeutischen Unterricht, und das ist ja die Hauptsache. Verf. fordert freilich die Anwendung der Heuristik im physikal. Unterricht nach Scheibert's Worten: „Der Geist soll sich das Gesetz durch das Beobachten der Vorgänge selbst gewinnen.“ Dieses dürfte aber jeder vernünftige Lehrer d. Physik ohnehin anwenden. Hierauf gibt

der Verf. specielle Anleitung zu einem propädeutischen Cursus, indem er den Unterricht an sogen. „physikalische Individuen" anknüpft; darunter meint er aber nicht etwa „Apparate," sondern „Gegenstände oder Thätigkeiten des gewöhnlichen Lebens," bei denen sich physikalische Erscheinungen zeigen. Als „erstes Individuum" benutzt er das gewöhnliche Nachtlämpchen, wobei besonders Glas und Licht besprochen werden; dann folgt die Handspritze (nebenbei Heber und Barometer) und am Schlusse erwähnt er nur noch einige andere: Seifenblasen, Knallbüchsen, Schaukel, Kreisel, Pfeife, Papierdrache, Windmühle, Schiebkarren, Reifenschlagen, Briefsiegeln, Goldfischbehälter. Der Aufsatz dürfte besonders Lehrern zu empfehlen sein, welche den physikalischen Anschauungsunterricht in der Volksschule zu ertheilen haben.

In No. III. gibt der Herr Verf. auf ca. 20 Seiten eine elementare nnd daher leicht fassliche, gedrängte und dabei doch sehr klare Darstellung vom Wesen der Wärme nach heutiger Anschauung und beantwortet die gestellte Frage in drei Abschnitten:

Die Wärme ist eine Bewegung der kleinsten Körpertheilchen in I.
Die Art dieser Bewegung in III.
Den Arbeitswerth der Wärme in II.

Die literarischen Nachweise folgen in Anmerkungen. Da überdies der Herr Verf., von den Verdiensten Black's ausgehend und diese besonders würdigend, Alles an der Hand der Geschichte gibt, so halten wir das Schriftchen besonders geeignet zur Privatlectüre für Schüler der obersten Classen und für Studirende und zwar am besten nach Absolvirung der Wärmelehre. Sicher aber dürften es auch viele Fachgenossen bei ihren Vorträgen in Stoff und Methode mit Nutzen verwerthen können. Es sei daher in beiden Richtungen der Beachtung bestens empfohlen. H.

Modell eines „immerwährenden Kalenders."

Wir wollten s. Z. einen „immerwährenden Kalender," den wir durch die Güte des Herrn Prof. Dr. Schäffer in Jena erhielten, in dieser Zeitschrift mittheilen. Da wir aber den Autor desselben nicht kannten, desshalb auch nicht einmal um die Erlaubniss des Abdrucks nachsuchen konnten, so mussten wir die Mittheilung — um nicht wegen Nachdrucks verfolgt zu werden — unterlassen. Seit jener Zeit nun hat uns Herr Dr. Schubring in Erfurt, welcher sich mit kalendarischen Studien befasst, mitgetheilt, dass das auf einer drehbaren Scheibe angebrachte (von uns bis jetzt mit Vorliebe benutzte) Kalendermodell von einem gewissen Dr. Goldstein herrühre und in Breslau bei G. Scheffer zu haben sei. Herr Dr. Schubring hat sich nun, wie sich aus seinen Aufsätzen im 38., 39. und 46.

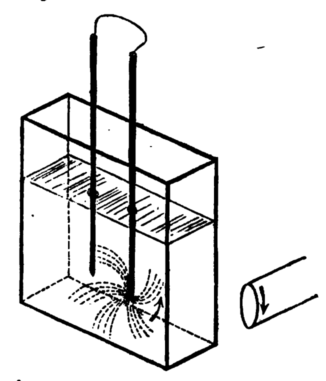
Bde. der „Zeitschrift für die gesammten Naturwissenschaften" ergibt, ebenfalls mit der Herstellung eines sogen. „immerwährenden Kalenders" beschäftigt (s. a. a. O. Bd. 46 Taf. II.) und hat uns das Modell eines „stellbaren Datumzeigers" (dies dürfte der bezeichnendste Name sein!) zugesandt. Wir machen die Herren Fachgenossen, die sich dafür interessiren, hierauf aufmerksam, und bemerken noch, dass Herr S. in ds. Zeitschr. einmal über Kalenderwesen schreiben will. Vielleicht gibt er dann ein Modell in verbesserter Auflage an. H.

Zum Repertorium.

A) Astronomie.

(Fortsetzung von S. 240.)

Spiralförmige Nebelflecke. Unter den Nebelflecken zeichnen sich als Individuen diejenigen besonders aus, welche in ihrer äusseren Erscheinung einer nach rechts oder links sich erweiternden Spirallinie täuschend gleichen. Als besonders charakteristisch für beide Gattungen, bezüglich deren man auch Schellen's Spektralanalyse, S. 375, zu Rathe ziehen mag, sind die beiden Nebel im Haar der Berenice und in den Jagdhunden anzuschauen. Wie man sich sehr leicht ein tellurisches Analogon dieser sonderbaren kosmischen Gebilde verschaffen könne, hat Planté gezeigt.



Man taucht in den mit verdünnter Schwefelsäure zum Theil gefüllten Glaskasten (s. d. Fig.) zwei Kupferdrähte, deren entgegengesetzte Enden durch den Draht einer Batterie verbunden sind. Wird der Strom geschlossen, so löst sich vom freien Ende der positiven Elektrode Kupferoxydul ab und es entsteht, wenn man der Seite des Kastens den gleichnamigen Pol eines Magnetstabes nähert, die in der Zeichnung wiedergegebene Wirbelbewegung. Der andere Pol wird die Bewegung im entgegengesetzten Sinne einzuleiten im Stande sein, und man bekommt so das treue Abbild jener Spiralnebel. Bemerkenswerth dürfte sein, dass der Drehsinn jener Elementarströme, von welchen wir uns nach Ampère den Magneten umhüllt denken müssen, demjenigen des Wirbels entgegengesetzt ist.

Ohne aus dieser Erscheinung weittragende kosmologische Schlüsse ziehen zu dürfen, wird man sie gleichwohl als einen schönen Beitrag zu der hauptsächlich von Plateau in's Leben gerufenen Experimental-Astronomie schätzen müssen.

(Comptes rendues de l'acad. franç., Tome LXXXI. S. 749; Annalen d. Phys. u. Chem. 144. Bd. S. 492.)

Die neuesten Bestimmungen der Sonnenparallaxe. Obwohl die von den verschiedenen zu diesem Zwecke ausgesandten Expeditionen angestellten Beobachtungen des Venusdurchganges fast ausschliesslich von Glück begleitet waren, hat doch bis jetzt ein Abschluss der an diese

Bestimmungen sich knüpfenden Rechnung noch nicht erzielt werden können. Nur aus einigen Observationen der französischen Stationen Mauritius und Peking hat Puiseux ein vorläufiges Resultat gezogen, welches die Sonnenparallaxe $\pi = 8'',87$, also nahe übereinstimmend mit Leverrier's theoretisch gefundenem Werthe $\pi = 8'',86$ findet. Andererseits hat Galle in Breslau die Correspondenz-Beobachtungen des Planetoiden Flora, über deren Anordnung er der 46. Naturforscherversammlung ausführlich berichtet hatte, nunmehr zu verarbeiten begonnen — die Idee, deren Verfolgung hier zur Kenntniss des astronomischen Fundamentalmasses führen soll, ist bekanntlich keine eigentlich neue, sondern ward bereits im vorigen Jahrhundert durch Lacaille und Lalande zu realisiren versucht, neu aber ist die Wahl eines in seiner Opposition besonders günstig sich darbietenden kleinen Planeten sowie das ganze Arrangement des Beobachtungssystemes. Es kann nämlich im angegebenen Falle der Planet näher an die Erde herantreten, als um den Erdbahnradius, und wenn auch die von anderen Astronomen zum gleichen Zwecke benutzten Planeten (Mars von den genannten Franzosen, Venus von Gerling-Gilliss) der Erde noch weit näher kommen, so sind doch ihre hellleuchtenden Scheiben für eine scharfe Beobachtung weit ungeeigneter als die blos punktförmigen Asteroiden. Nachdem nun im October und November 1873 eine besonders versprechende Constellation bezüglich der Flora sich voraussehen liess, gelang es den Bemühungen Galle's, 2 Sternwarten zur Anstellung identischer Beobachtungen zu vermögen — es waren dies Bothcamp, Clinton (bei Newyork), Dublin, Leipzig, Lund, Moskau, Parsonstown (bei Dublin), Upsala und Washington auf der nördlichen, Capstadt, Melbourne und Cordoba (in Argentinien) auf der südlichen Halbkugel. Nachdem die Ergebnisse in Breslau eingelaufen waren, war es zuerst nöthig, dieselben unter einander vergleichbar zu machen und Einzelbeobachtungen von deutlich hervortretender Unsicherheit auszuschliessen; letzteres betraf fast ausschliesslich Daten der Südhemisphäre. 96 Beobachtungen konnten als probehaltig gelten, um zur Aufstellung der die Parallaxen-Correction als Unbekannte enthaltenden Gleichungen verwendet zu werden; sie lieferten den Werth $0'',02533$. Als angenäherter Werth der Parallaxe war der Newcomb'sche $8'',848$ zu Grunde gelegt worden; als corrigirter und vorläufig überhaupt wahrscheinlichster Werth findet sich $\pi = 8'',873$. Wie man sieht, stimmt Galle's Calcul auf's Beste sowohl mit dem Resultate von Puiseux als mit demjenigen von Leverrier. Aber noch mehr, die directe Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit auf der Erde, welche Cornu im Jahre 1874 vermittelst einer ursprünglich von Fizeau-Foucault herrührenden Methode erhalten hat, liefert $\pi = 8'',878$, so dass also die denkbar verschiedensten Verfahrungsweisen, deren man sich zum beregten Zweck bedienen kann, eine Reihe harmonisch verbundener Erträgnisse ergeben.

(Galle, Ueber die Bestimmung der Sonnen-Parallaxe aus correspondirenden Beobachtungen des Planeten Flora im October und November 1873, Breslau 1875. Comptes rendues de l'acad. franç., Tome LXXIX. S. 1361 ff. Tome LXXX. S. 933.)

Die Sichtbarkeitsverhältnisse der Uranustrabanten. Für die Besitzer grösserer Fernröhre von beträchtlicher raumdurchdringender Kraft eignen sich als Studienobject ganz besonders die Trabantensysteme der entfernteren Planeten. Bekanntlich sind diese Objecte durchaus sehr lichtschwach, so dass Bond und Lassell nur sehr allmählich Näheres über dieselben festzustellen vermochten, und dass man erst jetzt, nachdem Newcomb seine mühevollen Untersuchungen über Uranus und Neptun zum Abschluss gebracht hat, die Existenz von 4 Satelliten des erstgenannten Planeten (Oberon, Titania, Umbriel, Ariel) als vollkommen gesichert ansehen darf. Immer aber ist hier noch ein reiches Feld für eingehende

Forschungen eröffnet; für diejenigen, welche sich mit seiner Cultivirung zu befassen gedenken, hat kürzlich Vogel in Bothkamp einige dankenswerthe Nachweisungen gegeben.

Newcomb hatte nämlich gegen den deutschen Astronomen die Ansicht geltend gemacht, einige Stern-Beobachtungen, welche derselbe auf Uranusmonde bezog, seien unrichtig aufgefasst, indem es unter den Verhältnissen des Bothkamper Observatoriums unmöglich sei, die beiden inneren Monde zu erkennen. Um diese Imputation zurückzuweisen, vergleicht Vogel die Leistung seines eigenen Instrumentes mit derjenigen seines Gegners. Vernachlässigt man die durch das Objectiv eines Refractors absorbirte Lichtmenge, so verhalten sich, wenn J_1 und J_2 die Lichtstärken der beiden Fernröhre zu Washington und Bothkamp bedeuten,

$$J_1 : J_2 = 676 : 144 = 4{,}7 : 1$$

Für die Vergleichung der Lichtstärken zweier um eine Grössenclasse verschiedener Sterne kann man sich auf die bekannten Festsetzungen von Stampfer beziehen; es ist diesen zufolge die Leuchtkraft eines um eine Classe niedrigeren Sternes nur $\frac{1}{2{,}515}$ von derjenigen eines Individuums der vorhergehenden Classe. Der äusserste Uranustrabant Oberon erscheint nun zu Bothkamp als ein Stern 5,6ter Grösse, während er zu Washington die 4te Grösse zu haben scheint, seine Lichtstärke ist noch am ersten Orte etwa der 3,8te Theil von jener am letzteren. Da nun Newcomb angibt, Umbriel und Ariel seien ihm immer halb so hell als Oberon erschienen, so kann man hieraus und aus dem oben angegebenen Stärkeverhältniss der beiden Fernröhre unmittelbar entnehmen, dass sich für Bothkamp ein innerer Mond als Stern 6,4ter Grösse darstellen muss, und diese Beziehung stellt sich noch günstiger, wenn man berücksichtigt, dass die vorhin nicht in Rechnung gezogene Absorption bei einem Fernrohr von so grosser Apertur, wie sie das amerikanische hat, ungleich schädlicher wirken muss, als bei dem kleinen Bothkamper Instrumente.

Die Sichtbarkeit aller vier Satelliten ist also selbst bei einem Teleskop von relativ mässigen Dimensionen keineswegs ausgeschlossen. Freilich muss bemerkt werden, dass insbesondere Titania auffallende Lichtwechsel zeigt; Vogel ist geneigt, diesen Umstand durch die Annahme einer dichten Atmosphäre zu erklären, wie denn ein solche auch für den Hauptplaneten aus seinem starken Absorptionsspektrum hervorzugehen scheint.

(Washington Observations 1873, Appendix; Astronomische Nachrichten, No. 2768.)

Die Etymologie des Wortes „Colur.“ Die Genese dieses Kunstwortes, mit welchem man bekanntlich die beiden durch die Himmelspole und einerseits durch die Aequinoctial-, andererseits durch die Solstitialpunkte der Ekliptik hindurchgehenden Kreise bezeichnet, ist nicht recht klar und hat schon mehrfach zu mehr oder minder gelungenen Deutungen Veranlassung gegeben. Kürzlich hat v. Berg in Wilna den Gegenstand in Angriff genommen. Er glaubt das Wort κόλουρος zuerst im Almageste des Ptolemaeus zu finden, was jedoch nach Heis nicht richtig ist; der letztgenannte Astronom glaubt die erste Erwähnung im „Somnium Scipionis“ des Macrobius (4. Jahrh. n. Chr.) nachweisen zu können, allein v. Berg kann hinwiederum constatiren, dass der Terminus bereits bei Achilles Tatius, also am Ende des ersten Jahrhunderts unserer Zeitrechnung, vorkommt. Wenn er aber weiter auch die θεολογούμενα τῆς ἀριθμητικῆς eines gewissen Nicomachus gegen Heis herbeizieht, so irrt er, denn dass jenes mystische Werk nicht den berühmten um 100 n. Chr. florirenden Arithmetiker gleichen Namens zum Verfasser haben kann, hat Nesselmann (Algebra der Griechen, S. 191) ausser Zweifel gesetzt.

v. Berg's Etymologie ist nun diese: κολάζω, ich bändige und οὖρος die treibende Ursache; denn in den Solstitialpunkten hört die auf eine Aenderung der Sonnendeclination hinwirkende Ursache auf, thätig zu sein. Zur Motivirung seiner Hypothese führt der Verf. später an, man müsse bei allen astronomischen Kunstwörtern den Begriff der Bewegung auf der Himmelskugel herauslesen können, und darin hat er entschieden recht, denn es gilt, wie das besonders Traugott Müller (Beiträge zur Kenntniss der Terminologie der griechischen Mathematiker, Einleitung) feinsinnig bemerkt hat, ein gleiches Princip in der ganzen mathematischen Sprache der Hellenen. Allein trotzdem scheint uns eine von Heis verbesserte Ableitung des Worts, welche ursprünglich von Kepler ausgeht, eine ungezwungenere Erklärung zu bieten: κολούω, ich verstümmele, οὐρά, der Schwanz, also Stutzschwanzkreis, wie es in älteren Werken wirklich heisst. Nur ist Kepler nicht im Rechte, wenn er den Grund dieser Terminologie darin sieht, dass die beiden Koluren nur zum Theil sichtbar sind, denn wie v. Berg richtig bemerkt, gilt das Nämliche, den Horizont etwa ausgenommen, für jeden Hauptkreis der Sphäre. Heis trifft wohl den Nagel auf den Kopf, wenn er sagt: Auf jedem Himmelsglobus kann man sich überzeugen, dass der eine Kolur den Schwanz des grossen, der andere den des kleinen Bären abschneidet.

Beiden Astronomen scheint es unbekannt geblieben zu sein, dass im Jahre 1539 Conrad Heynfogel in seiner eine entschieden puristische Tendenz verfolgenden deutschen Bearbeitung des Sacro Bosco das Wort Colur mit „Waldochsenkreis“ übersetzte.

(Wochenschrift f. Astronomie, Meteorologie u. Geographie, 17. Jahrg. S. 348 ff. 18. Jahrg. S. 44 ff.)

Das combinirte Sonnen-Siriusjahr der alten Aegypter. Die ägyptische Chronologie wird seit einer Reihe von Jahren mit vielem Eifer studirt, ohne dass doch beträchtliche relle Fortschritte zu verzeichnen gewesen wären; auch die 1874 zu Strassburg erschienenen „Aegyptischen Kalenderstudien“ von Faselius haben zwar in einzelne wichtige Punkte, z. B. die sogenannte Phönixperiode, Licht gebracht, die eigentliche Hauptfrage aber unberührt gelassen. Diese Cardinalfrage nun, welche Bewandtniss es mit dem eigenthümlicherweise zugleich auf den Lauf der Sonne, wie die Erscheinungen des Hundsternes basirten altägyptischen Jahre gehabt habe, entscheidet wohl endgültig Riel's treffliches Werk: Das Sonnen- und Siriusjahr der Ramessiden mit dem Geheimniss der Schaltung und das Jahr des Julius Cäsar, Leipzig 1875. Riel's wichtigste Folgerungen lassen sich nach H. J. Klein etwa dahin zusammenfassen:

Der 17. Juni, welcher noch heutzutage im Kalender der Kopten eine ausgezeichnete Stellung einnimmt, war als der erste Thot der Neujahrstag des Ramessidenjahres. Um jene Zeit (Sonnenwende) schwillt der Nil an und der Stern der Isis, Sirius-Sothis, hat seinen heliakischen Aufgang. Nun glaubte man ehedem, besonders auf die Autorität von Biot hin, jener Aufgang habe genau mit dem ersten Beginn der Nilfluth gestimmt und rechnete so für die Epoche des Kalenders das Jahr 9225 v. Chr. heraus. Allein offenbar dauerte es einige Zeit, bis von der Grenze des Landes bei Assuan die Ueberschwemmung durch das ganze langgestreckte Thal sich ausgedehnt hatte, und so ist denn kein Zweifel: Nicht den Anfang sondern die Höhe der wohlthätigen Ueberfluthung markirte in dem Jahre, welchem der Kalender seine Entstehung verdankt, der Aufgang des Sirius in den Sonnenstrahlen, und so entsprach dem 1. Thot als Neujahrstag der 16te Tag des gleichen Monats als eigentlicher Normaltag. Ebenso stand der akronyktische Aufgang des Sirius mit demSonnenlaufe und den Fluthverhältnissen in Beziehung, insoferne er dem Herbstäquinoctium entspricht, während der kosmische Aufgang die Wintersonnenwende signali-

sirte. Der heliakische Untergang des Normalsternes endlich fiel auf das Frühlingsäquinoctium und die Maximal-Ebbe des Niles — der 15. Epiphi des Kalenderjahres. Was für den 16. Thot Sirius-Isis, war für den 1. Thot Orion-Osiris, und damit ist die in Inschriften aufgefundene Bemerkung erklärt, dass der oberste Gott das Jahr einführe. Ursprünglich war das Jahr 360tägig; in der 12. Dynastie kamen die 5 Schalttage (ἐπαγόμεναι) hinzu, und noch später erfanden die Priester den Schaltcyklus, indem sie alle 4 Jahre den Normaltag doppelt zählten, das ist aber ganz der julianische Schaltgedanke des Sosigenes (vgl. M. Cantor's „Agrimensoren," Beginn des zweiten Abschnittes). Wenn man nun zusieht, in welchem Jahre ungefähr Sirius für den Horizont von Memphis die erforderliche Constellation darbot, so lehrt eine astronomische Rückwärtsrechnung, dass dies erst nach der Vertreibung der Hyksos der Fall gewesen sein könne. Höchst geistreich bemerkt dann Riel noch: Für die auffällige Unveränderlichkeit der ägyptischen Schaltperiode besteht ein sehr bemerkenswerther Grund; um eben so viel, als die Gelehrten des Nillandes das tropische Jahr zu lange angenommen haben, verkürzt dasselbe der immer mehr sich verzögernde heliakische Aufgang des Sirius.

Auch den Thierkreis von Tentyra (Denderah) hat Riel nochmals genau untersucht und — in Uebereinstimmung mit Champollion-Letronne — sich überzeugt, dass derselbe erst aus der ptolemäischen Zeit herstammen kann.

(„Gaea," 12. Jahrg. S. 1 ff. Recension des Ref. in Jahrg. XII der astronom. Vierteljahrsschrift.)

B) Physik.

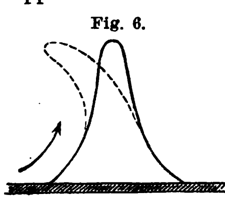
(Bearb. von Dr. Krebs in Frankfurt a/M.)

(Fortsetzung von S. 318. Hft. 4.)

5. Ueber die Entstehungsweise der Kundt'schen Staubfiguren von Dvořák (Pogg. Ann. Bd. CLI. p. 634). Der kleine Kundt'sche Apparat besteht bekanntlich aus einer etwa 2 Cm. weiten und $^2/_3$ Meter langen Glasröhre, in welche eine enge Röhre, die vorn einen Korkpfropf trägt, der sich fest an die weite Röhre anlegt, bis zu einer gewissen Tiefe eingeschoben ist. Die Wandung der weiten Röhre wird mit feinem Korkstaub (möglichst wenig) bestreut. Wird die enge Röhre mittelst eines möglichst dicken mit Weingeist gefeuchteten Lappens gerieben, so entsteht ein hoher Longitudinalton, worauf der Staub in der Röhre schichtenförmige Streifen bildet, welche in gleichen Entfernungen von rundlichen Figuren unterbrochen sind. Die Figuren sind nicht immer gleich; es hängt dies wesentlich von der Dicke der Korkstaubkörnchen und von der grösseren oder geringeren Menge derselben ab. Die rundlichen Figuren deuten den Schwingungsknoten an. Dvořák erklärt die Entstehung der Figuren folgendermassen.

Wenn die Luft in der Röhre schwingt, so setzt sie auch die Staubtheilchen in Bewegung. Sind nun die Staubtheilchen ungleichförmig vertheilt, so werden dieselben da, wo sie locker liegen, vorzugsweise in Bewegung gerathen; kommen sie dabei mit ruhenden Staubhäufchen in Berührung, so hängen sie sich an dieselben an und bleiben liegen. Hierdurch entstehen die unregelmässig vertheilten Rippen, welche nahezu senkrecht zur Axe der weiten Röhre stehen. Je stärker die Luft und also auch der Staub erschüttert wird, um so weniger Staubtheilchen werden in Ruhe bleiben und um so weiter werden die Rippen auseinanderstehen. Natürlich sind auch im Schwingungsbauche die Rippen weiter auseinander als in den Knoten. Bei sehr heftiger Bewegung wird der Staub überall in Bewegung gesetzt und gleichförmig in der Röhre vertheilt.

Je dichter der Staub liegt, um so schwieriger ist die Bildung der Rippen. Wo mehr Staub liegt, wird der Abstand der Rippen grösser.


Fig. 6.

Ebenso leicht ist einzusehen, dass die Staubtheilchen weniger in Bewegung gerathen, welche längs der Linie liegen, auf der die Glasröhre aufliegt; die höher gelegenen haben schon durch die Schwerkraft eine Tendenz, sich von der Röhrenwand abzulösen; manche höher gelegenen werden bei der Bewegung ab- und herunter fliegen, so dass der mittlere (unterste) Theil der Rippe am dicksten ist.

Zugleich bewegen sich die Rippen nach wiederholtem Streichen der engeren Röhre nach der Seite hin, von welcher der Impuls kommt; die schwingende Luft stösst sich an den Rippen; hierdurch entsteht eine Strömung nach oben; die oberen Theilchen wollen gleichzeitig herunterfallen, wodurch dann die Biegung entsteht. (Vergl. Fig. 6.)

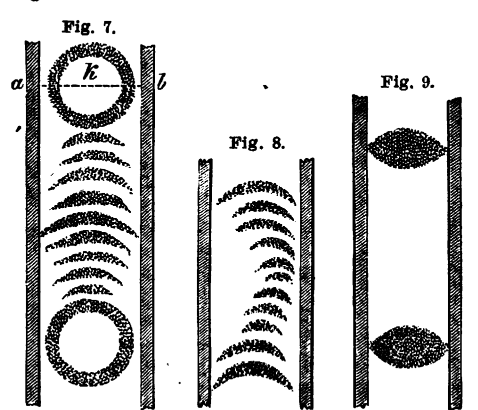


Fig. 7. Fig. 8. Fig. 9.

Dass sich an den Knoten elliptische Ringe (Fig. 7) bilden, erklärt sich folgendermassen: In der Knotenlinie *k* werden die mittleren (unteren) Staubtheilchen ruhig bleiben; die oberen (*a* und *b*) werden etwas herabgehen, da sie schon durch ihre Schwere eine Tendenz zur Bewegung haben; in grösserer Tiefe aber, da hier die Neigung der Röhrenwand geringer ist, werden sie liegen bleiben. In einiger Entfernung von der Knotenlinie ist die Bewegung schon stärker und es werden die Staubtheilchen etwas tiefer sinken etc. Ist der Staub einseitig vertheilt, so bildet sich kein vollkommen elliptischer Ring (Fig. 8). Bei heftiger Bewegung sammelt sich der Staub oft blos an den Knoten an und es entstehen keine Rippen. (Fig. 9.)

Dies ist das Wesentlichste der Erklärung von Dvořák.

6. Unmittelbare manometrische Flammen von J. Kohn (Pogg. Ann. Bd. CLI. p. 321). Bekanntlich hat König die Schwingungsknoten an tönenden Pfeifen durch Gasflammen kenntlich zu machen gesucht. An verschiedenen Stellen der Pfeifen sind elastische Membrane angebracht, welche die eine Seitenfläche eines Kästchens bilden, in welches das Gas eingeleitet werden kann und an dem ein Brenner angebracht ist. Durch die abwechselnde Verdichtung und Verdünnung der Luft an den Knoten wird die Membran und das Gasflämmchen in Bewegung gesetzt, so dass es bei starkem Anblasen der Pfeife ganz erlischt. In einem rotirenden Spiegel lässt sich die Bewegung der Flamme verfolgen.

Kohn nun hat versucht, die schwingende Luft ohne Weiteres auf eine Gasflamme einwirken zu lassen. Zu dem Zweck entfernte er die Membran nebst Gaskapsel an einer Pfeife und setzte eine kurze Glasröhre ein, welche vorn eine Oeffnung von 1^{mm} hatte. Dieser Oeffnung stand eine 6—8 Cm. hohe Gasflamme gegenüber und es liessen sich nun im Drehspiegel sehr hübsche Zacken an der Gasflamme bemerken. Am besten setzt man die

Glasröhre kurz über dem Mund der Pfeife ein und stellt die Gasflamme so, dass die schwingende Luft die Basis der Flamme trifft.

Man kann auch an der Röhre einen beliebig langen Kautschukschlauch anbringen und vorn eine Röhre mit enger Oeffnung einsetzen.

Auf andere Versuche, welche Kohn beschreibt, wollen wir hier nicht weiter eingehen.

7. Ueber die Reflexion des Lichtes an der Vorder- und Hinterfläche einer Linse von Krebs (Pogg. Ann. Bd. CLIV. p. 563). Fällt Licht auf einen durchsichtigen Körper, so wird es theilweise an der Vorderfläche reflectirt, theilweise absorbirt und theilweise durchgelassen. Das in den Körper eindringende Licht wird auch an der Rückfläche des Körpers theilweise reflectirt und geht dann wieder zurück.

Diesen Fundamentalsatz kann man sehr hübsch mittelst einer Linse zeigen.

Lässt man durch die 9—12 Cm. weite Oeffnung im Laden eines dunkeln Zimmers ein Strahlenrohr auf eine Linse fallen, so bemerkt man in einiger Entfernung von der Linse auf der dem Laden entgegengesetzten Seite den bekannten Brennpunkt, in welchem die durchgelassenen Strahlen sich vereinigen; zugleich sieht man aber auch auf der andern dem Laden zugekehrten Seite einen Convergenzpunkt und zwar von den Strahlen erzeugt, welche an der Hinterfläche reflectirt worden sind. Betrachtet man ferner den Laden, so sieht man auf demselben, wenn die Linse nicht zu weit von ihm entfernt ist, einen hellen Kreis, welcher von einem halbhellen, durch einen farbigen Ring begrenzten Raum umgeben ist. Besser nimmt man diese Erscheinung wahr, wenn man einen Bogen Zeichenpapier, nachdem man aus der Mitte desselben einen Kreis ausgeschnitten hat, dessen Durchmesser um wenig grösser ist, als der der Röhre am Laden, mittelst Centrumsstifte am Laden befestigt. Die beiden Lichtringe sind mit dem Umfange der Röhre concentrisch, wenn man die Linse genau senkrecht in die wagrecht einfallenden Strahlen hält.

Der äussere halbhelle Ring muss jedenfalls, da er farbig gesäumt ist, durch die Reflexion an der Hinterfläche und der ganz helle durch die Reflexion an der Vorderfläche der Linse entstanden sein; der erstere verschwindet denn auch (und nur der letztere bleibt übrig), wenn man an den vor der Vorderfläche der Linse befindlichen Vereinigungspunkt der Strahlen einen dunklen Körper, z. B. den Finger bringt und dadurch die hier sich vereinigenden Strahlen verhindert auf den Laden zu fallen. Wir verzichten darauf die in der Abhandlung ausgeführten Berechnungen über die Lage des Convergenzpunkts vor der Vorderfläche der Linse, sowie über den Neigungswinkel der äussersten an der Vorder- und Hinterfläche reflectirten Strahlen etc. ausführlich mitzutheilen. Wir erwähnen blos, dass die an der Hinterfläche der Linse reflectirten Strahlen beträchtlich stärker (erst con- und dann) divergiren, als die an der Vorderfläche reflectirten.

Für eine gewöhnliche Linse, deren Brechungsexponent $= \frac{3}{2}$, ist die Entfernung des vorderen Convergenzpunkts viermal näher an der Linse gelegen, als der gewöhliche Convergenz- i. e. Brennpunkt. Dasselbe gilt annähernd auch für andere Glassorten, Quarz etc., da ja deren Brechungsexponent nicht viel von $\frac{3}{2}$ abweicht.

Eigentlich muss es noch mehr Convergenzpunkte geben; denn die einfallenden Strahlen werden zum Theil auch mehrfach im Innern der Linse reflectirt und dann erst durchgelassen; allein diese Convergenzpunkte sind schwer sichtbar zu machen.

Bibliographie.

Juli.

Unterrichts- und Erziehungswesen.

Beeger, Die Disciplinargewalt der Schule. Vortrag. Lpz. Findel. 0,30.
Fröhlich, Die Simultanschule. Ihr Wesen, ihre Aufgabe, ihre Bedeutung für die Cultur und ihre Organisation. Gekrönte Preisschrift. Eisenach. Bacmeister. 1,50.
Hirzel, Vorlesungen über Gymnasialpädagogik. Tübingen. Heckenhauer. 5.
Just, Zur Pädagogik des Mittelalters. Eisenach. Bacmeister. 1,20.
Pfalz, Theorie und Praxis in der Erziehung. 4 Vorträge für weitere Kreise. Lpz. Brandstetter. 1,20.
—, Ueber weibliche Erziehung. Ebd. 0,75.
Schimmelpfeng, Schulreden, gehalten in der Klosterschule Ilfeld. Lpz. Teubner. 2.
Schrader, Erziehungs- und Unterrichtslehre für Gymnasien und Realschulen. 3. Aufl. Berlin. Hempel. 10,50.
Schulte, 3 Reden zur Schulfrage. Essen. Könen. 0,30.
Schumann, Leitfaden der Pädagogik für den Unterricht in Lehrerbildungsanstalten. 1. Thl. Die systematische Pädagogik und die Schulkunde. Hannover. Meyer. 2,40.
Schwartz, Der Organismus der Gymnasien in seiner praktischen Gestaltung. Berlin. Hertz. 3,60.
Steiner, Rathschläge zu einer naturgemässen körperlichen Erziehung der Kinder. Prag, Bohemia. 1.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Dietzel, Die Elemente der Projectionslehre. Lpz. Gebhardt. 1.
—, Die Elemente der Perspective. Ebd. 1.
Heilermann, Lehr- und Uebungsbuch für den Unterricht in der Mathematik an Gymnasien, Real- und Gewerbeschulen. 2. Thl.: Ebene Trigonometrie. 2. Aufl. Koblenz. Hergt. 0,75.
Hesse, Vorlesungen über analytische Geometrie des Raumes, insbesondere über Oberflächen 2. Ordnung. Revidirt und mit Zusätzen versehen von Prof. Gundelfinger. 3. Aufl. Lpz. Teubner. 13.
Hess, Ueber die zugleich gleicheckigen und gleichflächigen Polyeder. Kassel. Kay. 4.
Hugel, Die regulären und halbregulären Polyeder. Mit 1 Tab. und 113 stereoskopischen Fig. Neustadt a. d. H. Gottschick. 3.
Kehr, Praktische Geometrie für Volks- und Fortbildungsschulen. 5. Aufl. Gotha. Thienemann. 3.
Rauscher, Studien über die Beziehungen zwischen Evoluten, Evolventen, Trajectorien und Umhüllungslinien. Wien. Gerold. 2.
Scherling, Grundzüge der axonometrischen und schiefen Parallelprojection. Ein Ergänzungsheft zu jedem Lehrbuch der gewöhnlichen orthogonalen Projection für Realschulen. Lpz. Teubner. 1.
Steiner's Vorlesungen über synthetische Geometrie. 2. Thl. Die Theorie der Kegelschnitte, gestützt auf projectivische Eigenschaften. Auf Grund von Universitätsvorträgen und mit Benutzung hinterlassener Manuscripte bearb. von Prof. Dr. Schröter. 2. Aufl. Lpz. Teubner. 14.

2. Arithmetik.

Kleinpaul, Anweisung zum praktischen Rechnen. 4. Aufl. Lpz. Langewiesche. 4,50.
Mocnik, Lehrbuch der Arithmetik und Algebra für die oberen Classen der Mittelschulen. 15. Aufl. Wien. Gerold. 3,20.
Reeb, algebraisches Uebungsbuch mit einleitenden Fragen, eingereihten Sätzen und Regeln. 2. Aufl. Giessen. Roth. 1,50.
Rosenberger, Die Buchstabenrechnung. Eine Entwickelung der Gesetze der Grundrechnungsarten rein aus den Begriffen der Zahl und des Zählens als Grundlage für den Unterricht. Jena. Dufft. 2.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie, Mechanik, Geodäsie.)

Brettner, Mathematische Geographie. Ein Leitfaden beim Unterrichte dieser Wissenschaft in höheren Lehranstalten. 7. Aufl. Von Bredow. Breslau. Morgenstern. 1,50.
Hottenroth, Die verschiedenen Instrumente für Vermessungen und Nivellements zum prakt. Gebrauch für Schüler von Baugewerkschulen etc. Wiesbaden. Limbarth. 1,80.
Kreuter, Das neue Tacheometer aus dem Reichenbach'schen mathematischen Institute (Ertel & Sohn) in München. Ein Universal-Instrument für alle Feldarbeiten des Ingenieurs. Brünn. Winiker. 2.
Wiener, Ueber die Stärke der Bestrahlung der Erde durch die Sonne in ihren verschiedenen Breiten und Jahreszeiten. Karlsruhe. 2.

Physik.

Blaserna, Die Theorie des Schalls in Beziehung zur Musik. 24. Bd. der internationalen wiss. Bibl. Lpz. Brockhaus. 5.
Brewer, Katechismus der Naturlehre oder Erklärung der wichtigsten physikalischen und chemischen Erscheinungen des täglichen Lebens. 3. Aufl. Bearb. v. Gretschel. Lpz. Weber. 2.
Dorner, Grundzüge der Physik. 3. Aufl. Hamburg. Meissner. 2,50.
Fortschritte auf dem Gebiete der Meteorologie im Jahre 1875. Lpz. Mayer. 1,60.
Mayer, Die Torricellische Leere. Stuttgart. Cotta. 0,60.
Müller, Lehrbuch der Physik und Meteorologie. Theilweise nach Pouillet's Lehrbuch der Physik selbstständig bearb. 8. Aufl. Bearb. von Prof. Pfaundler. 1. Bd. Braunschweig. Vieweg. 4.
Röthig, Die Probleme der Brechung und Reflexion. Lpz. Teubner. 2,80.
Ruths, Ueber den Magnetismus weicher Eisencylinder. Nebst Anhang: Ueber den Magnetismus verschieden harter Stahlsorten. Dortmund, Krüger. 1,50.
Schröder, Ergebnisse des physikalischen Unterrichts in der Elementarschule. 4. Aufl. Lpz. Siegismund. 0,30.

Chemie.

Knop, Körpermolecule. Nachweisung der Thatsache, dass die Molecule der neueren Chemie durch Zusammenlegen von Tetraedern und Octaedern atomistisch nachgebildet werden können. Lpz. Staackmann. 1,50.
Meyer, Die modernen Theorien der Chemie und ihre Bedeutung für die chemische Statik. 3. Aufl. Breslau. Maruschke. 4.
Schiff, Einführung in das Studium der Chemie, nach Vorlesungen geh. am naturwissensch. Institut in Florenz. Berlin. Grieben. 6.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Herold, weil. Prof., Untersuchungen über die Bildungsgeschichte der wirbellosen Thiere im Ei. 3. Lfg.: Feuerwanze. Schmeissfliege. Abendpfauenauge. Aus dem Nachlasse des Verf. und mit Unterstützung der k. preuss. Akademie der Wissensch. herausg. v. Prof. Gerstäcker. Berlin. Gutmann. 20.

Leutemann, 12 Thierbilder. Chromolith. Zoologischer Atlas. Imp.-Fol. Lpz. Refelshöfer. 12. Auf stärkerem Papier mit Schutzwand und Vorrichtung zum Aufhängen. 16.

Scholz, Das Wissenswürdigste aus der Thierkunde für Schullehrerseminarien etc. 2. Bdchn. Die wirbellosen Thiere. Breslau. Morgenstern. 1,50.

Seltmann, Leitfaden zu einem methodischen Unterricht in der Zoologie. 1. Heft. Plauen. Neupert. 0,30.

Stölker, Die Alpenvögel der Schweiz. Photographirt von Täschler. 1. Serie. 15 Blatt. St. Gallen. Scheitlin. 30.

Weinland, Zur Weichthierfauna der schwäbischen Alb. Mit 1 Taf. Abb. Berlin. Friedländer. 3.

2. Botanik.

Ahles, Unsere wichtigeren Giftgewächse mit ihren pflanzlichen Zergliederungen. 2. Thl. Allgemein verbreitete essbare und schädliche Pilze mit einigen mikroskopischen Zergliederungen. Esslingen. Schreiber. 5,50.

Darwin, Die Bewegungen und Lebensweise der kletternden Pflanzen. Aus dem Engl. v. Vict. Carus. Stuttgart. Schweizerbart. 3,60.

Munk, Die elektrischen und Bewegungserscheinungen am Blatte der Dionaea muscipula. Mit der anatom. Untersuchung des Dionaea-Blattes v. Kurtz. Lpz. Veit. 6.

Prantl, Lehrbuch der Botanik für Mittelschulen. Bearb. unter Zugrundelegung des Lehrbuchs der Botanik v. Jul. Sachs. 2. Aufl. Lpz. Engelmann. 3,60.

Waldner, Excursionsflora von Elsass-Lothringen. Autorisirte nach Fr. Kirschleger's Guide du botaniste bearb. Ausgabe. Heidelberg. Winter. 3.

Wandtafeln, 60, zu Callsen's Pflanzenkunde in der Volksschule. 1. Abthl. Flensburg. Westphalen. 6.

3. Mineralogie.

Vogel, Leitfaden zu einem methodischen Unterrichte in der Mineralogie und Botanik. Plauen. Neupert. 0,40.

Zittel, Die Kreide. Vortrag geh. im Liebig'schen Hörsaal in München am 21. März 1876. 251. Heft der Virchow-Holtzendorff'schen gemeinverst. Vorträge. Berlin. Habel. 0,80.

—, Handbuch der Paläontologie. Unter Mitwirkung von Prof. Schimper hrsg. 1. Bd. 1. Lfg. München. Oldenbourg. 4.

Geographie.

Daniel, Lehrbuch der Geographie für höhere Unterrichtsanstalten. 45. Aufl., hrsg. v. Prof. Kirchhoff. Halle. 1,50.

Gast, Plastischer Schulatlas über alle Theile der Erde in 25 Karten nach Reliefs und Zeichnungen von Woldermann. 1. Lfg. Weimar. Gast. 0,80.

Klöden, Leitfaden beim Unterricht in der Geographie. 6. Aufl. Berlin. Weidmann. 1,60.
Löher, Nach den glücklichen Inseln. Canarische Reisetage. Bielefeld. Velhagen. 5.
Seydlitz, Grundzüge der Geographie. 16. Aufl. Breslau. Hirt. 0,75.
Warhanek, Leitfaden für den geographischen Unterricht an Oberrealschulen. Wien. Sallmayer. 2,40.
Ziegler, Karte der vereinigten Staaten von Nordamerika, nebst Mexiko, Centralamerika und Westindien. 1 : 7000000. 4 Blatt. Lpz. Hinrich. 4.

A.

August.

Unterrichts- und Erziehungswesen.

Hofmann, Beobachtungen und Erfahrungen auf dem Gebiete der Schulgesundheitspflege. Mit briefl. Gutachten über Luftheizungen von J. v. Liebig u. a. Nürnberg. Recknagel 1,50.
Horwicz, Zur Entwickelungsgeschichte des Willens. Vortrag. Magdeburg. Faber. 0,54.
Laras, Der Hofmeister oder die vernünftige Erziehung der Kinder im Hause der Eltern. Teschen. Malik. 4.
Laspeyres, Das Alter der deutschen Professoren. Ein Beitrag zur Universitätsstatistik. 74. Heft der deutschen Zeit- u. Streitfragen. Berlin. Habel. 1,20.
Nohl, Pädagogische Seminarien und Universitäten. Neuwied. Heuser. 1,50.
Ranke, Aug. Hermann Francke. Vortrag. Erlangen. Deichert. 0,20.
Schäffler, Handbuch über die Gesetze u. Einrichtungen des evangelischen Volksschulwesens in Württemberg. 2. Aufl. Stuttgart. A. Müller. 3.
Weber, Die vier ersten Schuljahre. Für den praktischen Schulgebrauch. Gotha. Gläser. 1,50.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Hoppe, Prof., Principien der Flächentheorie. Lpz. Koch. 1,80.
Kehr, Geometrische Rechenaufgaben für Volks- und Fortbildungsschulen, sowie für Seminarvorbereitungsanstalten. 6. Aufl. Gotha. Thienemann. 0,80.
Kreussel, Lehrbuch der darstellenden Geometrie für Mittelschulen und zum Selbstunterricht. 2 Thle. Brünn. 8,40.
Lorberg, Leitfaden zum Unterricht in der Trigonometrie. 2. Aufl. Strassburg. Astmann. 0,60.
Mertens, Ueber die Malfatti'sche Aufgabe, deren Construction und Verallgemeinerung von Steiner. Wien. Gerold. 2.
Pickel, Die Geometrie der Volksschule. Anleitung zur Ertheilung des geometrischen Unterrichts. Für Lehrer und zum Gebrauch in Seminarien. 3. Aufl. Eisenach. Bacmeister. 1,35.
Schenk, Mathematische Uebungsaufgaben, bearb. von den Schülern der 8. Classe am k. k. akademischen Gymnasium in Wien. Wien. Hölder. 1.
Weyr, Weitere Bemerkungen über die Abbildung einer rationalen Raumcurve 4. Ordnung auf einem Kegelschnitt. Wien. Gerold. 0,30.

2. Arithmetik.

Büttner, Anleitung zum Rechenunterricht in der Volksschule. 3. Aufl. Köslin. Schulz. 3.

Fix, Aufgaben zum Kopf- und Zifferrechnen. Münster. Nasse. 0,12.
Hentschel, Lehrbuch des Rechenunterrichts in Volksschulen. 1. Thl. Die Grundrechnungsarten und die Regeldetri. 10. Aufl. Lpz. Merseburger. 2.
Hoppe, Tafeln zur 30stelligen logarithmischen Rechnung. Lpz. Koch. 0,80.
Kameke, Aufgaben für das gesammte schriftliche Rechnen in Schulen. Berlin. Imme. 0,20.
—, Ergebnisse. Ebd. 0,25.
Köster, Material für den Unterricht in der Arithmetik und Albgebra. Für den Schulgebrauch und mit besonderer Rücksicht auf die Bedürfnisse und den Zweck der Navigationsschule gesammelt und systemat. bearb. 3. Aufl. Oldenburg. Schmidt. 2,50.
Zmurko, Theorie der relativen Maxima und Minima bestimmter Integrale. Wien. Gerold. 0,80.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Mechanik. Geodäsie.)

Arendts, Grundzüge der mathematischen und physikalischen Geographie. Mit 1 Himmelskarte. Regensburg. Manz. 1,20.
Lersch, Ewiges Kalendarium. Zum gewöhnlichen Gebrauche und als Hilfsmittel chronologischer Studien eingerichtet. Münster. Aschendorff. 1.
Ohlert, Laplace's Hypothese über die Entstehung unseres Planetensystems. Danzig. Anhuth. 0,40.
Wiegandt, Dr. Aug., Die Schule des Lebensversicherungsagenten. Die Lebensversicherungspraxis in 2 Thln. 6. Aufl. Halle. Schmidt.

Physik.

Ditscheiner, Ueber die Farben dünner Krystallplättchen. Wien. Gerold. 0,40.
Hellmuth's Elementar-Naturlehre für den ersten wissenschaftl. Unterricht, insbes. an Real- und höheren Bürgerschulen bearb. v. Prof. Reichert. 18. Aufl. Braunschweig. Vieweg. 5.
Hugel, Die Stereoskopie gestützt auf orthogonale Coordinaten. Neustadt a. d. H. 1,30.
Jelinek, Ueber die Constanten der Aneroide und über Aneroide mit Höhenscalen. Wien. Gerold. 0,80.
Kayser, akustische Studien am Clavier. Danzig. Anhuth. 0,60.
Lichtstrahlen moderner Naturwissenschaft und geistiger Erkenntniss, gesammelt aus den Werken von Darwin, Häckel, Virchow etc. Dresden. Zahn. 3.
Sacher, Einige neue physikalische Versuche. Als Beitrag zur Theorie der Erdbildung. Salzburg. Mayr. 0,40.
Sand, Die mechanische Wärmetheorie in ihrem Zusammenhange mit den Grundprincipien der neueren Physik. Eichstätt. Krüll. 2,50.
Temme, Katechismus der Physik. Warendorf. Schnell. 1,20.
Zeller, Ueber mechanische und teleologische Naturerklärung in ihrer Anwendung auf das Weltganze. Berlin. Dümmler. 1.

Chemie.

Kratschmar, Leicht ausführbare Methode zur Untersuchung des Genusswassers. Gekrönte Preisschrift. Wien. Seidel. 1.
Loth, Die anorganische Chemie auf Grundlage methodisch geordneter Versuche für den Unterricht an höheren Lehranstalten u. zur Selbstbelehrung. Braunschweig. Vieweg. 4.

Naumann, Ueber Doctorpromotionen der Chemiker. Ein Vortrag. Giessen. Riecker. 0,50.
Ruchte, Zusammenstellung der wichtigsten chemischen Processe in Formeln. Mit stöchiometrischen Aufgaben. Neuburg. Prechter. 1.
Smyth, Entwickelung der theoretischen Ansichten über die gepaarten Schwefelverbindungen. Berlin. Oppenheim. 2,50.
Städeler, Leitfaden für die qualitative chemische Analyse anorganischer Körper. 7. Aufl. Neu durchgesehen und ergänzt von Prof. H Kolbe. Zürich. Orell. 1,60.
Topsöe, Krystallographische Untersuchungen an künstlich dargestellten Salzen. Wien. Gerold. 3.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Brischke, Ueber Hymenopterenbauten. Danzig. Anhuth. 0,20.
Claus, Untersuchungen zur Erforschung der genealogischen Grundlage des Crustaceensystems. Ein Beitrag zur Descendenzlehre. Mit 19 Tafeln. Wien. Gerold. 40.
Funke's Lehrbuch der Physiologie für akademische Vorlesungen und zum Selbststudium. 6. neu bearb. Aufl. von Prof. Gruenhagen. 1. Bd. Lpz. Voss. 15.
Gloger's Vogelschutzschriften II. Die nützlichsten Freunde der Land- u. Forstwirthschaft unter den Thieren. Mit 66 Abb. 7. Aufl. Neu herausg. u. zeitgemäss bearb. von Dr. Russ und Dürigen. Lpz. Voigt. 1,20. (I. u. II. 1,80).
Hess, Bilder aus dem Aquarium. Die wirbellosen Thiere des Meeres. Mit 126 Abb. Hannover. Rümpler. 8.
Jahresbericht über die Fortschritte der Thier-Chemie. Hrsg. v. Maly. Wiesbaden. Kreidel. 11,50.
Leutemann, Wilde Thiere. 12 Farbendruckbilder nach Originalaquarellen. Mit Text von Herm. Wagner. Lpz. Löwe. 1,50.
Lubbock, Ursprung und Metamorphosen der Insecten. Nach der 2. Aufl. aus dem Engl. von Schlösser. 1. Bd. der Bibliothek naturwiss. Schriften. Jena. Costenoble. 2,50.
Martens, Die preussische Expedition nach Ostasien. Nach amtlichen Quellen. Zoologische Abtheilung. Berlin. Decker. 42,50.
Menge, Skelet des breitköpfigen Finnwals Pterobalaena laticeps. Danzig. Anhuth. 1,60.
Radakoff, Handatlas der geographischen Ausbreitung der im europäischen Russland nistenden Vögel. 1. Lfg. Moskau. Lang. 6.
Rockstroh, Buch der Schmetterlinge und Raupen nebst Mittheilungen über die Eier, Raupen und Puppen der Schmetterlinge, über Fang und Zucht von Schmetterlingen und Raupen. 5. Aufl. nach dem neuesten Systeme von Staudiger völlig umgearb. v. Heyne. 231 Abb. Halle. Gesenius. 8.
Rossbach, Ueber das Wiederkauen beim Menschen. Langensalza. Klinghammer. . 1,20.
Schönke, Naturgeschichte. 4. Aufl. 1. Das Thierreich. Berlin. Remak. 2,60.
Singer, Das Herz des Menschen im gesunden und kranken Zustande. Vortrag. Wien. Hartleben. 0,50.
Tschermak, Die Einheit der Entwickelung in der Natur. Vortrag. Wien. Gerold. 3.
Voller, Die Entwickelung der naturwissenschaftlichen Erkenntniss u. die gegenwärtige Stellung der Naturwissenschaften. 2 Vorträge. Elberfeld. Fassbänder. 0,60.

Wagner, Der Tod, beleuchtet vom Standpunkte der Naturwissenschaften. 3. Aufl. Bielefeld. Helmich. 1.

2. Botanik.

Eder, Untersuchungen über die Ausscheidung von Wasserdampf bei den Pflanzen. Wien. Gerold. 6.

Hallier, Ausflüge in die Natur. Allgemein verständl. Schilderungen. 12. Bd. der Bibliothek für Wissensch. u. Literatur. Berlin. Grieben. 5,40.

Haug, Anfangsgründe der Pflanzenkunde. Zunächst für Schulpräparanden bearb. 2. Aufl. Stuttgart. Ulmer. 0,80.

Hein, Kurze Beschreibung der wichtigsten in Deutschland einheimischen und angebauten Gramineen, Cyperaceen, Juncaceen mit theilweiser Berücksichtigung ihrer Nutzbarkeit u. Angabe ihrer gewöhnlichen Fundorte im Zustande des Wildwachsens. Hamburg. Vetter. 0,75.

Koch, Prof., Die deutschen Obstgehölze. Vorlesungen geh. zu Berlin im Wintersemester 1875—76. Stuttgart. Enke. 12.

Schmerz, Naturgeschichtliche Briefe eines Schulmeisters. Brünn. Winiker. 3,20.

Schönke, Naturgeschichte. 4. Aufl. 2. u. 3. Thl. Das Pflanzen- und das Mineralreich. Berlin. Remak. 2,60.

—, Kleine Naturgeschichte. 8. Aufl. vermehrt durch eine Uebersicht nach Linné. Ebd. 1.

Wagner, Die Familie der Halbgräser und Gräser (Juncaceen, Cyperaceen, Gramineen). Eine Anleitung zum Studium derselben für Anfänger, sowie für Freunde der Naturwissenschaften überhaupt bearb. und mit einem Herbarium in Verbindung gebracht. Bielefeld. Helmich. 2,25.

—, Die Pflanzenwelt. Führer durch das Reich der blühenden Gewächse. Ebd. 4,50.

3. Mineralogie.

Eger, Der Naturaliensammler. Praktische Anleitung zum Sammeln, Präpariren, Conserviren unorganischer und organischer Naturkörper. 3. Aufl. Wien. Fäsy. 2.

Hochstetter, Prof., und Bisching, Leitfaden der Mineralogie und Geologie für die oberen Classen an Mittelschulen. Wien. Hölder. 2,20.

Mineral-Vorkommen in den hohen Tauern. 4 Blatt. Wien. Lang. 1,20.

Schmidlin, Der Gletschergarten beim Löwendenkmal in Luzern. Luzern. Prell. 0,50.

Siegmund, Untergegangene Welten. Eine populäre Darstellung der Geschichte der Schöpfung und der Wunder der Natur. Nach den neuesten Forschungen der Wissenschaft bearb. Mit 12 Abb. in Tondruck u. 200 Textillustr. 20 Lfgn. à 0,60. Wien. Hartleben.

Geographie.

Bumbke, Geographie von Schlesien für den Elementarunterricht. Mit Karte von Schlesien. Breslau. Görlich. 0,30.

—, Karte allein, chromolith. 0,15.

Hobirk, Die Hämus-Halbinsel. Detmold. Mayer. 1,50.

—, Iran und Turan. Ebd. 1,50.

Knappe, Grundriss der Geographie. 4. Aufl. von Prof. Ladek. Prag. Dominicus. 0,90.

Lankenau und v. d. Oelsnitz, Das heutige Russland. 2. Bd. Bilder u. Schilderungen aus allen Theilen des Czarenreichs in Asien. 4 Tonbilder, 120 Textabb. Lpz. Spamer. 6,50.

Lindemann, Landesbeschreibung der Provinz Schleswig-Holstein. 3. Aufl. Kiel. Schwers. 0,60.
Lindheim, Russland in der neuesten Zeit. Statistische und ethnographische Mittheilungen. Wien. Gerold. 2,40.
Rohlfs, Gerhard, Expedition zur Erforschung der libyschen Wüste im Winter 1873—74. 2. Bd. Cassel. Fischer. 24.
Schulkarte, kleine, von Europa. 1 : 11000000. Zürich. Keller. 0,50.
Stahlberg, Leitfaden für den geographischen Unterricht. In 3 Cursen. 13. Aufl. Lpz. Holtze. 1. und 2. Cursus: 0,60.

September.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Beiträge zur Uebersicht über das Leipziger Schulwesen. Lpz. Hinrich. 1,50.
Delhez, Gymnastik der Sinne für die erste Erziehung des Kindes. Wien. Lechner. 0,40.
Dröse, Pädagogische Charakterbilder. Geschichte der Pädagogik und ihrer vornehmsten Vertreter in den 4 letzten Jahrhunderten. 6. Aufl. Langensalza. Schulbuchh. 2,40.
—, Anthropologie d. i. Somatologie und Psychologie, nebst einem Anhang, Logik enth. Als Grundwissenschaften der neueren Pädagogik dargestellt. 3. Aufl. Ebd. 1,80.
Erler, Die Directorenconferenzen des preussischen Staates. Sämmtliche auf ihnen gepflogenen Verhandlungen, geordnet, excerpirt und eingeleitet durch eine Darstellung der geschichtlichen Entwickelung dieser Conferenzen. Berlin. Wiegandt und Grieben. 5.
Neumaier, Leitfaden in den Unterricht in der Pädagogik für Schullehrerseminarien und den Selbstunterricht. 2. Aufl. Tauberbischofsheim. Lang. 3.
Schultz, Die häusliche Erziehung im Zusammenhang mit der Schule. Schweinfurt. Stoer. 0,50.
Studien, pädagogische. 8. Heft. Das deutsche Schulwesen nach seiner historischen Entwickelung und den Forderungen der Gegenwart. Vom Standpunkte der Staats- und Gemeindeverwaltung, sowie der Nationalökonomie dargestellt. Von Bürgermeister Mascher. 4.
Ueber Bedeutung und Einrichtung der Volksbibliotheken. Vom Ministerium des Cultus und öffentl. Unterrichts. Leipzig. Rossberg. 0,50.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Albrich, Anfangsgründe des projectivischen Zeichnens für Gewerbeschulen. Hermannstadt. Michaelis. 0,80.
Arendt, Trigonométrie rectiligne. Berlin. Herbig. 1.
Kambly, Stereometrie. Nebst Uebungsaufgaben. 10. Aufl. Breslau. Hirt. 1,25.
Lötzsch, Geometrie in concentrisch erweiterten Cursen. Zum Schulgebrauch bearb. 6. Aufl. Mittweida. 0,50.
Moshammer, Zur Geometrie der Schraubenbewegung und einer Regelfläche 3. Ordnung. Wien. Gerold. 1,60.
Schendel, Beitrag zur analytischen Geometrie der Ebene in trilinearen Coordinaten. Jena. Costenoble. 1,80.

2. Arithmetik.

Bertram, Das Gebiet des Elementar-Rechnens des bürgerlichen und kaufmännischen Lebens erklärend dargestellt. Bremen. Kühtmann. 1,50.
Dohne, Praktisches Rechenbuch. Methodisch geordnete Aufgaben für das schriftliche Rechnen. Riga. Betz. 1.
Flemming, Hauptsätze der Arithmetik und Algebra für den Unterricht an höheren Lehranstalten. 2. Aufl. Altenburg. Bonde. 0,80.
Höhr, Lehrbuch der Arithmetik für Untergymnasien und verwandte Lehranstalten. Wien. Sallmayer. 3.
Liehner, Das Ausziehen der Quadrat- und Cubikwurzel. Für Schulen und zum Selbstunterricht. Siegmaringen. Tappen. 0,40.
Sammlung v. Rechenaufgaben. 3. Heft. Decimalbrüche. 2. Aufl. Frankfurt. Jäger. 1,40.
Winckler, Ueber die Integration linearer Differentialgleichungen 2. Ordnung mittelst einfacher Quadraturen. Vergleichende Zusammenstellung der bez. älteren und neueren Resultate und die kritische Beleuchtung der angeblichen Entdeckungen des Hrn. Prof. Spitzer in Wien. Wien. Hölder. 2.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Hermes, Elemente der Astronomie und mathematischen Geographie. Zum Gebrauch beim Unterricht auf höheren Lehranstalten und zum Selbststudium. Berlin. Winckelmann. 1.
Krause, Methode zur Erlernung und Anwendung der Perspective. Lpz. Scholtze. 1.
Meissner, Die Hydraulik und die hydraulischen Motoren. Zum Gebrauche für technische Lehranstalten, sowie ganz besonders zum Selbstunterricht. Jena. Costenoble. 3.
Publication des königlich preuss. geodätischen Institutes. Astronomisch-geodätische Arbeiten im Jahre 1875. Instruction für die Polhöhen- und Azimuthbestimmungen der astronomischen Section. Berlin. Imme. 9.
—, Dasselbe. Zusammenstellung der Literatur der Gradmessungsarbeiten. Herausg. von dem Centralbureau der europäischen Gradmessung. Ebd. 2,50.
Schiaparelli, Die Vorläufer des Copernikus im Alterthum. Historische Untersuchungen. Unter Mitwirkung des Verf. in's Deutsche. übers. von M. Curtze. Lpz. Quandt und Händel. 2,80.
Schreiber, Handbuch der barometrischen Höhenmessungen. Anleitung zur Berechnung der Höhen aus barometrischen, thermometrischen und hygrometrischen Messungen, unter besonderer Berücksichtigung der Surrogate für das Quecksilberbarometer. Mit Atlas. Weimar. Voigt. 9.

Physik.

Caspar, Elementarbuch der Physik. Freiburg. Herder. 2,80.
Jochmann, Grundriss der Experimentalphysik. Zum Gebrauch beim Unterricht auf höheren Lehranstalten und zum Selbststudium. 4. Aufl. Vermehrt um „Hermes, Elemente der Astronomie und mathematischen Geographie.“ Berlin. Winckelmann. 4,50.
Reitlinger, Ueber einige merkwürdige Erscheinungen in Geissler'schen Röhren. Wien. Gerold. 0,20.
Subic, Das Manometer-Hygrometer. Wien. Gerold. 0,40.
Weyprecht, Hauptresultate der magnetischen Beobachtungen während der österreichisch-ungarischen Polarexpedition. Wien. Gerold. 0,40.

Zetsche, Handbuch der elektrischen Telegraphie. 2. Bd.: Die Lehre von der Elektricität und dem Magnetismus mit besonderer Berücksichtigung ihrer Beziehungen zur Telegraphie. Bearb. von Dr. Fröhlich. Berlin. Springer. 3,60.

Chemie.

Lielegg, Erster Unterricht aus der Chemie an Mittelschulen. Ausgabe für Realgymnasien. 2. Aufl. Wien. Hölder. 1.
Postel, Kleine Chemie insbes. für Seminaristen. 7. Aufl. Langensalza. Schulbuchhandlung. 1.
—, Laien-Chemie oder leicht fassliche, an einfache Versuche geknüpfte Darstellung der Hauptlehren der Chemie für Gebildete aller Stände. Ebd. 3,75.

Beschreibende Naturwissenschaften.

Zoologie.

Altum, Forstzoologie. I. Säugethiere. 2. Aufl. Mit 120 fast sämmtlich Original-Figuren in Holzschn. und 6 lith. Taf. Berlin. Springer. 12.
Brauer, Die Neuropteren Europas und insbes. Oesterreichs mit Rücksicht auf ihre geogr. Verbreitung. Lpz.. Brockhaus. Wien. Braumüller. 2,80.
Büchner, Die Darwin'sche Theorie von der Entstehung und Umwandlung der Lebewelt. 6 Vorlesungen. 4. Aufl. Lpz. Thomas. 5,50.
Classen, Zur Physiologie des Gesichtssinnes. Sammlung physiologischer Abhandlungen 1. Reihe. Jena. Dufft. 1,50.
Hesse, Christian Gottfried Ehrenberg. Eine Gedächtniss-Rede. Delitzsch. Pabst. 0,40.
Mayr, Die europäischen Cynipiden-Gallen mit Ausschluss der auf Eichen vorkommenden Arten. Wien. Hölder. 2.
Riesenthal, Die Raubvögel Deutschlands und des angrenzenden Mitteleuropas. Darstellung und Beschreibung. Kassel. Fischer. In Lief. à 1.
—, Dasselbe. Atlas. à 4. Prachtausgabe à 8.
Wallace, Die geographische Verbreitung der Thiere. Nebst einer Studie über die Verwandtschaften der lebenden und ausgestorbenen Faunen in ihrer Beziehung zu den früheren Veränderungen der Erdoberfläche. Autor. deutsche Ausgabe von B. A. Mayer. 2 Bde. Dresden. Zahn. 36.

Botanik.

Agardh, Species, genera et ordines Algarum seu descriptiones succinctae specierum, generum et ordinum, quibus Algarum regnum constituitur. Vol. III. Et sub tit.: Epicrisis systematis Floridearum. Lpz. Weigel. 20. (I—III: 49.)
Burgerstein, Untersuchungen über die Beziehungen der Nährstoffe zur Transspiration der Pflanzen. Wien. Gerold. 0,80.
Haberlandt, Untersuchungen über die Winterfärbung ausdauernder Blätter. Ebd. 0,40.
Kerner, Die Schutzmittel der Blüthen gegen unberufene Gäste. Wien. Braumüller. (Lpz. Brockhaus.) 8.
Schilling's Grundriss der Naturgeschichte. 2. Thl. Das Pflanzenreich. Ausg. A. Anleitung zur Kenntniss desselben nach dem Linné'schen System. 12. Bearb. Breslau. Hirt. 3.
—, Dasselbe. Ausg. B. Natürliches System. 15. Aufl. Ebd. 3,50.

Schmidt, Atlas der Diatomaceenkunde. In Verbindung mit Gründler, Grunow, Janisch, Weissflog und Witt herausg. 2. Abdr. Aschersleben. Schlegel. In Heften à 6.
Wiesner, Die natürlichen Einrichtungen zum Schutze des Chlorophylls der lebenden Pflanze. Lpz. Brockhaus. 2,20.
Zippel und Bollmann, Ausländische Culturpflanzen in bunten Wandtafeln mit erläuterndem Text. Mit Atlas. Braunschweig. Vieweg. 12. Text allein 2.

Mineralogie.

Braungart, Die Wissenschaft in der Bodenkunde. Lpz. Voigt. 12.
Engelhardt, Tertiärpflanzen aus dem Leitmeritzer Mittel-Gebirge. Ein Beitrag zur Kenntniss der fossilen Pflanzen Böhmens. Mit 12 Tafeln. Jena. Frommann. 10.

Geographie.

Dorr, Ueber das Gestaltungsgesetz der Festlandsumrisse und die symmetrische Lage der grossen Landmassen. 3. Aufl. Liegnitz. Kaulfuss. 2,25.
Dronke, Geographische Zeichnungen. Ein Hülfsmittel für den geographischen Unterricht. Bonn. Weber. In Lfgn. à 2.
Herr, Lehrbuch der vergleichenden Erdbeschreibung für die unteren und mittleren Classen der Gymnasien, Realsch. etc. Wien. Sallmayer. 4.
Kollberg, Nach Ecuador. Reisebilder. Freiburg. Herder. 9.
Kozenn's Geographischer Schulatlas für Gymnasien, Real- und Handelsschulen. 21. Aufl. in 36 Karten. Wien. Hölzel. 5,60.
Ruge, Geographie, insbesondere für Handelsschulen und Realschulen. 6. Aufl. Dresden. Schönfeld. 3,60.
Seydlitz, Grundzüge der Geographie. Leitfaden für den Anfangs-Unterricht in der Erdkunde. 16. Aufl. Breslau. Hirt. 0,75.
Supan, Lehrbuch der Geographie nach den Principien der neueren Wissenschaft. 2. Aufl. 2,40.
Vogel's Netzatlas auf Wachspapier zum Kartenzeichnen in Schulen. 9. Aufl. Lpz. Hinrich. 7 Blatt. 1,50.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Die Maturitätsprüfungen der Württembergischen Realschulen.

I.

Verfügung

des königl. Ministeriums des Kirchen- und Schulwesens, betreffend Einführung von Reifeprüfungen an den zehnclassigen Realanstalten.

Vom 14. Februar 1876.

(Abgedruckt aus dem Staats-Anzeiger für Württemberg vom 18. Februar 1876 Nr. 40 S. 247; Regierungsblatt Nr. 7 S. 61.)

Nachdem in der Organisation der königl. polytechnischen Schule eine Aenderung in der Art getroffen worden ist, dass die erste mathematische Classe mit dem Herbst 1875 aufgehört hat, und dass auch die zweite mathematische Classe mit dem Herbst 1876 geschlossen und zugleich die technische Maturitätsprüfung letztmals abgehalten werden soll, hat sich das Bedürfniss ergeben, ebenso wie an dem Realgymnasium auch an den zehnclassigen Realanstalten Gelegenheit zum Nachweis zunächst der für die Aufnahme in das Polytechnikum (technische Hochschule) erforderlichen, weiterhin aber überhaupt der dem Lehrplan dieser Anstalten entsprechenden Reife zu bieten. Aus diesem Anlass werden nachstehende Bestimmungen getroffen.

1. An jeder der vollständig eingerichteten zehnclassigen Realanstalten wird je innerhalb der letzten sechs Wochen des Schuljahres eine Reife- (Abiturienten-) Prüfung abgehalten, durch welche ermittelt werden soll, ob der Geprüfte in Kenntnissen und Fertigkeiten die dem Lehrplane der Anstalt entsprechende Ausbildung erlangt hat.

2. Die Prüfung ist zunächst für die Schüler der Anstalt selbst, und zwar in der Regel nur für diejenigen bestimmt, welche zwei Semester als ordentliche Schüler der obersten Classe zugebracht haben.

3. Zu der Prüfung können ausser den in §. 2. erwähnten Schülern der Anstalt auch solche Jünglinge zugelassen werden, welche, ohne im Laufe des betreffenden Semesters Schüler einer zehnclassigen Realanstalt des Landes gewesen zu sein, sich über einen dem vollständigen Realcursus entsprechenden Bildungsgang ausweisen und sich in den ersten acht Wochen des Semesters der Prüfung zu dieser bei der Ministerial-Abtheilung melden. Der Meldung muss angefügt sein:

a) die Angabe der Personalien des Candidaten (Vor- und Geschlechtsnamen, Tag und Ort der Geburt, Stand und Wohnort der Eltern, Confession u. s. w.);
b) ein vollständiger Lebensabriss mit besonderer Berücksichtigung
   α) der von dem Candidaten von Anfang an besuchten Schulen oder der sonst von ihm benützten Unterrichtsgelegenheiten und der darauf verwendeten Zeit,
   β) der von ihm etwa schon erstandenen Prüfungen und
   γ) der von ihm erworbenen Zeugnisse.

Die Ministerial-Abtheilung wird solche Candidaten, wenn sie als zulassungsfähig von ihr erkannt werden, dem Rectorat einer Realanstalt zur Theilnahme an der Abgangsprüfung zuweisen. Indessen müssen solche Maturitätsaspiranten in der Regel Landesangehörige sein. Bestehen sie die Prüfung nicht, so können sie von der Commission nach Befinden auf eine bestimmte Zeit von einer weiteren Prüfung zurückgewiesen werden.

4. Die Prüfungscommission besteht aus dem den Vorsitz führenden, von der Ministerial-Abtheilung für Gelehrten- und Realschulen in der Regel aus ihrer Mitte bestellten königl. Commissär, dem Rector der Realanstalt und den Lehrern, welche an den zwei obersten Classen Unterricht in den Prüfungsfächern ertheilen. Nach Bedürfniss werden von dem Rector auch andere Lehrer der Oberrealschule beigezogen. Jedenfalls soll die Zahl der Mitglieder, den königl. Commissär und den Rector ungerechnet, nicht unter vier betragen.

Die Geschäftsführung der Prüfungscommission wird durch besondere Instruction geregelt.

5. Die Prüfung ist theils schriftlich, theils mündlich.

a) Gegenstände der schriftlichen Prüfung sind: Deutscher Aufsatz, französische und englische Sprache, Mathematik (Trigonometrie und mathematische Geographie, niedere und höhere Analysis, analytische und beschreibende Geometrie), Physik, Chemie, Mineralogie, Linear- und Freihandzeichnen.
b) Gegenstände der mündlichen Prüfung sind: Deutsche Literaturgeschichte, in der Regel auch französische und englische Sprache, ausserdem unter den übrigen in a) genannten Fächern diejenigen, in welchen die Prüfungscommission eine Ergänzung der schriftlichen Leistungen der Abiturienten für nöthig erachtet.

6. Wer sich der Benützung unerlaubter Hilfsmittel oder einer sonstigen Täuschung bei der schriftlichen oder mündlichen Prüfung schuldig macht oder anderen dazu behilflich ist, wird von der Prüfung zurückgewiesen. Nur in Ausnahmefällen bei geringerer Verschuldung ist es zulässig, dass dem betreffenden Abiturienten neue Aufgaben zu gesonderter Bearbeitung gegeben werden. Wird die Täuschung erst später entdeckt, so wird dem Abiturienten ein Prüfungszeugniss nicht ausgestellt, oder das bereits ausgestellte wieder abgefordert.

7. Ausser den obligatorischen Prüfungsarbeiten können von den Abiturienten mit ihrer Meldung zu der Prüfung auch einzelne grössere selbstständig gefertigte Arbeiten als Beweise ihrer wissenschaftlichen Befähigung vorgelegt werden.

8. Abiturienten, welche nach den Zeugnissen ihrer Lehrer in den beiden obersten Classen sich durch wissenschaftliches Streben und geordnetes Betragen ausgezeichnet und in ihren schriftlichen Prüfungsarbeiten grösstentheils das Prädicat „gut“ erlangt haben, können nach dem einstimmigen Beschluss der Prüfungscommission von der mündlichen Prüfung dispensirt werden. Ist eine der schriftlichen Prüfungsarbeiten für ungenügend erklärt worden, so ist die Dispensation nicht zulässig. Denjenigen, welche von

der mündlichen Prüfung dispensirt werden, wird von den betreffenden Fachlehrern nach dem Ergebniss ihrer Leistungen im letzten Schuljahr ein Zeugniss ertheilt.

9. Die von der Prüfungscommission festgestellten Reifezeugnisse werden den Abiturienten durch den Rector am Schlusse des Schuljahres in einem feierlichen Act eingehändigt, können ihnen aber wegen etwaiger, nach Beendigung der Reifeprüfung begangener Uebertretungen der Schulordnung durch Beschluss der Ministerial-Abtheilung vorenthalten werden. Die Namen der Abiturienten sind in dem nächsten Programm der Anstalt zu veröffentlichen.

10. Diejenigen Abiturienten, welche nicht bestanden sind, die Realanstalt aber verlassen wollen, erhalten auf Verlangen ein gewöhnliches Schulzeugniss oder wird ihnen, wenn sie ein Prüfungszeugniss nach dem Formular sich ausbitten, ein solches, jedoch mit einer Bemerkung über das ungenügende Gesammtergebniss ausgestellt. Es ist denselben noch zweimal gestattet, sich bei der Prüfung zu betheiligen, jedoch nur an der Anstalt, an welcher die erste Prüfung stattgefunden hat, es sei denn, dass sie nach derselben eine andere Realanstalt ein Jahr lang besucht haben. Die Prüfung nur in solchen Fächern zu wiederholen, in welchen das Ergebniss ungenügend ausgefallen war, ist nicht zulässig.

11. Das Reifezeugniss gewährt den Geprüften das Recht, auf der Universität bei der naturwissenschaftlichen Facultät immatriculirt zu werden, sowie bei der polytechnischen Schule in Stuttgart in die Fachschulen für die Mathematik und Naturwissenschaften, für chemische Technik und für allgemein bildende Fächer, und wofern der Durchschnitt der Zeugnissnoten in den sechs Fächern: Trigonometrie, niedere und höhere Analysis, analytische uud beschreibende Geometrie und Linearzeichnen — nicht geringer als genügend lautet, in die Fachschulen für Architektur, für Ingenieurwesen und für Maschinenbau als ordentliche Studirende einzutreten. Wegen etwaiger, weiterer mit dem Reifezeugniss zu verbindender Berechtigungen bleibt Verfügung vorbehalten.*)

Stuttgart, den 14. Februar 1876. GESSLER.

II.

Im Anschluss an diese Verfügung hat die Ministerial-Abtheilung für Gelehrten- und Realschulen mit Genehmigung des königl. Ministeriums bezüglich der bei den Reifeprüfungen an den zehnclassigen Realanstalten einzuhaltenden Geschäftsordnung Nachstehendes verfügt:

Instruction

zur Geschäftsbehandlung für die Prüfungscommission.

§ 1. Nachdem der Rector auf die an die betreffende Schülerclasse gerichtete Aufforderung die Anmeldungen zu der Prüfung erhalten hat, wird von ihm mit den Lehrern, welche zu der Prüfungscommission gehören, über die Zulassung der Angemeldeten Convent gehalten, wobei unter Benützung der von den Gemeldeten bisher erlangten Zeugnisse dasjenige, was zur Beurtheilung ihrer Reife dient, znsammengestellt und über ihre Zulassung zu der Prüfung Beschluss gefasst wird. Darnach wird ein Verzeichniss der Angemeldeten angefertigt, welches in tabellarischer Zusammenstellung den Geburtstag und Geburtsort jedes Abiturienten, seine Confession, den Stand des Vaters, die Zeit des Eintritts in die oberste Classe und die Schule, eine kurze Andeutung über die diesem Eintritt voran-

*) Hiemit ist zu vergleichen die Bekanntmachung des königl. Ministeriums des Kirchen- und Schulwesens vom 15. Februar 1860.

gegangene Bildungslaufbahn, sowie den gewählten Beruf, endlich den über seine Zulassung gefassten Beschluss enthält. Der letztere ist in besonderer Rubrik durch eine kurze Charakteristik des Schülers zu erläutern, aus welcher zu entnehmen ist, wie weit der Zweck der Schule bei ihm als erreicht angesehen werden kann.

Haben angemeldete Schüler nach dem einstimmigen Urtheil des Convents die erforderliche wissenschaftliche oder sittliche Reife noch nicht erlangt, so hat der Rector dieses ihnen, beziehungsweise ihren Eltern oder Vormündern zu eröffnen, wobei ihm überlassen bleibt, ihnen zugleich von der Theilnahme an der Prüfung abzurathen. Bleibt diese Eröffnung ohne Erfolg, so kann die Zulassung nur solchen, welche die oberste Classe nicht vollständig besucht haben, verweigert werden.

§. 2. Das nach §. 1. angefertigte Verzeichniss der angemeldeten Schüler wird von dem Rector der königl. Cult-Ministerial-Abtheilung für Gelehrten- und Realschulen, zur Genehmigung der gefassten Beschlüsse, beziehungsweise zur Entscheidung der Dispensation in Ausnahmsfällen vorgelegt, worauf demselben mit der hierüber getroffenen Verfügung die Bezeichnung des für die Prüfung bestellten königlichen Commissärs zugefertigt wird, an welchen sich hinfort das Rectorat wegen des Weiteren, zunächst behufs Einleitung der schriftlichen Prüfung, zu wenden hat.

§. 3. Die Aufgaben zu den schriftlichen Prüfungsarbeiten werden in jedem Fache von dem Lehrer, welchem dasselbe an der obersten Classe zugetheilt ist, als Referenten im Einvernehmen mit dem von dem Rector bestellten Correferenten gewählt, und es werden für jedes Fach zwei Aufgaben (beziehungsweise zwei gesonderte Serien von Aufgaben) vorgeschlagen, welche mit den Schülern noch nicht behandelt worden sind. Bei den Aufgaben sind auch die den Abiturienten dazu zu gebenden Erläuterungen, also insbesondere die im Französischen und Englischen anzugebenden Vocabeln anzumerken.

Der königl. Commissär trifft die Auswahl unter den Vorschlägen, welche zu diesem Behuf sammt einem Vorschlag über die Zeiten der schriftlichen und der mündlichen Prüfung von dem Rector zuzufertigen sind. Derselbe ist aber auch befugt, nach seinem Gutdünken sämmtliche oder einzelne Aufgaben selbst zu stellen. Die schriftliche Prüfung wird anberaumt, sobald die Entscheidung des königl. Commissärs über die ihm gemachten Vorlagen an das Rectorat gelangt ist.

§. 4. Der königl. Commissär kann, nachdem er die erwähnte Anordnung getroffen hat, mit Genehmigung der königl. Cult-Ministerial-Abtheilung für Gelehrten- und Realschulen seine Obliegenheiten und Befugnisse ganz oder theilweise dem Rector übertragen.

§. 5. Die Anfertigung der Arbeiten geschieht in der Regel in einem Classenzimmer, und zwar unter der nach Anordnung des Rectors wechselnden Aufsicht von Lehrern der Anstalt. Jeder Custos bemerkt dem über die schriftliche Prüfung aufzunehmenden Protocoll, in welcher Zeit und bei welchem Gegenstande er die Aufsicht geführt hat, sowie auch, wann jeder Examinand die aufgegebene Arbeit abgeliefert hat. Er hat darauf zu achten, dass keinerlei Communication der Schüler beim Arbeiten stattfinde und die Arbeiten von jedem selbstständig gemacht werden. Von etwaigen besonderen Vorfällen hat er sofort nach seinem Abtreten den Rector in Kenntniss zu setzen.

Den Abiturienten ist nicht erlaubt andere Hilfsmittel mitzubringen, als die zum Zeichnen erforderlichen Geräthe.

Wer mit seiner Arbeit nach Ablauf der vorgeschriebenen Zeit noch nicht fertig ist, hat sie unvollendet abzuliefern, doch darf er das etwa fertig gestellte oder weiter geführte Concept abgeben, welches bei der Beurtheilung der Arbeit zu berücksichtigen ist.

Die abgelieferten Arbeiten hat der Custos zunächst dem Rector zu übergeben, welcher sie unmittelbar dem Referenten und durch denselben dem Correferenten zur Correctur und Beurtheilung zustellt.

§. 6. Für die einzelnen Fächer der schriftlichen Prüfung werden die in Nachstehendem angegebenen Zeiten, je einschliesslich der Zeit, welche das der Ausarbeitung unmittelbar vorangehende Dictiren der Aufgaben erfordert, eingeräumt:

a) Deutscher Aufsatz . . . . 3 Stunden
b) Fremde Sprachen:
  α) Französisch (französisches Dictat; Composition; Exposition des während der Composition corrigirten und hierauf den Abiturienten zurückgegebenen Dictats) . 3½ „
  β) Englisch (Composition) . . . . 2 „
c) Geschichte . . . . 2 „
d) Mathematik:
  α) Trigonometrie mit mathematischer Geographie . . 2 „
  β) niedere Analysis . . . . 2 „
  γ) höhere Analysis . . . . 3 „
  δ) analytische Geometrie . . . . 3 „
  ε) beschreibende Geometrie . . . . 3 „
e) Physik . . . . 2 „
f) Chemie . . . . 1½ „
g) Mineralogie . . . . 1½ „
h) Linearzeichnen . . . . 4 „
i) Freihandzeichnen . . . . 4 „

§. 7. Nur in den mathematischen Fächern ist es zulässig, die Aufgaben für zwei Fächer zu dictiren, so das der Abiturient die in dem einen Fach etwa erübrigte Zeit dem anderen Fache zuwenden kann.

§. 8. Die Prüfung in den Zeichenfächern darf auf Antrag der Prüfungscommission und unter Zustimmung des königl. Commissärs durch Vorlegung von beglaubigten Sammlungen eigener Arbeiten der Abiturienten ganz oder theilweise ersetzt werden; doch müssen unter diesen Arbeiten in jedem Fach mindestens zwei Clausurarbeiten (unter der Aufsicht des Lehrers in zusammenhängenden 2 bis 4 Stunden gefertigt) aus dem laufenden Semester nebst den nöthigen Erläuterungen (Programm, Anfertigungszeit, Zeugniss) sich befinden.

§. 9. Die Correctur wird in der Weise ausgeführt, dass sie die Uebersicht der Motive für die Beurtheilung erleichtert. Die Arbeit jedes Abiturienten in jedem Prüfungsfach wird mit der Unterschrift des Referenten und der des Correferenten versehen, welche unmittelbar oder auf besonderer Beilage ihr schriftliches, in der Regel motivirtes Urtheil über die Arbeit nebst etwaigem Antrag auf mündliche Prüfung oder Dispensation von derselben abgeben und schliesslich das aus der Verständigung zwischen ihnen hervorgegangene gemeinschaftliche Prädicat (zu vergl. §. 11.) beifügen. Wo eine Verständigung nicht erzielt wird, entscheidet der königl. Commissär, welcher damit auch ein anderes Mitglied der Prüfungscommission beauftragen oder die Sache der ganzen Prüfungscommission zur Entscheidung nach Stimmenmehrheit vorlegen kann.

Die von den Abiturienten selbstständig gefertigten und bei ihrer Meldung übergebenen Probearbeiten (Ministerialverfügung Ziffer 7) sind gleichfalls von den betreffenden Mitgliedern der Prüfungscommission zu begutachten und den Prüfungsarbeiten behufs späterer Berücksichtigung bei den Berathungen der Prüfungscommission beizuschliessen.

§. 10. Die censirten schriftlichen Arbeiten sammt den Aufgaben und den etwa dazu gegebenen Erläuterungen werden von dem Rector dem königl. Commissär mit einem Begleitungsschreiben, in welchem etwaige

besondere bei der schriftlichen Prüfung bemerklich gewordene Vorfälle oder Meinungsverschiedenheiten bezüglich der Prädicirung der Arbeiten zu erwähnen sind, übersendet, worauf von demselben, wofern dieses nicht schon früher geschehen ist, der Termin für die mündliche Prüfung bestimmt wird.

§. 11. Das Prädicat, in welches (§. 9.) das Urtheil über die schriftlichen Arbeiten der Abiturienten in jedem einzelnen Prüfungsfache zusammenzufassen ist, wird mittelst einer der fünf Noten:

1. sehr gut, 2. gut, 3. befriedigend, 4. genügend, 5. ungenügend — ertheilt, wobei es unbenommen bleibt, einem solchen Prädicat in Klammer eine Zahlenbezeichnuug nach §. 8. der Verfügung vom 5. Juni 1873 Nr. 2112 beizufügen, wobei zu „ungenügend" $^1/_2$, 1, 2 oder 3 gehört, zu „genügend" 4, zu „befriedigend" 5, zu „gut" 6, zu „sehr gut" 7 oder 8.

Wo eine solche Zahlenbezeichnung nicht beigefügt ist, gilt bei nachheriger Verwerthung der Note (§. 12. 17.) „sehr gut" für 7, „gut" für 6, „befriedigend" für 5, „genügend" für 4, „ungenügend" für 2.

§. 12. Vor Beginn der mündlichen Prüfung wird in einer von dem königl. Commissär oder dessen Stellvertreter zu leitenden Vorberathung der Prüfungscommission festgestellt, in welchen Fächern jeder Abiturient mündlich geprüft werden soll, beziehungsweise welche Abiturienten von der mündlichen Prüfung gänzlich dispensirt (Minist.-Verfüg. Ziff. 5, *a* und 8) und welche von ihr überhaupt ausgeschlossen (§. 13) werden sollen

Der Berathung wird eine Zeugnisstabelle zu Grunde gelegt, in welcher ausser den Spalten für die Gesammtprüfungszeugnisse (§. 17), das Verhalten und den Fleiss (§. 17 und 19) für jedes einzelne Prüfungsfach eine Spalte mit 4 Theilspalten (*a*—*d*) vorgesehen ist, und zwar je:

a) für die in der schriftlichen Arbeit (§. 11) erlangte Note,

b) für die das sonstige Schulzeugniss bezeichnende Note,

c) für die in der mündlichen Prüfung (sofern eine solche stattfindet) zu erwerbende Note,

d) für die Note, welche in dem betreffenden Fach das Schlusszeugniss ausdrücken soll und daher vorzugsweise aus *a* und *c*, jedoch wenn besondere Gründe dafür sprechen, mit Berücksichtigung von *b* abzuleiten, beziehungsweise wo *a* und *c* wegfällt, aus *b* zu entnehmen ist.

Die Note unter *d* wird für jeden Abiturienten, welcher in dem betreffenden Fache nicht mündlich geprüft werden soll, sofort von der Commission festgesetzt.

§. 13. Ein Abiturient, dessen schriftliche Arbeiten sämmtlich oder doch der Mehrzahl nach von den beiden Referenten für ungenügend erklärt worden sind, ist von der mündlichen Prüfung auszuschliessen, wenn die Lehrer der obersten Classe schon nach seinen bisherigen Leistungen in derselben davon überzeugt sind, dass er das dem Lehrplan der Anstalt entsprechende Ziel geistiger Ausbildung nicht erreicht hat

§. 14. In der mündlichen Prüfung werden in jedem Fache die bei denselben betheiligten Abiturienten in vorher bestimmter Reihenfolge einzeln je von dem Referenten des Faches im Beisein des Correferenten und unter dem Vorsitze des königl. Commissärs oder seines Stellvertreters examinirt und es werden in der Regel 10 bis 12 Minuten für einen jeden eingeräumt.

Der königl. Commissär ist befugt, in einzelnen Gegenständen, wenn er es für dienlich hält, die Prüfung selbst zu übernehmen, auch dieselbe nach Befund abzukürzen oder zu verlängern.

Unmittelbar nach Abfertigung des Abiturienten in dem einzelnen Fache wird die Note für seine Leistung in demselben im Mündlichen von den oben erwähnten drei Mitgliedern der Commission unter Zugrundlegung des von dem Referenten zu stellenden Antrags festgesetzt und in die Zeugnisstabelle (§. 12 *c*) eingetragen.

Der mündlichen Prüfung kann auch jedes andere Mitglied der Commission als Zuhörer anwohnen.

§. 15. Wenn eine grosse Anzahl von Abiturienten mündlich zu prüfen ist, darf die mündliche Prüfung auch gleichzeitig in zwei Localen vorgenommen werden, in welchem Falle bei der einen Abtheilung der königl. Commissär, bei der anderen der Rector, bei der andern ein von ihm bestelltes Mitglied der Commission den Vorsitz führt.

§. 16. Sowohl in der schriftlichen als in der mündlichen Prüfung ist bei Stellung der Aufgaben und Fragen und bei Beurtheilung der Leistungen der Schüler neben der Rücksicht auf die eingeräumte Zeit (§. 6 und 14) der aus nachstehenden Andeutungen ersichtliche Maasstab für die Anforderungen an die Abiturienten in Anwendung zu bringen.

a) Deutsche Sprache:

α) Aufsatz: Bearbeitung eines im geistigen Gesichtskreise der Abiturienten liegenden Themas mit richtigem Verständniss und selbstständigem Urtheil in logischer Ordnung und mit sprachlich correctem Ausdruck.

β) Literaturgeschichte: Bekanntschaft mit den wichtigsten Epochen der deutschen Literaturgeschichte und einigen classischen Werken der neueren Literatur. Einige Gewandtheit in zusammenhängender und folgerichtiger Rede, wozu insbesondere bei diesem, nur in der mündlichen Prüfung vertretenen Fache Gelegenheit geboten wird.

b) Französisch und Englisch: in der schriftlichen Prüfung wird eine grammatisch richtige, von gröberen Germanismen freie Uebertragung eines nicht allzuschwierigen deutschen Dictats mit nachfolgender schriftlicher Uebersetzung verlangt; in der mündlichen das Vorlesen und die Uebersetzung eines zuvor nicht gelesenen Abschnitts aus einem französischen, bezw. englischen Schriftsteller ins Deutsche, und es wird dabei die Uebersetzung nach Richtigkeit und Gewandtheit, ferner die in den angeknüpften Erläuterungen dargelegte grammatische Sicherheit sammt der Befähigung, in der fremden Sprache sich auszudrücken und in derselben Gesprochenes zu verstehen, endlich die Aussprache besondere Würdigung finden.

c) Geschichte: übersichtliche Kenntniss der Weltgeschichte; nähere Kenntniss der neueren, insbesondere der deutschen Geschichte; Bekanntschaft mit der dazu gehörigen politischen Geographie.

d) Mathematik: Kenntniss

α) der ebenen und sphärischen Trigonometrie und Hauptlehren der mathematischen Geographie nebst Gewandtheit im logarithmischen Rechnen,

β) der niederen Analysis, insbesondere der Lehren von den höheren Differenzreihen mit Anwendung auf Interpolation, auch der Lehre von den höheren Gleichungen,

γ) der Elemente der Differential- und Integralrechnung mit Anwendungen, besonders auf Maxima und Minima, auf unbestimmte Werthe, auf Discussion von Gleichungen für Curven, auf Quadratur, Cubatur und Reihenentwicklung,

δ) der analytischen Geometrie der Ebene und des Raumes (Gerade Ebenen, Curven und Flächen zweiter Ordnung),

ε) der beschreibenden Geometrie (Polyeder und ihre Schnitte, krumme Linien und krumme Flächen, Berührungsebenen. Schnitte krummer Flächen mit Ebenen unter sich), wobei in der Prüfung selbst keine ausgeführte Reinzeichnung, sondern blos der zum Verständniss der Zeichnung zu construirende Bleistiftentwurf verlangt wird.

e) Physik: Kenntnis der Lehre von der Schwerkraft, von der Wärme, vom Schall, vom Licht, von der Elasticität und vom Magnetismus mit elementarmathematischer Begründung und Entwicklung.

f) Chemie: Bekanntschaft mit den Grundlehren der anorganischen Chemie und den nothwendig dazu gehörigen Experimenten, sowie mit den praktisch wichtigsten Verbindungen und Processen der organischen Chemie.

g) Mineralogie: Bekanntschaft mit den Grundzügen der Krystallographie, Oryktognosie und der Geognosie, bei letzterer mit besonderer Rücksicht auf Württemberg.

h) Linearzeichnen: Construction einer stätigen Curve aus gegebenem Entstehungsgesetz; geometrische Darstellung eines Architekturgliedes nach specieller Angabe des Examinators.

i) Freihandzeichnen: in der Prüfung kann die Anfertigung einer Zeichnung nach einer plastischen Vorlage (Köpfe und andere Körpertheile, Thierköpfe, Ornamente, Geräthe, u. dgl.) nach Umständen mit Anlegung von Schatten, verlangt werden.

k) Das Turnen bildet zwar kein Prüfungsfach; über die Fertigkeit des Abiturienten im Turnen hat aber der Rector ein Zeugniss von dessen Turnlehrer beizubringen.

§. 17. Nach Beendigung der Prüfung wird in einer Schlussberathung der Commission die nach §. 12. angelegte Zeugnisstabelle durch Feststellung der nachfolgenden Schlusszeugnisse für die einzelnen Fächer (§. 12, *a*), ferner durch Ableitung des Gesammtprüfungszeugnisses für jeden Candidaten aus seinen Fachzeugnissen (§. 12, *d*) und durch Eintragung desselben in die Tabelle unter Beifügung der Zeugnisse für Verhalten, Fleiss und wissenschaftliches Interesse vervollständigt. Dabei ist der Einfluss der einzelnen Fachzeugnisse auf das Gesammtzeugniss in dem Verhältniss zu bemessen, dass der deutsche Aufsatz und das Französische doppelt, jedes der 13 übrigen Prüfungsfächer (§. 16.) einfach gewerthet wird. Es ergibt sich hieraus, dass die Summen der nach §. 11. in Zahlen ausgedrückten Zeugnissnoten (die Zahl für den Aufsatz und die für's Französische doppelt genommen) durch 17 dividirt werden muss, um die Zahl zu erhalten, an welche sich die Abstimmung über das Gesammtprädicat anzuschliessen hat. Eine Modification des aus dieser Zahl unmittelbar sich ergebenden Gesammtzeugnisses nach dem Eindruck, welchen der Candidat im Ganzen bei der Prüfung oder zuvor durch seine Leistungen und sein Verhalten in der Schule einschliesslich der etwa von ihm bei der Meldung vorgelegten freiwilligen Arbeiten gemacht hat, ist nicht ausgeschlossen; Motive für eine Abweichung von dem Ergebniss der Rechnung sind aber vorkommendenfalls in das Protocollbuch aufzunehmen. Die aus der Berathung der Commission hervorgegangenen Gesammtzeugnisse sind nicht blos als Zahlen, sondern auch in Worten (sehr gut, gut, befriedigend, genügend, ungenügend) ausgedrückt in die Tabelle aufzunehmen.

Um ein Reifezeugniss zu erhalten, muss der Abiturient zum mindesten das Durchschnittszeugniss „genügend“ sich erworben haben.

Die Prüfungscommission entscheidet in ihrer Schlusssitzung durch Mehrheitsbeschluss über die zu ertheilenden Fachzeugnisse wie über das Gesammtresultat; doch steht dem königl. Commissär die Befugniss zu, den Beschluss zu suspendiren und die Entscheidung der Ministerial-Abtheilung einzuholen.

Ueber die Schlussberathung wird ein Protocoll mit Angabe des Stimmenverhältnisses für diejenigen Fälle, in welchen Einstimmigkeit nicht erzielt worden ist, aufgenommen. Das mit demselben der königl. Cult-Ministerial-Abtheilung vorzulegende Exemplar der Zeugnisstabelle wird von sämmtlichen Mitgliedern der Commission unterzeichnet.

Die vorläufige Mittheilung über das Ergebniss der Prüfung an die Abiturienten geschieht durch den königl. Commissär oder dessen Stellvertreter in der Regel unmittelbar nach der Schlussberathung.

§. 18. Die Zeugnisse werden von dem Rector nach dem in §. 19. angegebenen Formular, in welches die Einzelzeugnisse mit Worten (sehr gut u. s. w. ohne weiteren Beisatz) einzutragen sind, unter Beifügung von Ort und Datum der Schlussberathung ausgefertigt und von dem königl. Commissär und den übrigen Mitgliedern der Prüfungscommission unterzeichnet. Der königl. Commissär und der Rector fügen ihr Dienstsiegel bei. Im Falle der Abwesenheit des ersteren unterzeichnet der Rector mit dem Zusatz: „Zugleich im Namen und Auftrag des königl. Commissärs."

§. 19. Das Formular des Prüfungszeugnisses ist in Nachstehendem angedeutet:

Königreich Württemberg

Realanstalt ....

Zeugniss der Reife für

....

(Vollständiger Vor- und Familienname des Geprüften; Tag und Ort der Geburt; Religion, beziehungsweise Confession; Stand und Wohnort des Vaters; Angabe seit wann der Schüler die Anstalt überhaupt und die oberste Classe insbesondere besucht hat.)

Nachdem derselbe der an der Anstalt abgehaltenen Reifeprüfung sich unterzogen hat, sind ihm nachstehende Zeugnissnoten ertheilt worden:

A) Sittliches Verhalten ....
B) Fleiss und wissenschaftliches Interesse ....
C) Kenntnisse und Fertigkeiten:
  a) Deutsche Sprache:
    α) Aufsatz, ...
    β) Literaturgeschichte, ...
  b) Fremde Sprachen:
    α) Französisch, ...
    β) Englisch, ...
  c) Geschichte: ....
    u. s. w. nach §. 16.
  i) Freihandzeichnen: ....
  k) Turnen: ....

Die unterzeichnee Prüfungscommission hat ihm danach, da er die Realanstalt verlässt,

das Zeugniss der Reife

ertheilt.

(Es folgen hierauf: Datum und Ort der Ausstellung, Unterschrift des königl. Commissärs nebst Dienstsiegel, die des Rectors nebst Schulsiegel und die Unterschriften der übrigen Mitglieder der Prüfungscommission.

Auf dem Formular ist ausserdem an passender Stelle die Stufenleiter der Zeugnissnoten nach §. 11 anzubringen.)

§. 20. Nach der Prüfung haben die Abiturienten dem Schulunterricht wieder beizuwohnen und sich bis zur förmlichen Entlassung in allen Dingen der Schulordnung zu unterwerfen. Die Einhändigung der Zeugnisse an die Abiturienten geschieht am Schlusse des Schuljahres in einem besonderen feierlichen Schulacte oder bei Gelegenheit der öffentlichen Prüfung.

Wenn ein Abiturient nach der Maturitätsprüfung sich Uebertretungen der Schulordnung zu Schulden kommen lässt, so kann ihm durch Beschluss der Cult-Ministerial-Abtheilung die Verabfolgung des erlangten Zeugnisses verweigert werden.

§. 21. Der Rector hat innerhalb der nächsten Wochen nach Beendigung der Prüfung sämmtliche Prüfungsacten der Cult-Ministerial-Abtheilung

einzusenden, von welcher sie ihm mit ihr nöthig scheinenden Bemerkungen zur Aufbewahrung in der Registratur der Schule zurückgegeben werden.

Anhang I.

Bedingungen für die Berechtigung einer Anstalt.

Bezüglich der Voraussetzungen, unter welchen eine Realanstalt von dem k. Cult-Ministerium die in dem Anhang I. näher bezeichnete Berechtigung zuerkannt werden wird, ist im Allgemeinen davon auszugehen, dass die Anstalt jedenfalls die zur Durchführung des Normallehrplans (Anhang III.) erforderliche Organisation besitzen muss. Im Einzelnen wird in der Regel verlangt werden, dass die Anstalt zehn gesonderte Jahresclassen nebst den durch die Frequenz angezeigten Parallelcötus besitze, von denen normalmässig die niederen Classen I — VI den sechsjährigen Curs für 8—14jährige und die Oberclassen VII — X den vierjährigen für 14 — 18jährige Schüler einschliessen. Von den vier Oberclassen (VII—X) sollen höchstens die zwei mittleren oder die zwei oberen in einem Theil der sprachlich-historischen oder zeichnenden Fächer combinirten Unterricht geniessen, in der Regel soll jede Altersclasse ihren Unterricht abgesondert erhalten. Für die Oberrealschule sollen, neben Bestellung der erforderlichen Lehrkräfte für Fachunterricht in Religion, Zeichnen und Turnen, fünf Hauptlehrstellen bestehen.

Anhang II.

Normallehrplan für die zehnclassigen Realanstalten.

Der Lehrplan, auf welchen in dem Anhang I. Bezug genommen ist, soll dem nachstehenden, mit Rücksicht auf die Bestimmungen des Erlasses vom 22. Juni 1872 Nr. 2332 (zu vergl. Correspondenzblatt von 1872 S. 210 und 211) entworfenen Schema, in welchem die Zahlen der den einzelnen Fächern in jeder Classe zugewiesenen wöchentlichen Unterrichtsstunden zusammengestellt sind, entsprechen. Die Rectorate und die Lehrerconvente der zehnclassigen Realanstalten werden bei der nach §. 7. der Dienstvorschrift vom 12. Jänner 1867 ihnen obliegenden Entwerfung des Lehrplans darauf Bedacht nehmen, dass in denselben Abweichungen von obigem Schema nicht ohne triftigen Grund und jedenfalls nicht in einem Umfang eingeführt werden, bei welchem die Erreichung des Lehrziels in den einzelnen Fächern, insbesondere am Schlusse der Classen VI, VII und X gegenüber von dem, was bei genauer Durchführung des Normallehrplans erwartet werden kann, als gefährdet angesehen werden müsste.

Auch an den übrigen Realanstalten wird in den entsprechenden Classen diesen Grundsätzen gemäss zu verfahren sein, theils mit Rücksicht auf die schon früher getroffenen Bestimmungen (Corresp.-Bl. von 1871, S. 197 bis 211 und von 1873, S. 145 bis 157), welche abgesehen von den jetzt veränderten Beziehungen zu der königl. polytechnischen Schule noch in Geltung stehen, theils mit Rücksicht auf die Schüler, welche von hier aus an eine der zehnclassigen Realanstalten übertreten wollen.

Schema des Normallehrplans.

	Von 8 bis 14 Jahren Classe						Anmerkung.
	I	II	III	IV	V	VI	
Religion	3	3	3	3	2	2	a
Deutsch	6	5	4	4	3	3	b
Französisch	8	8	9	7	6	6	b
Englisch	—	—	—	—	—	3	—
Rechnen	6	6	6	5	4	4	b
Planimetrie	—	—	—	—	4	4	—
Geschichte	—	—	2	2	1½	1½	—
Geographie	—	2	2	2	1½	1½	—
Naturgeschichte	—	—	—	2	2	2	—
Geometrisches Zeichnen	—	—	—	—	2	2	—
Freihandzeichnen	—	—	—	4	3	3	—
Schreiben	3	3	2	1	1	1	b
Singen	—	—	1	1	2	—	—
Turnen	—	—	3	3	3	3	—
Summe	26	27	32	34	35	36	

a) In der Regel ungerechnet den Confirmanden-Unterricht, aber einschliesslich der Kinderlehre.
b) Im ersten Viertel- oder Halbjahr werden auch die oben für das Französische vorgezeichneten Stunden auf Deutsch, Rechnen und Schreiben verwendet.

	Von 14 bis 18 Jahren Classe			
	VII	VIII	XI	X
Religion	2	2	1	1
Deutsch	2	2	2	2
Französisch	5	5	4	3
Englisch	3	3	2	2
Propädeutik	—	—	—	1
Geschichte	2	1½	2	2
Geographie	1½	1½	1	—
Rechnen	1	—	—	—
Arithmetik und Algebra	4	4	—	—
Niedere Analysis	—	—	3	—
Höhere Analysis	—	—	—	4
Geometrie (incl. Stereometrie)	4	5	—	—
Trigonometrie	—	1	3	1
Analytische Geometrie	—	—	4	2
Beschreibende Geometrie	—	2	4	4
Physik und Chemie	2½	—	3	3
Botanik und Zoologie	—	2	—	—
Mineralogie	—	—	—	2
Linearzeichnen	2	—	—	—
Bauzeichnen	—	—	—	4
Freihandzeichnen	4	4	4	2
Zusammen (ungerechnet das Turnen u. d. Waffenübungen)	33	33	33	33

Sitzungsbericht der mathematisch-naturwissenschaftlichen Section der 31. Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner in Tübingen vom 25. bis 28. September 1876.

Erste Sitzung: Dienstag, den 26. Sept. 8—9 Uhr.

Nach der Begrüssungsrede des Einführenden, Prof. Dr. Hauck (Tübingen) erfolgte sofort die Constituirung der Section. Die Präsenzliste wies eine Anzahl von 18 Mitgliedern auf. Zum Vorsitzenden wurde gewählt: Prof. Hauck (Tübingen), zum Vice-Präsidenten Prof. Majer (Stuttgart), zum Secretair stud. Schöttle (Tübingen).

Nach der schon am vorhergehenden Tage provisorisch festgestellten Tagesordnung folgte ein Vortrag von Prof. Hauck über die Stellung der neueren Geometrie zur Euklidischen Geometrie und über die Aufnahme der ersteren in den Lehrplan der 10 classigen Realschulen und Realgymnasien.*) Wir geben von diesem Vortrag in Folgendem einen kurzen Auszug:

Das Euklid'sche System war ein in sich abgeschlossener Bau, der eine Erweiterung nach aussen in keiner Weise ermöglichte. Um vorwärts zu kommen, musste auf neuer Grundlage ein neues Gebäude errichtet werden, in dessen Disposition der genannte Fehler vermieden war. Dieses neue Gebäude erstand in der sogen. Neueren Geometrie, als deren Schöpfer wir Poncelet, Möbius und Steiner verehren.

Um die wesentlichen Unterscheidungsmerkmale und Vorzüge der neueren Geometrie kurz zu charakterisiren, können wir erstlich in der neueren Geometrie eine Erweiterung und Verallgemeinerung der Euklid'schen Geometrie erblicken: Das Wesen aller geometrischen Untersuchung lässt sich auf die Betrachtung von Figuren zurückführen, die in einer gewissen Verwandtschaftsbeziehung zu einander stehen. Von diesen Verwandtschaftsbeziehungen beschränkt sich die antike Geometrie auf nur 3, die Verwandtschaft der Congruenz, der Aehnlichkeit und der Flächengleichheit. Die neuere Geometrie fügt hiezu noch zwei weitere, die Verwandtschaft der Affinität und der Collineation. Sie fasst jedoch den Begriff der geometrischen Verwandtschaft weit allgemeiner auf, indem sie nicht blos starre Figuren, die aus einer bestimmten Anzahl von starren Linien fest zusammengefügt sind, zum Gegenstand ihrer Betrachtungen macht, sondern ganze geometrische Systeme behandelt, in welchen die gerade in's Auge gefassten Punkte und Linien ihre gegenseitige Lage nach Belieben ändern können. Folgt die nähere Erklärung, wie die Punkte zweier (paralleler oder sich schneidender) Ebenen durch Parallelprojection oder Centralprojection auf einander bezogen und dadurch die Begriffe der 5 genannten Verwandtschaften festgestellt werden. — Der Fortschritt liegt wesentlich in der Einführung der Beweglichkeit der Elemente der Figuren, welche das Entstehenlassen eines Satzes aus dem andern und das Betrachten der einzelnen Specialsätze von einheitlichen Gesichtspunkten bedingt. Damit hängt weiter zusammen, dass während die antike Geometrie jeder allgemeinen Methode bar ist, während jede einzelne ihrer Lösungen als Kunststück für sich erscheint, die neuere Geometrie eine

*) Da die Mitglieder der Section ausschliesslich würtembergische Schulmänner waren, so bezogen sich die Vorträge und Verhandlungen vorzüglich auf würtembergische Verhältnisse. †)

†) Dies beweist auf's Neue die Richtigkeit unserer schon oft gemachten Behauptung, dass die Resolutionen wegen der zu localen Zusammensetzung der Sectionsversammlungen auch local gefärbt sein müssen und für das Allgemeine nur relativen Werth haben.
D. Red.

Reihe der fruchtbarsten Principien und Methoden schafft, die selbst hinter der Fruchtbarkeit der analytischen Methode nicht zurückstehen. Folgt das Citat der Vorrede von Steiner's „Systematischer Entwickelung," gipfelnd in den Worten: „Die neuere Geometrie deckt gleichsam den Gang auf, den die Natur befolgt."

Dieses unsterbliche Werk wurde im Jahre 1832 geschrieben, und sein Inhalt wird von uns Lehrern noch immer den Schülern vorenthalten. Immer und immer wieder begegnet man dem Urtheil, die Euklid'sche Geometrie habe ihre pädagogische Kraft durch Jahrhunderte bewährt, u. s. w.; als ob ein System, das den Schüler zwingt, die Linien in steter Bewegung zu schauen, nicht ein ganz anderes Raumanschauungsvermögen, eine ganz andere Energie des Denkens erforderte, als die Betrachtung einer aus ein paar Stäben zusammengelötheten starren Figur; als ob der Einblick in allgemeine Methoden und deren Anwendbarkeit den Schüler nicht ganz anders zum systematischen Denken anleitete, als die Beschäftigung mit geometrischen Constructionskunststücken, die einen mehr oder weniger auf glücklichen Einfällen beruhenden momentanen Scharfsinn erfordern.

Im Bisherigen ist nachgewiesen: 1. dass die neuere Geometrie ein berechtigtes und unentbehrliches Glied unter den mathem. Disciplinen bildet, 2. dass von pädagogischem Standpunkt aus ihre Aufnahme als Lehrgegenstand höchst werthvoll erscheint. Sie ist 3. nicht blos werthvoll, sondern absolut nothwendig durch die vielfachen Anwendungen, die sie erfahren hat. Die analytische Geometrie hat ihre ganze Taktik geändert, ihre neuere elegante Operationsweise ist eine einfache Uebersetzung der Methoden der neueren Geometrie in ihre Formelsprache. — Die descriptive Geometrie hat eine vollständige Umgestaltung durch die neuere Geometrie erfahren. — Für den Techniker ist sie unentbehrlich geworden, seitdem Cullmann auf ihr seine graphische Statik aufgebaut hat. — Bereits ist sie auch in die praktische Geometrie eingeführt durch C. W. Baur. — In der Physik hat die Katoptrik und Dioptrik ihre eleganteste und einfachste Behandlung auf Grund der neueren Geometrie von Möbius erfahren, u. s. w.

Nachdem nunmehr bezüglich der Einführung der neueren Geometrie in den Lehrplan der höheren Lehranstalten das Dass erledigt ist, handelt es sich weiter um das Wie und Wo.

Man hat seit längerer Zeit die Manier, einzelne Sätze aus der neueren Geometrie (wie harmon. Theilung, Aehnlichkeitspunkt, Potenzlinie, Pol und Polare u. s. w.) mit Euklidischen Beweisen zu versehen und der Euklidischen Geometrie als Anhängsel beizugeben. Dies kann das Bedürfniss nicht befriedigen. Denn das Wesen der neueren Geometrie besteht in der Methode, nicht im Stoff. Nimmt man aus einer gothischen Kirche einzelne Bausteine heraus und fügt sie zu einem beliebigen andern Bau zusammen, so kann der letztere damit noch nicht gothisch genannt werden. Die genannten Sätze waren auch alle den Alten schon bekannt. Ihre Anreihung an's Euklid'sche System, welche häufig mit alleiniger Rücksicht auf das Gergonne'sche Tactionsproblem geschieht, erscheint aber geradezu als pädagogischer Missgriff, falls der Schüler in einem späteren Curs in die eigentliche neuere Geometrie eingeführt wird. Denn sie stellen sich dem Schüler als das Höchste und Schwierigste der Elementargeometrie dar und flössen ihm mit ihren unnatürlichen Beweisen ein Vorurtheil gegen die eigentliche neuere Geometrie ein, zu deren Fundamenten sie gehören.

Damit soll jedoch nicht gesagt sein, dass die Anschauungen und Lehrsätze der neueren Geometrie von der Euklidischen überhaupt auszuschliessen seien. Die Mängel des Euklid'schen Systems, welche 1. in dem

Mangel an scharfen und zweckmässigen Begriffsbestimmungen und einer naturgemässen Anordnung des Stoffes, 2. in der Unbeweglichkeit und Starrheit der betrachteten Raumgebilde liegen, erheischen dringend ein Ausfüllen der Lücken und Ausbessern der schadhaften Stellen nach den Anschauungen der neueren Geometrie. Folgen verschiedene Beispiele. — Solche Verbesserungen finden sich auch bereits in den meisten Lehrbüchern, in den einen mehr, in den anderen weniger. Eine Gesammtreform nach einheitlichem Princip steht aber noch aus. Mit grosser Freude sind die in dieser Richtung von Dr. Hubert Müller begonnenen Bemühungen zu begrüssen.

Man kann jedoch in solchen Reformbestrebungen auch zu weit gehen. Das alte Leibnitz'sche Problem einer Verschmelzung der Geometrie der Lage und des Masses wurde in jüngster Zeit wieder aufgenommen. Die neuere Geometrie deckt den Zusammenhang zwischen den Lagenverhältnissen und den metrischen Beziehungen der geometrischen Gebilde in der That auf, kommt aber dabei nicht auf die Euklid'sche Metrik zurück, sondern schafft gewissermassen eine ihr eigenthümliche neue Metrik. Einer der interessantesten und geistreichsten Versuche, die projectivische Metrik mit der Euklidischen zu amalgamiren, ist der von Dr. Friedr. Kruse.*) Folgt die Darlegung des Kruse'schen Systems im Allgemeinen, und speciellere Betrachtung des Capitels Affingleichheit. Bei aller Anerkennung sind gegen dieses System namentlich von pädagogischem Standpunkt verschiedene Bedenken zu erheben. Eine Verschmelzung zweier Disciplinen ist nur dann gerechtfertigt, wenn dabei beide Theile gewinnen. Erwächst aber für einen Theil ein Schaden, so ist sie zu verwerfen. In vorliegendem Falle büsst die neuere Geometrie bedeutend ein. Das Kruse'sche System kann sich entfernt nicht messen mit dem Steiner'schen. Auf das mächtige Hilfsmittel der Projection ist in demselben vollständig verzichtet. Die geometrischen Verwandtschaften, die so ausserordentlich klar sind, sobald man sie ihrem Wesen entsprechend definirt, d. h. durch das Beziehen der Punkte zweier getrennter Ebenen auf einander mittelst Projection, verlieren ihre Evidenz, wenn man von der collinearen Lage in einer und derselben Ebene ausgeht; die Achse der Collineation, der Affinität, der Affingleichheit hat dann ihre natürliche Bedeutung als Schnittlinie der zwei Ebenen verloren, und die ganze Definition gewinnt den Charakter des Willkürlichen und Zufälligen. Die höchst einfachen durch die unmittelbare Anschauung klaren Euklid'schen Sätze über Congruenz, Aehnlichkeit, Flächengleichheit u. s. w. von solchen (im Auge des Schülers) willkürlichen Definitionen ausherzuleiten, erscheint bedenklich.

Das Resultat der Betrachtung ist: Von einer Verschmelzung der Euklidischen und der neueren Geometrie dürfte vorerst abzusehen sein; es dürfte sich vielmehr nur handeln: 1. um eine Reformirung der Euklid'schen Geometrie im Sinne der neueren Geometrie; 2. um die Aufnahme der neueren Geometrie als solche in den Schulunterricht.

Die Antwort auf die Frage, an welcher Stelle des seitherigen Lehrplans sie einzufügen sei, ist im Vorangehenden schon gegeben. Nach dem pädagogischen Grundsatz, dass eine Disciplin ihrem innersten Wesen entsprechend den Schülern vorgeführt werden muss, wird man von der Projection ausgehen. Nach dem andern Grundsatz, dass eine gute Methode vom Leichteren zum Schwereren fortschreitet, wird man von der leichteren Parallelprojection zur weniger einfachen Centralprojection fortschreiten.

*) Kruse, Elemente der Geometrie. Berlin. 1875.†)

†) S. d. Recension ds. Buches S. 212 ff. D. Red.

Mit anderen Worten: man wird die neuere Geometrie an die descriptive Geometrie anschliessen.

So wie die descriptive Geometrie aus der Hand Monge's hervorgegangen ist, ist sie ein äusserst werthvolles Mittel, räumliche Gebilde darzustellen, nicht aber ist sie ein Operationsmittel zur Entdeckung neuer Wahrheiten; sie ist nicht einmal im Stande, ihr eigenes Gebiet selbst aufzubauen, sie muss z. B. zur Theorie der Flächen 2. Ordnung die analytische Geometrie zu Hilfe nehmen. Die descriptive Geometrie kann also durch Hereinziehung der neueren Geometrie nur gewinnen, während andererseits ihre einfache Darstellungsmethode und das durch sie geweckte Raumanschauungsvermögen das Verständniss der neueren Geometrie ausserordentlich erleichtert. Jede dieser zwei Disciplinen zieht aus der andern Gewinn, jede greift der andern helfend unter die Arme. Ja, ich möchte sagen; mir ist descriptive Geometrie ohne neuere Geometrie oder umgekehrt gar nicht denkbar. — Gleichzeitig ist damit die Frage beantwortet: Für welche Anstalten ist die Einführung der neueren Geometrie zu verlangen? Antwort: Für diejenigen, deren Lehrplan einen vollständigen Curs der descriptiven Geometrie enthält, d. h. für die 10classigen Realschulen. Der neue Lehrcurs würde dann der Reihe nach etwa folgende Capitel behandeln: 1. Descriptive Geometrie mit blosser Anwendung von Punkt, Gerade und Ebene; 2. Centralperspective; 3. Geometrische Verwandtschaften; 4. Theorie und Darstellung der krummen Linien und Flächen. Es ist dies der analoge Weg, wie ihn Fiedler für Hochschulen fixirt hat. Fiedler's Lehrbuch ist dem Lehrer nicht warm genug zu empfehlen; es wird ihm auf diesem weiten Gebiet eine ganze Bibliothek ersetzen.

Schliesslich noch die Bemerkung, dass es an Zeit zur Ausführung des genannten Lehrplans nicht mangelt. In der descriptiven Geometrie müsste die Theorie der Linien und Flächen 2. Ordnung ohnedem behandelt werden. Dieses Capitel kann dann ferner in der analytischen Geometrie gekürzt werden. Für die Elementargeometrie fallen die zu Anfang besprochenen Anhängsel weg. Ausserdem dürfte die für Elementargeometrie vorgesehene und häufig für werthlose Constructionskunststücke verschwendete Zeit kecklich etwas beschränkt und für Stereometrie und descriptive Geometrie verwendet werden. —

Nach Schluss des Vortrags wird Zeit und Tagesordnung für die nächste Sitzung festgestellt.

Zweite Sitzung: Mittwoch, den 27. September, 8—10 Uhr.

Die Tagesordnung enthielt 3 Berathungsgegenstände.

I. Debatte über den Vortrag der ersten Sitzung.

Prof. Hauck fasst den Inhalt seines Vortrags in folgende drei Sätze zusammen:

1. Es ist mit Rücksicht auf den gegenwärtigen Stand sowohl der Mathematik als der technischen Wissenschaften dringendes Bedürfniss, dass die neuere Geometrie in den Lehrplan der zehnclassigen Realschulen und Realgymnasien aufgenommen werden.

2. Die Herübernahme von einzelnen Sätzen der neueren Geometrie als Anhängsel an die Euklidische Geometrie kann dieses Bedürfniss nicht befriedigen. Andererseits müssen die in jüngster Zeit gemachten Versuche einer Verschmelzung der Geometrie der Lage und der Geometrie, des Masses theils als ihren Zweck nicht erreichend, theils als verunglückt bezeichnet werden. Dagegen ist die Reformirung der Euklidischen Geometrie im Sinne der neueren Geometrie ein dringendes Bedürfniss.

3. Die naturgemässeste Stelle für die Einschaltung der neueren Geometrie in den Lehrplan der höheren Lehranstalten ist im Anschluss an die descriptive Geometrie, und zwar zwischen dem I. und II. Theil derselben nach der landläufigen Eintheilung.

Satz 1 erhält sofort die Zustimmung der Versammlung. — Bei Satz 2 referirt Prof. Hauck über die bezüglich der Reformirung der Euklidischen Geometrie in der jüngsten Zeit stattgehabten Bestrebungen. Namentlich weist er auf die Bemühungen von Dr. H. Müller in dieser Richtung hin (siehe Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, VII. S. 45, ferner VI. S. 278, 428, 457). Die hieran sich anknüpfende Debatte, an der sich namentlich die Herren Prof. Bernhard (Hall), Prof. C. Reuschle (Polytechnicum Stuttgart), Prof. Majer (Stuttgart), Oberlehrer Utz (Tübingen), Oberreallehrer Baisch (Tübingen), stud. Reiff (Berlin) betheiligen, führt rasch zu einer Klärung und Uebereinstimmung der Ansichten (siehe Resolution 1). — Bei Satz 3 berührt Prof. C. Reuschle die in der ersten Sitzung der pädagogischen Section besprochene Ueberbürdung der höheren Lehranstalten mit Lehrstoff und wirft — obwohl principiell mit der Einführung der neueren Geometrie einverstanden — die Frage auf, ob die nothwendige Zeit hiezu sich werde finden lassen. — Prof. Majer constatirt, dass in jener Sitzung nur von humanistischen Gymnasien die Rede gewesen und dass ausdrücklich hervorgehoben worden sei, der Mathematik könne kein Vorwurf zu grosser Ansprüche gemacht werden. — In der weiteren Debatte kommt die Ansicht zur Geltung, dass man bei Einführung der neueren Geometrie sowohl nach rückwärts als vorwärts Zeit gewinne, indem sowohl der Euklidischen Geometrie als der analytischen und descriptiven Geometrie dadurch die Möglichkeit von Kürzungen erwachse. — Schliesslich werden folgende von Prof. Majer vorgeschlagene Resolutionen einstimmig angenommen:

1. Im Unterricht der Elementargeometrie an Realschulen und Gymnasien bleibt die Euklidische Geometrie dem System nach bestehen, wird aber im Geiste der neueren Geometrie reformirt. — Die Section begrüsst mit grosser Freude die von Dr. H. Müller in dieser Richtung eingeleiteten Schritte.

2. Die Einführung der neueren Geometrie ist nothwendig in den zehnclassigen Realschulen und Realgymnasien, und sie findet ihren Platz zwischen dem I. und II. Theil der descriptiven Geometrie (nach Monge).

II. Besprechung über die Frage: Welche Massnahmen sind geeignet, um bei den Lehrern der Mathematik und Naturwissenschaft ein grösseres Interesse für die mathematisch-naturwissenschaftliche Section der Philologenversammlung und der pädagogisch-didaktischen Section der Naturforscherversammlung wach zu rufen?*) Sollen diese Sectionen fernerhin festgehalten oder soll ein anderer Modus gefunden werden, um eine fruchtbare Vereinigung der genannten Lehrer zu erzielen?

Der Vorsitzende referirt über die Schwierigkeiten, auf die er bei seinen Bemühungen für das Zustandekommen der Section gestossen sei. Dieselben liegen einerseits in einer gewissen Apathie zwischen den Mathematiklehrern und den Lehrern der alten Sprachen, andererseits in einer zu späten Inangriffnahme der Vorbereitungsgeschäfte. Er referirt ferner über die in der Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht in dieser Richtung gemachten Vorschläge, namentlich über die von ihr zur Beantwortung vorgelegten Fragen (siehe VII, S. 426—427),

*) Angeregt durch den Herausgeber ds. Zeitschr.

über das von Prof. J. C. V. Hoffmann in Anregung gebrachte Project eines Mathematiklehrercongresses (s. ob. Zeitschr. VI, S. 457—458) und über den in Cassel constituirten deutschen Realschulmännerverein. — Der Vorsitzende spricht seine persönliche Ansicht dahin aus, dass das Fallenlassen einer bestehenden Einrichtung ihm nicht geeignet scheine, ehe die in Vorschlag gebrachten neuen Einrichtungen sich bewährt haben, dass er eine Reorganisation der bestehenden Einrichtungen wohl für möglich, jedenfalls des Versuchs werth erachte, dass er endlich den Hoffmann'schen Vorschlag für geeignet halte, das ganze Interesse der Mathematiklehrer-Welt auf sich zu lenken. Er schlage der Versammlung folgende 3 Resolutionen vor:

1. Die oben genannten Sectionen müssen unter allen Umständen festgehalten werden.

2. Unmittelbar nach Schluss einer der erwähnten Versammlungen soll der Vorsitzende der Section sich an das Präsidium der nächstjährigen Versammlung wenden mit der Bitte, sofort den Herrn zu bezeichnen, der in der nächstjährigen Versammlung die Section eröffnen wird. Dieser Herr hat sodann durch persönliche Bemühungen oder durch Vermittlung einer pädagogischen Zeitschrift für Referenten über brennende Tagesfragen zu sorgen. Namentlich sind gleich zu Anfang des Jahres zwei Referenten zu suchen, welche der Section einen kurzen Ueberblick über die im Verlauf des Jahres erschienenen Novitäten und über die wichtigsten in Zeitschriften erörterten Fragen geben, soweit sie sich 1. auf Mathematik — 2. auf Naturwissenschaften in dem Umfange des Lehrplans unserer höheren Lehranstalten beziehen. — Die von dem Einführenden entworfene provisorische Tagesordnung für die Sectionssitzungen muss in den wichtigsten pädagogischen Zeitschriften mindestens 2 Monate vor Eröffnung der Versammlung und womöglich zweimal veröffentlicht werden.

3. Die Section stimmt dem von der Zeitschrift für math. und naturwiss. Unterricht in Anregung gebrachten Project eines Mathematiklehrercongresses zu, spricht sich aber entschieden gegen die Ausschliessung der Universitätslehrer hievon aus.

Von diesen drei Resolutionen wird Nr. 1 sofort ohne Debatte angenommen. — Bei Nr. 2 erheben sich bezüglich der praktischen Ausführbarkeit einige Zweifel, welche aber durch die Bemerkung beigelegt werden, dass die Ansässigkeit des Einführenden am Orte der Versammlung keineswegs nothwendig, höchstens seine Landes (Provinz)- Angehörigkeit wünschenswerth sei, ferner dass derselbe auf die Unterstützung des Vorsitzenden der Section im vorhergegangenen Jahre mit Sicherheit rechnen könne. — Ueber Punkt 3. entspinnt sich eine lebhafte Debatte, an der sich namentlich die Herren Prof. Reuschle, Prof. Majer, Prof. Bernhard, stud. Reiff, Prof. Hauck betheiligen. — Hauck kann nicht begreifen, wie die Theilnahme der Universitätslehrer „der Sache schädlich sein“ könne (s. Zeitschr. für math. u. naturwiss. Unterricht, VI, S. 458*)).

*) In der dort gegebenen Anmerkung habe ich allerdings gesagt: „nicht Mathematiker, nicht Universitätslehrer, deren Einmischung und Mitwirkung ich hier — im Allgemeinen — für schädlich halte.“ Ich habe natürlich gemeint, solche „Mathematiker“ (und gibt es denn nicht solche? —) welche nur die Wissenschaft und nicht auch die Schüler im Auge haben, auch dies nicht können, weil sie nie Schulmänner waren, oder auch weil sie für die Schule gar kein Interesse haben. Ich will nur solche (und daher sage ich „im Allgemeinen“!) welche nebenbei auch die Schüler, d. h. die Fassungskraft der Schüler berücksichtigen. Sonst könnten wir leicht Dinge in die Schule bekommen, von denen jeder doch sagen muss, dass sie — nicht etwa noch nicht, sondern überhaupt nicht — dahin ein gehören. Exempla sunt odiosa! Der Herausgeber.

Gerade bei dem wichtigen Thema der Reformirung der Euklidischen Geometrie, welches eine der ersten Aufgaben des Congresses bilden werde, sei ihre Mitwirkung unerlässlich, hier handle es sich weniger um pädagogische Erfahrung, als um wissenschaftliche Tüchtigkeit; zur Erledigung dieser Fragen sei das „auf der Höhe der Wissenschaft stehen“ unerlässlich. Es sei nicht zu läugnen, dass manche Universitätslehrer geringes Interesse an derartigen Fragen haben, diese kommen jedoch gar nicht in Betracht, da sie sich selbst ausschliessen; ihnen stehen dagegen andere gegenüber, deren Mithülfe von der grössten Wichtigkeit sei, er erinnere z. B. nur an den Namen Frischauf. — Majer würde eine grundsätzliche Ausschliessung der Universitätslehrer bedauern, wünscht aber, dass der Charakter des Congresses als Versammlung von Schulmännern gewahrt bleibe, dass namentlich die Einleitung desselben durch Lehrer höherer Lehranstalten geschehe und dass die Universitätslehrer eingeladen werden. — Hauck weist auf das Beispiel der Philologenversammlung hin, wo noch nie ein Conflict zwischen Universitätslehrern und Schulmännern entstanden sei, hier bilden die letzteren das Gros der Versammlung und das Wort der ersteren werde mit der gebührenden Achtung und Dankbarkeit aufgenommen. Die fruchtbaren Resultate der Philologenversammlungen für die classische Philologie seien wesentlich dieser glücklichen Combination zu danken. — Reuschle hält einen Mathematiklehrercongress ohne Universitätslehrer für undenkbar. Schon die Rücksicht darauf, dass der höhere Unterricht an den vorangehenden anknüpfen und dieser den ersteren vorbereiten müsse, erheische ein Zusammenwirken der Lehrer beider Kategorien. — Es erhebt sich schliesslich eine Debatte über die Fassung der Resolution, entweder: „Die Section fordert entschieden die Mitwirkung der Universitätslehrer,“ oder „die Section erklärt sich entschieden gegen die Ausschliessung der Universitätslehrer.“ Schliesslich erhält die letztere Fassung die Mehrzahl der Stimmen.

III. Thesen von Prof. Hauck über den Unterricht in mathematischer Geographie und Meteorologie

1. Der Unterricht in mathematischer Geographie ist — falls der Lehrer der Mathematik und Naturwissenschaften und der Lehrer der physikalischen und politischen Geographie nicht ein und dieselbe Persönlichkeit ist, in die Hände des ersteren Lehrers zu legen.

2. Der naturgemässe Gang des Unterrichts ist: mit der Betrachtung der Erscheinungen vom geocentrischen Standpunkt aus zu beginnen und an diese die Erklärung der Erscheinungen vom heliocentrischen Standpunkt aus anzuschliessen. Der umgekehrte Weg oder eine Vermengung beider Wege ist zu verwerfen. — Als drittes Capitel ist Mechanik des Himmels und Astrophysik hinzuzufügen.

3. Der Unterricht in math. Geographie ist in die Prima zu verlegen, und zwar nach Absolvirung der Mechanik, Optik und Wärmelehre.

4. Die Meteorologie muss beim Unterricht in der Physik eine bevorzugte Berücksichtigung erfahren und ist nach dem neuesten Stand dieser Wissenschaft zu behandeln. Namentlich sind die Schüler anzuleiten, selbst Beobachtungen anzustellen und aus den Beobachtungen und den täglichen telegraphischen Witterungsberichten Schlüsse zu ziehen.

Zu These 1 bemerkt der Thesensteller, das sie den Wünschen beider Theile entgegenkomme. Zu These 2 bemerkt Prof. Bernhard, der historische Weg sei der beste. Beide Thesen werden angenommen. Ueber These 3 entspinnt sich eine lebhafte Debatte, an der sich die Herren Prof. C. Reuschle, Prof. Majer, Prof. Bernhard, Oberlehrer Utz, Oberreallehrer Baisch, Prof. Frey (Gmünd) und der Thesensteller betheiligen. — Der Thesensteller ist der Ansicht, dass im elementaren Geographie-Unterricht

nur soviel von der Eintheilung der Erdkugel gebracht werden solle, als zum Verständniss der physikalischen und politischen Geographie absolut nothwendig sei, also: Meridiane und Parallelkreise nebst Zoneneintheilung; dass aber z. B. die Erklärung, warum der Zoneneintheilung gerade $23\frac{1}{2}$ Grade zu Grunde liegen, zu unterdrücken sei, da hiezu schon ein bedeutendes Quantum von Raumanschauungsvermögen und mathematischen Vorbegriffen gehöre, da ferner hiebei eine Verwirrung der Begriffe sehr leicht eintreten und eine vorgefasste Abneigung der Schüler gegen den späteren systematischen Unterricht Platz greifen könne. — Bernhard und Utz halten die genaue Begründung der Zoneneintheilung schon im Elementarunterricht für absolut nothwendig und halten das Verständniss dieses Gegenstandes nicht für zu schwierig. — Majer verlangt schon in den unteren Classen eine Einleitung in die Kenntniss der Beobachtungsthatsachen, ein solcher vorbereitender Unterricht könne dem späteren systematischen Unterricht nur förderlich sein. — Hauck weist auf die Nothwendigkeit einer consequenten Unterscheidung zwischen „Himmelsgewölbe" (mit Horizontal- und Verticalkreisen) und „Sternkugel" (mit Parallelkreisen und Stundenkreisen) hin und verlangt die vorherige Bekanntmachung der Schüler mit dem Begriff des Coordinatensystems; denn nur dadurch, dass die Begriffe Abscisse und Ordinate geläufig seien und die verschiedenen Kugeln scharf auseinander gehalten werden, könne der Verwirrung zwischen geogr. Länge und Breite, Azimuth und Höhe, Rectascension und Declination vorgebeugt werden. Hiezu seien aber mathematische Vorkenntnisse nothwendig, die sich in unteren Classen nicht finden. Höchstens stimme er noch für die Vorführung des Himmelsgewölbes im Elementarunterricht, nicht aber für die Sternkugel. Für den systematischen Unterricht wolle er gerade nicht an der Prima festhalten, jedenfalls aber müsse Stereometrie und Trigonometrie absolvirt sein. — Reuschle will die Erscheinungsthatsachen in ihrem ganzen Umfang in den Elementarunterricht hereingezogen wissen, der Unterricht könne durch eine geschickte Benützung von Sternglobus oder Armillarsphäre sehr leichtfasslich gegeben werden. Auch er verlange einen systematischen Unterricht in den höheren Classen, allein die mathematische Geographie ganz auf die letzteren zu beschränken, verbiete die Rücksicht auf die grosse Anzahl von Schülern, die mit dem 16. Jahre die Anstalt verlassen. — Frey schliesst sich dieser Ansicht an. — Schliesslich einigt sich die Section auf folgende Fassung der These:

Der systematische Unterricht in mathematischer Geographie findet seine Stelle im Lehrplan nach Absolvirung von Stereometrie und Trigonometrie, Mechanik, Optik und Wärmelehre. Jedoch muss ein elementarer Unterricht vorangehen, in welchem die Schüler mit den wichtigsten Erscheinungen vertraut gemacht werden.

Zu These 4 weist der Thesensteller auf das Lehrbuch von Mohn hin. Die These wird ohne Debatte angenommen.

Nach Feststellung der Tagesordnung für die nächste Sitzung erfolgt der Schluss der Sitzung.

Dritte Sitzung. Donnerstag, den 28. September, 8 bis $9\frac{1}{2}$ Uhr.

Als Nachträge zu den Besprechungen der 2. Sitzung setzt der Vorsitzende folgende Schriften in Circulation: H. Müller, Leitfaden der ebenen Geometrie. Leipzig 1875. Kruse, Elemente der Geometrie. Berlin 1875. Frischauf, Elemente der absoluten Geometrie. Leipzig 1876. Mohn, Grundzüge der Meteorologie, Deutsche Originalausgabe von Neumayer. Berlin 1875. — Ueber Lehrbücher für Neuere Geometrie befragt empfiehlt

er zum Selbststudium: Steiner, Gretschel, Hankel, als Repetitionsbuch in der Hand des Schülers: Zech. — Der Vorsitzende verliest ferner das Programm des allgemeinen deutschen Realschulmännervereins und schlägt für die die Angelegenheiten der Section betreffenden Bekanntmachungen als Organ die Zeitschrift für math. und naturwiss. Unterricht vor.*) Die Versammlung stimmt zu.

Die ursprünglich in Aussicht genommene Berathung über die geeignetste Vorbildung der Candidaten des realistischen Lehramts**) musste wegen erfolgter Erkrankung und Abreise des Referenten Prof. Dr. J. G. Fischer (Stuttgart) von der Tagesordnung gestrichen werden.

Es folgte ein Vortrag von Prof. C. Reuschle (Polytechnicum Stuttgart) über den die imaginären Zahlen und die Determinantentheorie betreffenden Unterricht. Wir geben von demselben einen kurzen Auszug:

Die Theorie der imaginären Zahlen werde in den meisten Schulen, Lehr- und Uebungsbüchern zu stiefmütterlich behandelt, auch seien immer noch manche Incorrectheiten, Irrthümer und Unzulänglichkeiten in dieser Theorie anzutreffen. Er dringe vor Allem auf eine scharfe Definition der imaginären Zahlen und auf eine rationelle Begründung des Rechnens mit denselben, damit man in Schulbüchern z. B. nicht mehr lesen müsse imaginäre oder „unmögliche“ Zahlen.

In Bezug auf die quadratischen Gleichungen, hob der Redner hervor, habe er die Erfahrung gemacht, dass die Schüler nach Absolvirung des algebraischen Unterrichts nur selten genau zwischen den 3 Fällen — 2 reelle getrennte, 2 zusammengefallene, 2 imaginäre Wurzeln — zu unterscheiden wüssten. Es scheine ihm, dass die Algebralehrer hierüber meistens viel zu rasch weggehen, auch gebe es Schulbücher, welche sich begnügen zu sagen, eine quadratische Gleichung habe zwei Wurzeln, ohne auf die 3 Fälle einzugehen. Er schlage daher vor, den Begriff der Discriminante schon bei den quadratischen Gleichungen vorzubringen, damit der Schüler mit dem neuen Begriff auch die principielle Wichtigkeit der 3 Fälle erkennen lerne. Bei dieser Gelegenheit wurde auch noch darauf hingewiesen, dass schon bei den quadratischen Gleichungen der Satz vom Zusammenhang der Wurzeln mit den Coefficienten häufig leider zu wenig hervorgehoben werde, und in Verbindung damit und mit Rücksicht auf die Discriminante die Unzweckmässigkeit der Normalform $ax^2 + bx = c$ anstatt $ax + bx + c = 0$ betont.

Im Unterricht der bei uns sogenannten „niedern Analysis“ sei nach der Definition der imaginären Zahlen wesentlich auf die Gaussische geometrische Darstellung derselben einzugehen, auf Grund dieser sei dann die Normalform $x + iy$ und die kanonische Form $r\,(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ der complexen Zahlen einzuführen (der Name Moivre'sche Form für die letzteren sei zu verbannen). Auf die kanonische Form gestützt sei dann die Theorie der imaginären Zahlen aufzubauen.

Bei den cubischen Gleichungen (Normalform $x^3 + 3ax + 2b = 0$ und nicht $x^3 = px + q$) sei nach Entwickelung der cardanischen Formel wiederum die Discussion auf Grund der Discriminante in den Vordergrund zu stellen. Es sei zu zeigen, dass, den casus irreducibilis algebraisch aufzulösen, unmöglich sei („unmöglich“ nicht, aber bis jetzt noch noch nicht gelungen; Name cas. irred. von den Mathematikern des XVI. Jahrhunderts herrührend, denen überhaupt keine Auflösung dieses Falls bekannt war), dass es dagegen mit Hilfe der kanonischen Form der com-

*) Diese Zeitschrift ist schon seit vielen Jahren Organ der Section. (Siehe Titelblatt!) D. Red.

**) Wir empfehlen dieses Thema aufs Neue der nächstjährigen Sections-Versammlung. D. Red.

plexen Zahlen gelinge, die cardanische Formel in diesem Fall ihres imaginären Deckmantels zu entkleiden. Siehe These 2.

Im zweiten Theile seines Vortrags sprach der Redner seine Ueberzeugung aus, dass es ein dringendes Bedürfniss sei, die Elemente der Determinantentheorie in den Bereich der niedern Analysis einzuführen, wobei er zunächst sein engeres Vaterland im Auge habe; daran reihte er Betrachtungen, wie er sich den Determinanten-Unterricht denke, dass derselbe schon in den Elementen bei Gelegenheit der Elimination angebahnt werden könne und dass er es desshalb schon und aus anderen angeführten Gründen für zweckmässiger erachte, im späteren Determinanten-Unterricht von der Elimination auszugehen. Bei dieser Gelegenheit wurde darauf aufmerksam gemacht, dass der Schüler so häufig des Begriffs der Elimination und des Begriffs des Werthepaars (resp. Werthesystems) der Unbekannten zum mindesten sich nicht klar genug bewusst sei; dass der Redner sich hiervon bei seinem Unterricht in der analytischen Geometrie überzeugt, und dabei gefunden habe, dass der Unterricht in den Determinanten auf den Eliminationsbegriff klärend und daher auf das Verständniss der analytischen Geometrie erleichternd eingewirkt habe.

Alsdann wurde noch der Anwendungen der Determinanten in der Analysis gedacht und zwar:

1. Die Simultaneität eines Systems linearer homogener Gleichungen wird durch das Verschwinden der Determinanten des Systems bedingt; die Unbekannten (Veränderlichen). verhalten sich wie die Unterdeterminanten.

2. Auflösung eines Systems linearer nicht homogener Gleichungen; Berechnungsmodus für Zahlenbeispiele (derselbe besonders bequem mit der Rechenmaschine auszuführen).

3. Resultate zweier Gleichungen m^{ten} und n^{ten} Grades nach den verschiedenen Methoden (Euler, Cayley, Bézout); die verschiedenen Resultanten in einander überzuführen, gibt Gelegenheit zu erspriesslichen Uebungen im Determinantenrechnen.

4. Discriminante einer Gleichung n^{ten} Grades.

Nachdem noch die Wichtigkeit dieser 4 Punkte für die analytische Geometrie hervorgehoben wurde, schlug der Redner der Versammlung folgende Thesen vor:

1. Der Theorie der imaginären Zahlen ist sowohl im elementaren Unterricht der Arithmetik, als im höheren Unterricht der Analysis mehr Rechnung zu tragen, als es gewöhnlich in unseren Schulen geschieht.

2. Der casus irreducibilis der cubischen Gleichungen ist nothwendig auf Grund der Cardanischen Formel mit Hülfe der kanonischen Form der complexen Zahlen zu behandeln und nicht auf Grund der Trisectionsgleichungen; da so allein das wahre Wesen dieses Falls zu Tage tritt.

3. Die Elemente der Determinantentheorie sind nothwendig in den Bereich der sogen. niederen Analysis einzuführen.

Prof. Majer schlägt vor, im Anschluss an den Vortrag zu These 3 den Zusatz zu fügen: . . . . „und schon beim elementaren Unterricht der Algebra vorzubereiten." — Prof. Hauck schliesst sich den Ansichten des Redners bezüglich der Behandlung der Determinanten im Unterricht vollkommen an. Die Determinanten dürfen dem Schüler nicht als etwas künstlich Gemachtes und willkürlich Eingeführtes vorkommen, sondern der Schüler müsse dahin geleitet werden, dass ihm selbst das wiederholte Auftreten eines und desselben algebraischen Ausdrucks bei den verschiedenen Aufgaben auffalle und dass er selbst auf den Gedanken komme, Behufs Erleichterung der Rechnung Symbole für diese Ausdrücke

einzuführen. Wäre dies immer geschehen, so wäre es wohl nicht möglich gewesen, dass er (Hauck) kürzlich das Wort „Determinantenschwindel" habe hören müssen. — Schliesslich werden die Thesen mit dem Zusatz von Majer einstimmig angenommen.

Hierauf schliesst der Vorsitzende die diesjährigen Sitzungen der math.-naturwiss. Section, indem er seiner Freude darüber Ausdruck gibt, dass die Section nicht blos überhaupt zu Stande gekommen sei, sondern dass sie mit Befriedigung auf eine fruchtbare Thätigkeit zurückblicken könne.

Der Berichterstatter schliesst seinen Bericht mit dem Gruss: Auf Wiedersehen in Wiesbaden!

Hauck.

Nekrolog Fresenius.

Am 18. August 1876 schied aus dem Kreise seiner zahlreichen Familie, aus dem der ihn hochschätzenden Collegen, Freunde und Verwandten, nach längerem, oft qualvollem Leiden der emeritirte Lehrer der Mathematik und der Naturwissenschaften an der höheren Bürgerschule zu Frankfurt am Main

Professor Dr. Friedrich Carl Fresenius.

Geboren zu Frankfurt a. M. am 24. Juni 1819, war er, nach Vollendung seiner Universitätsstudien zu Bonn und Marburg, 8 Jahre lang (von 1842 an) als Lehrer an der bekannten Bender'schen Knabenerziehungsanstalt zu Weinheim an der Bergstrasse thätig gewesen, wo er sich ohne Zweifel auf praktischem Wege in den Lehrerberuf hineingearbeitet und namentlich durch den dort möglichen vertrauteren Umgang mit seinen jugendlichen Zöglingen die später bewährte Sicherheit und Gewandtheit im Unterrichten und Erziehen sich angeeignet. Zwei Jahre hatte er dann in Mailand, als Hauslehrer in der Mylius'schen Familie, zugebracht und sich auch hier die dauernde Achtung und Liebe dieser Familie erworben. Nach einer Reise durch Italien ward ihm dann die Stelle eines Professors der Mathematik an dem Gymnasium zu Eisenach übertragen, die er bis zum Jahre 1855 inne hatte. Hier war es auch, wo er seine spätere getreue Gattin kennen lernte, mit welcher er bis zu seinem Tode ein in jeder Beziehung wahrhaft glückliches Familienleben geführt. Im Jahre 1857 ward ihm die Stelle eines ord. Lehrers an den oberen Classen der „höheren Bürgerschule" seiner Vaterstadt definitiv übertragen, in welcher er mit unermüdlicher Berufstreue und Gewissenhaftigkeit zum Segen dieser Anstalt wirkte, bis vor wenig Jahren die vom Centralorgane ausgehende Erkrankung seine sonst so rüstige Kraft in dem Masse zu reduciren begann, dass sie, nach wiederholtem längerem Urlaub, seine ehrenvolle Emeritirung zur Folge hatte. Leider kann man nicht sagen, dass er die wohlverdiente Ruhe genossen habe: — beschwerliche Symptome mannichfacher Art, die ihm allmählich auch die Freude an der gewohnten regen geistigen Thätigkeit zu verkümmern begannen, sollten den so früh schon eingetretenen Abend seines schönen Lebens trüben, — obwohl der Trieb nach wissenschaftlicher Bethätigung seines reich angelegten Geistes sich noch bis in die letzten Monate seiner Laufbahn, ja, als die unmerklich vorschreitende Krankheit mehr und mehr den sonst so klaren Geist zu umdüstern begann, seine Spuren wenigstens, selbst in den Fieberträumen des Duldenden, noch erkennen liess.

Die genannte Schulanstalt hat an ihm eine ihrer tüchtigsten Lehrkräfte, die Arbeiter an derselben einen ihrer liebenswürdigsten Collegen verloren. Neben dem mathematischen und physikalischen Unterrichte

waren ihm, bei der Vielseitigkeit und Gründlichkeit seiner Bildung und bei seinem anerkannten Lehrtalente, zu Zeiten noch verschiedene andere Lehrfächer anvertraut worden, und der Erfolg rechtfertigte dies Vertrauen. Er gehörte als Lehrer noch jener Richtung an, welche bei uns, leider, wie es scheint, zu veralten droht, und welche die Schule nicht als einen Ort, wo „aufgegeben und abgehört", sondern als eine Stätte betrachtet, wo gelernt wird. Die genetischen, die ächt heuristischen Methoden waren, wie auch seine zahlreichen, schönen literarischen Arbeiten über Methodik zur Genüge zeigen, überall vorzugsweise das Ideal seines Strebens, dem er sich bei seiner täglichen Arbeit in der Schulstube nach Kräften zu nähern suchte. „Was man sich nicht erarbeitet, das besitzt man nicht, das wird kein wahres Eigenthum:" dies war sein Grundsatz, im Materiellen, wie im Geistigen, für seine Schüler, wie für ihn selber. An starker, treuer Hand führte er jene, Schritt um Schritt, auf die lichten Höhen seiner Wissenschaft — dieselben Pfade, die der Menschengeist überhaupt einschlagen musste, sie zu erklimmen. Sein Lehren war ein beständiges gemeinsames Studiren des Lehrobjects, ein durch seine psychologische Beobachtung und geschickte Verwerthung derselben ermöglichtes, beständiges sich Zurückversetzen auf den Standpunkt und in die Individualität des Lernenden. Damit hing es auch ohne Zweifel zusammen, dass er z. B. bei allem lebhaften Interesse für die grossen Errungenschaften der sog. „neueren Geometrie" doch Anstand nahm, für seine Schule die Euklidische durch jene ersetzen zu wollen, — weil er sie eben, treu der geschichtlichen Entwickelung, für die wesentlich spätere Stufe hielt. Für den Fehler mancher sehr gelehrten Fachmänner aber, den Schülern „über die Köpfe weg zu sprechen" und dadurch „zu imponiren," — hatte er nur ein mitleidiges Lächeln, ebenso wie für jene „Aufgeber und Abhörer." Er selber legte den Schwerpunkt seines Unterrichtes in die Lehrstunden und verlangte von „häuslichen Arbeiten" nur ein Minimum. Mit dem nämlichen treuherzigen Lächeln, etwa von einem harmlosen Witzworte seines jederzeit schlagfertigen Humors begleitet, begnügte er sich auch beim Anblick jener fertigen Schulmänner, jener Allwissenden und Gelehrten, die über Alles aburtheilen, über Alles schreiben, weil sie über Alles — gelesen und nachgeschlagen und Notizen aufgespeichert. Sein Lebenselement war freies, selbstständiges Denken, unbefangenes Beobachten: Beides strebte er auch bei seinen Schülern vor Allem zu fördern und zu pflegen. Er war zeitlebens — wie sie — ein Lernender und hatte stets einen hinreichenden Vorrath ungelöster Fragen und Probleme, die sein Sinnen und Denken so beschäftigten, dass ihm für die Kritik Anderer und ihrer Weisen — fast keine Musse blieb. Die Freude am Schaffen selber ging ihm auch weit über jene an dem Beifall, welchen das Geschaffene etwa ernten mochte: ihn einzuheimsen hatte er keine Zeit. Dazu kam die ausserordentliche Bescheidenheit und Liebenswürdigkeit seines Charakters, die ihm auf wissenschaftlichem Gebiete, wie im geselligen Verkehr des alltäglichen Lebens, alle Herzen gewann. Bei Allem, was sein rastloser Geist fand und entdeckte, setzte er ohne Weiteres voraus, dass Andere es wohl vor ihm gefunden und vollkommener erforscht haben möchten; und wer, wie Schreiber dieser Zeilen, das Glück hatte, oft stundenlang mit ihm über philosophisch-mathematische oder psychologische Themata sich zu unterhalten (über die er vorzugsweise gern sprach), der konnte regelmässig die Beobachtung machen, wie er (Fr.), nachdem er die Haupt-Kosten solcher Unterhaltungen selber bestritten und den Andern durch allmähliche Entwickelung seiner Gedanken-Embryonen zu klarer, greifbarer Gestalt in der wohlthuendsten Weise angeregt, ja, ich möchte sagen, erbaut hatte, — doch schliesslich mit der Ueberzeugung und in dem

(nicht etwa aus Höflichkeit ausgesprochenen, sondern unverkennbar wirklich vorhandenen) Gefühle schied, als ob er der Belehrte, der Angeregte, der Empfangende und Gewinnende gewesen! In allen solchen Beziehungen besass er in Folge der harmonischen Bildung seines Geistes nach den verschiedensten Richtungen hin, jene feinfühlende, ächte Humanität, wie sie gerade den eifrigsten Verfechtern der sogenannten „humaniora“ oft so sehr zu wünschen wäre.

Denn seine wissenschaftliche Richtung und Thätigkeit charakterisirte sich durch eine wahrhaft glückliche Mischung des mathematisch-naturwissenschaftlichen und des philologisch-humanistischen Elementes, wie man sie nur ganz selten findet. Er war ein gewandter und selbstständiger Denker auf mathematischem Gebiete und zugleich ein gründlicher Kenner der alten, wie mehrerer neueren Sprachen und Literaturen. Aus letzterem Umstande erklärt sich die Vollendung der sprachlichen Form und die stylistische Schönheit des Ausdrucks, durch welche seine mathematisch-philosophischen Arbeiten sich vor denen anderer auszeichnen, während das erstere Element ihn wiederum die logische Schärfe und Klarheit des Gedankens auch auf anderen Gebieten in erster Linie stellen und nichts so sehr perhorresciren liess, als hohle Phrasenmacherei und Schönrednerei. Nichts war z. B. seinem Naturell so herzlich zuwider, als jene (leider auch bei uns mehr und mehr überhand nehmende) zeitverschwendende Gelegenheitsrednerei, bei welcher der arme Redner sich abmüht, und der commandirte Hörer ausharrt — Beide mit dem vorherrschenden, alle anderen verschlingenden Gefühle: „Es soll und muss eben — eine Rede gehalten werden!“ —

Aus dieser nämlichen glücklichen Mischung der beiden scheinbar widerstrebenden Richtungen erklärt sich ferner sein hoher und unverkennbar feiner Sinn für Kunst, zumal für Poesie, für Musik, und für Architektur (diese „gefrorene Musik,“ wie er sie gern nannte), wie nicht minder das überall durchschimmernde ästhetische Element seines Unterrichts. Er war ein begeisterter Verehrer und Kenner unserer grossen Dichter, vor allen unseres Göthe, nicht minder aber auch der grossen Componisten, ein Verehrer vorzugsweise der classischen Musik und selber musikalisch, ein gewandter Sänger, der mit vortrefflichem musikalischen Gehör eine entsprechende Sicherheit des Stimmorgans vereinte, so dass er als langjähriges actives Mitglied des „Cäcilien-Vereins“ gar manchmal von seiner Umgebung als „Stimmhalter“ benützt ward und in jüngeren Jahren manchen kleineren geselligen Kreis durch gefühlvollen Liedervortrag entzückte. Sein Verständniss der Formen in Architektur und Malerei, wie seine hübschen Kenntnisse in der Geschichte beider Künste, wurden nicht blos von seinen Schülern, die er auf Ausflügen oder Ferienreisen in sinniger Weise in diese Heiligthümer einzuführen wusste, sondern auch von Erwachsenen bewundert und vielfach zu Rathe gezogen. Es spiegelt sich dies Verständniss, nebst einer glühenden Liebe für die Natur und ihre landschaftlichen Reize, in hohem Grade schon in einer zusammenhängenden Reihe von Briefen, die er als junger Mann auf jener Reise durch Italien an seine treue Mutter schrieb, und deren Lectüre auch dem Schreiber dieser Zeilen noch im vorigen Winter jene Natur- und Kunsteindrücke auf das Lebhafteste vor die Seele zurückrief, und ihm dem Verfasser derselben sein aufrichtiges Bedauern ausdrücken liess, dass diese Briefe nie einem grösserem Leserkreise zugänglich geworden.

Einer der Specialcollegen des Verstorbenen, der ihm in der „Didaskalia“ vom 22. August 1876 einen kurzen Nachruf gewidmet, sagt mit Recht: „Fresenius war eine im Wesentlichen philosophisch angelegte Natur,“ die sich fast auf allen Gebieten „am liebsten in dem reinen Aether der Idee bewegte.“ Sein Vaterland war ihm gross, ehrwürdig

und theuer, — nicht sowohl durch seine äusseren, kriegerischen Erfolge, sondern, trotz derselben, durch die grossen Denker und schöpferischen Geister, die es erzeugt, durch die reichen Gaben, mit denen die Natur es geschmückt, und durch die heiligen Beziehungen der Pietät und Anhänglichkeit des Einzelnen an die Jugendheimath. Für den modernen „Patriotismus,“ dies bittersüsse Gemeng aus Eigendünkel, Servilismus und Nationalhass, wie es sich hier und dort (sogar als Aufgabe der Jugend-Bildung!) breit macht, war seine reine Seele ebenso unempfänglich, wie für den rohen Taumel jener Siegestrunkenheit, dem nun die traurige Ernüchterung bereits zu folgen beginnt: — sein Sinnen und sein Streben war reineren, edleren, höheren Zielen zugewandt. Für politische Bestrebungen hatte er wenig Sinn, ja, er erklärte sie für nicht würdig, den unendlich viel höheren individuellen Wirkungskreis des für die geistigen Interessen der Menschheit Thätigen durch sie stören oder beirren zu lassen. Auch in der Geschichte, wo er weit bewanderter war, als viele seiner speciellen Fachgenossen, war es doch vorzugsweise die Geschichte der Philosophie, die der Künste und Wissenschaften, die ihn fesselte, während er in der politischen Geschichte mehr die der Bestie in der Menschenbrust zu erblicken geneigt war. Doch liess er auch hier, wie überall, gar gerne einem Jeden seine Weise: — am Kritisiren Anderer fand er keinen Gefallen, und wo etwa sein missbilligendes Urtheil provocirt ward, da fand, möchte ich sagen, der Scharfsinn jenes allgemeinen Wohlwollens, das den Grundzug seines Charakters bildete, überall Milderungsgründe, überall auch gute Seiten, — über deren Betrachtung er dann gar rasch die schlimmen vergass.

Fr. war viele Jahre lang thätiges Mitglied des kirchlichen Gemeinde-vorstandes seiner Confession, kannte aber nicht die leiseste Spur von Intoleranz gegen andere Confessionen. Er hegte — als Familienerbstück — eine tiefe Ehrfurcht vor der Religion überhaupt, eine ungeheuchelte Achtung gegen jede Form der religiösen Ueberzeugung, ohne irgend eine für infallibel zu halten. Er beugte sich gern vor den Hochgestellten, — denen es vergönnt ist, an den Grenzmarken der Wissenschaft für die Erweiterung ihres Gebiets zu arbeiten; er hatte Ehrfurcht vor dem Adel — des Charakters und der Gesinnung, wo immer er dessen Spur begegnete. Selbstsucht und Eigennutz, Stolz und Dünkel kannte er nicht. War ihm die launenhafte Glücksgöttin minder hold, als Andern, so tröstete er sich nicht selten mit dem Gedanken, dass er ja — auch weniger Bedürfnisse habe, als jene, und sie, im Falle der Noth, wohl noch mehr beschränken könne. Als man ihm (es war, wenn ich nicht irre, 1869) von freien Stücken den Titel eines Professors und, ein paar Jahre später, sogar einen Orden verlieh, nahm er beide Auszeichnungen mit einem wahrhaft kindlichen Staunen hin, und meinte allen Ernstes, solche Ehrenbezeugungen müssten wohl mehr der Anstalt, an welcher er als alter Lehrer wirke, denn seiner Person gegolten haben, — hielt sich aber deshalb nicht etwa von der Pflicht der Dankbarkeit entbunden, weil ja irgend Jemand doch die Ansicht und den anerkennenswerthen guten Willen gehabt haben könne, mit solchen Dingen auch ihm eine Freude zu bereiten. Die gute Absicht, der edle Wille war ihm überhaupt das wichtigste Kriterium für die Beurtheilung menschlicher Handlungen, und, da die Milde seines Charakters diesen Willen überall vorauszusetzen geneigt war, so ging nicht leicht ein herbes Wort über seine Lippen.

So kam es denn, dass Fresenius, so zu sagen, keine Feinde hatte; dass vielmehr Alle, denen das Glück beschieden war, mit ihm in Berührung oder Beziehung zu treten, sich zu ihm hingezogen, von ihm gefesselt fühlten und — ihrer Keiner den Edeln je vergessen wird!

Frankfurt a/M. Oppel.



Nachbemerkung der Redaction.

Die Arbeiten, welche unser verstorbener Mitarbeiter in diese Zeitschrift lieferte, mögen hier noch zusammengestellt werden:

Plan zu einem vorbereitenden Unterrichte in der Naturkunde . . . . I, 89—115.
Die Lehre von der Congruenz der Dreiecke und Zugehöriges in eine neue Fassung gebracht . . . II, 1—14.
Die neuere Geometrie und die unendlich entfernten Gebilde . . . . II, 494 ff.
Der mathematische Punkt . . . . IV, 350 ff.
Die geometr. Bedeutung des Schwerpunkts . . . . V, 112 ff.
Aufgaben . . . . II, 215 u. IV, 40.

Bei der Redaction eingegangene Drucksachen:

A. Mathematik.

Kambly, Elem.-Mathem. 4. Th. Breslau, Hirt, 76. Stereometrie. 10. Aufl.

Flemming, Hauptsätze der Arithm. und Algebra. 2. Aufl. Altenburg, Band, 76.

Frischauf, Elemente der absoluten Geometrie. Leipzig, Teubner, 76. (Neu.)

Navier-Wittstein, Lehrbuch der Diff.- und Int.-Rechnung. 2 Bde. 4. Aufl. Hannover, Hahn, 1875.

B. Physik.

Eisenlohr, Lehrbuch der Physik. 11. Aufl. Bearb. v. Zech. Stuttgart, Engelhorn, 1876.

Loth, Die anorganische Chemie. Braunschweig, Vieweg u. S., 76.

Tessari, Cenni sull' insegnamento della chimica nelle Scuole Reali. Rovereto, 76.

Wimmer, Das Pflanzenreich, neue Bearbeitung von Schilling's Naturgesch. 12. Aufl. Breslau, Hirt, 76.

E. v. Seydlitz, Grundzüge der Geographie. Vorstufe zur kl. u. grösseren Ausgabe d. Schulgeographie. 16. Aufl. Breslau, Hirt, 76.

—, Kleine Schulgeographie. 16. Aufl. Ebd.

C. Zeitschriften und Programme.

Pädagog. Archiv XVIII, 7.
Zeitschr. für Mathem. u. Physik XXI, 4.
Revue de l'instruction publique en Belgique XIX, 4.
Jahresbericht d. Handelsschule zu München 1875/76.

Briefkasten der Redaction.

1) Bis jetzt (Ende October) sind der Redaction für die „specielle Programmenschau" eingesandt worden: Berichte über

1) Rheinprovinz bearb. von Dir. Dr. Dronke — Trier.
2) Mecklenburg „ „ Schlegel — Waren.
3) Schlesien „ „ Meier — Freiburg i. Schl.

Wir werden mit der Veröffentlichung dieser Berichte im Jahrgang VIII beginnen und bitten die übrigen Berichterstatter, uns nun auch ihre Berichte einzusenden.

2) Wir bitten die Verfasser von Beiträgen für den abgeschlossenen (VII.) Jahrgang um recht baldige Mittheilung der „Berichtigungen."

S. 26–32.

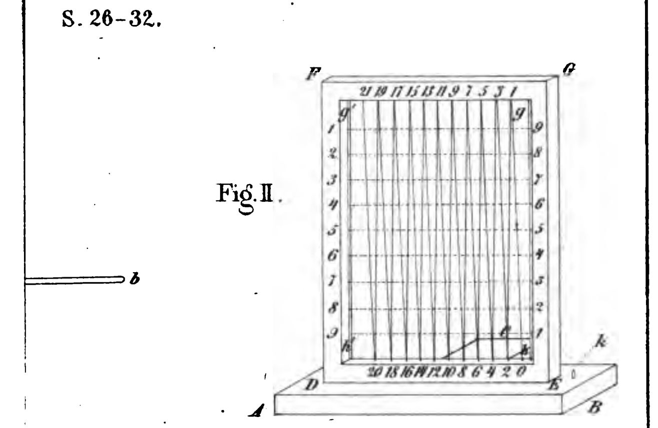
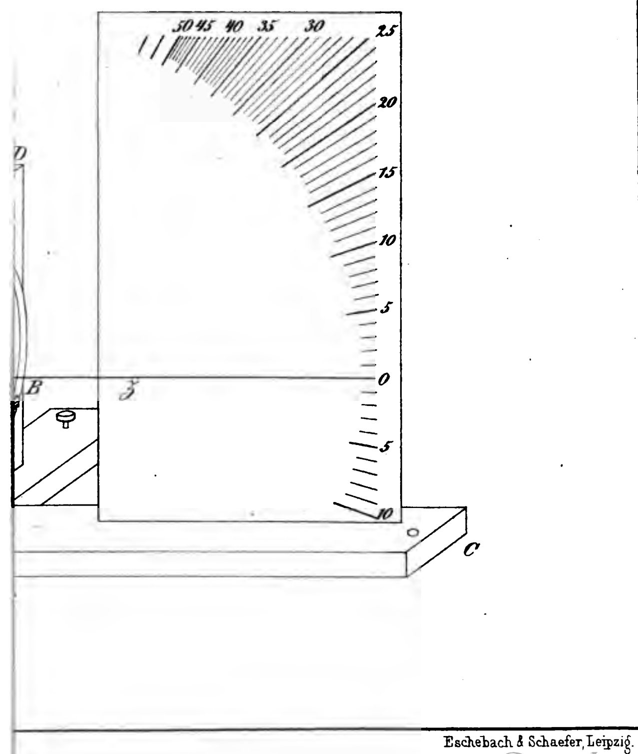


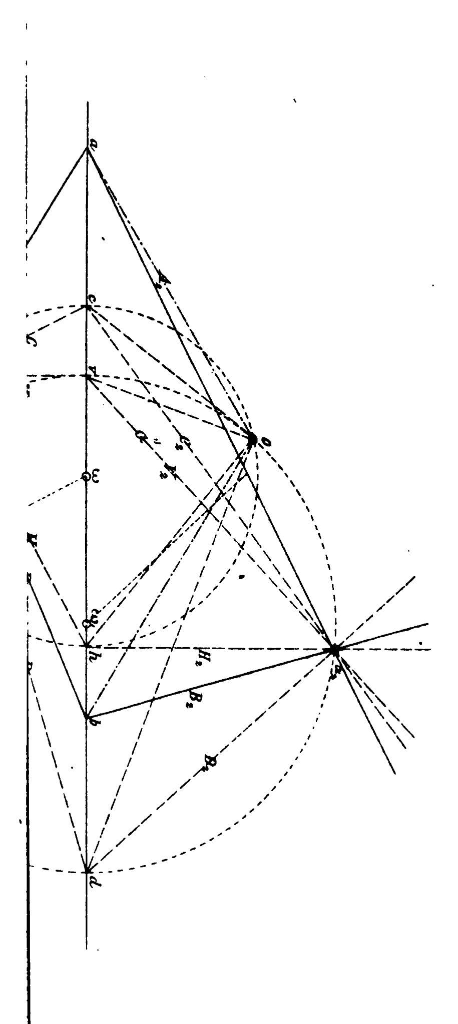
Fig. II.

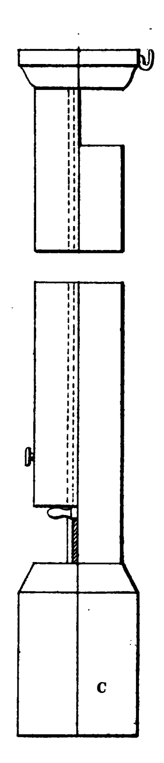


Eschebach & Schaefer, Leipzig.

Fig. 3.

e zur Bestimmung der wahren Gröfse etc.





KARTENSTÄNDER

zum Befestigen der Wandkarten

in der Realschule zu

BREMEN

gez. v.

Templin.

---

a *Grundriss.*
b *Aufriss.*
c *Seitenansicht.*